

2. Проверка точности определения собственной частоты предлагаемым способом в сравнении с точными решениями (в тех случаях, где это возможно) показала хорошее совпадение в широком диапазоне изменения параметров характеристики. Точность данного способа в большинстве случаев не уступает точности приближенных методов, а в ряде случаев и превосходит их.

3. Предлагаемый способ, имея стандартную форму определения эквивалентной жесткости, обладает значительно большей простотой и универсальностью для различных типов характеристик (полигональных, криволинейных, несимметричных), чем большинство приближенных методов.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Боголюбов Н. Н., Митропольский Ю. А. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. М., Физматгиз, 1958.
2. Гопп Ю. А. Линеаризация позиционной силы методом кусочно-линейной аппроксимации. Инженерный сборник, АН СССР, 1954, т. 18.
3. Куликов Н. К. Приближенное определение периода свободных колебаний нелинейной системы с одной степенью свободы. Инженерный сборник, АН СССР, 1952, т. 13.
4. Пановко Я. Г. Способ прямой линеаризации в нелинейных задачах теории упругих колебаний. Инженерный сборник, АН СССР, 1952, т. 13.
5. Пановко Я. Г. Основы прикладной теории упругих колебаний. «Машиностроение», 1967.

И. Д. ЭСКИН, Ю. К. ПОНОМАРЕВ

### ПРОСТЕЙШАЯ СХЕМА МЕТОДИКИ РАСЧЕТА ДЕМПФЕРОВ И АМОРТИЗАТОРОВ С КОНСТРУКЦИОННЫМ ДЕМПФИРОВАНИЕМ

#### УСЛОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

$\eta = \frac{P}{T}$  — безразмерная циклическая сила;

$P$  — текущее значение циклической силы, действующей на демпфирующее устройство;

$T$  — базовое значение силы;

$\varepsilon = \frac{y}{a}$  — безразмерная циклическая деформация;

$y$  — текущее значение циклической деформации демпфирующего устройства;  
 $a$  — базовое значение деформации;  
 $\eta_0 = \frac{P_0}{T}$ ,  $\varepsilon_0 = \frac{A}{a}$  — амплитудные значения безразмерных силы и деформации соответственно;  
 $P_0$ ,  $A$  — амплитуды силы и деформации соответственно;  
 $\eta_n = \frac{P_n}{T}$ ,  $\varepsilon_n = \frac{y_n}{a}$  — координаты, определяющие безразмерный натяг в демпфирующем устройстве;  
 $P_n$ ,  $y_n$  — координаты, определяющие натяг;  
 $\eta_G = \frac{G}{T}$ ,  $\varepsilon_G = \frac{y_G}{a}$  — постоянные составляющие безразмерных циклической силы и деформации соответственно;  
 $G$ ,  $y_G$  — постоянные составляющие циклической силы и деформации;  
 $\psi = \frac{2\Delta W}{P_0 A}$  — коэффициент рассеивания;  
 $\Delta W$  — циклическая рассеянная энергия;  
 $\gamma = C_{cp}/C_p$  — безразмерная средняя циклическая жесткость;  
 $C_{cp} = P_0/A$  — средняя циклическая жесткость;  
 $C_p$  — жесткость расслоенного устройства;  
 $I = \frac{bh^3}{12}$  — момент инерции поперечного сечения прокладки многослойного пакета;  
 $b$  — ширина прокладки;  
 $h$  — толщина прокладки;  
 $i$  — длина пролета пакета;  
 $E$  — модуль упругости материала прокладки;  
 $t_r$  — шаг гофра гофрированной прокладки пакета;  
 $R$  — радиус вершины гофра;  
 $\varphi$  — половина угла при вершине гофра, рад.;  
 $l_1$  — длина прямолинейной части склона гофра;  
 $n$  — число прокладок многослойного пакета;  
 $n_r$  — число гофрированных прокладок в каждой из двух групп гофрированных лент многослойного пакета [1,2].

Рассмотрим простейшую схему решения отдельных вопросов методики расчета демпферов и амортизаторов с конструкционным демпфированием методом, предложенным в [1, 2], для случая, когда процессы загрузки изделия в критериальных координатах  $\eta$ — $\xi$  не зависят от безразмерного натяга ( $\xi_n$ ;  $\eta_n$ ).

1. Определяем с помощью л-теоремы независимые критерии подобия, кроме безразмерной относительной силы  $\eta$  и без-

риммерной деформации  $\xi$ , а также безразмерных параметров  $\eta_0, \xi_0, \eta_n, \xi_n, \eta_G, \xi_G$ .

2. Классифицируем изделие [3] и для каждого типоразмера по правилам, описанным в [1, 2], строим в координатах  $P-u$  поле соответственных петель, достаточное для установления подобия по упруго-фрикционным свойствам.

3. Из выведенных в [1, 2] условий для определения базовых величин  $T$  и  $a$  выбираем наиболее подходящее к рассматриваемому случаю и определяем базовые величины полей  $T$  и  $a$ .

4. Строим упруго-фрикционные характеристики (УФХ)  $\psi(\eta_0)$  и  $\gamma(\eta_0)$  и выявляем критерии подобия, нарушающие единственность этих характеристик.

5. Выбираем оптимальные значения этих безразмерных параметров, постоянные для всего ряда типоразмеров изделия, и определяем начальные обобщенные УФХ  $\psi(\eta_0)$  и  $\gamma(\eta_0)$ , единственные для всего ряда.

6. В критериальных координатах  $\eta_1-\xi_1^*$  строится полный повторный процесс загрузки, единственный для всего ряда подобных типоразмеров изделия. Затем он интерполируется какими-нибудь функциями либо задается таблично. Задания этого процесса в критериальных координатах  $\eta_1-\xi_1$  достаточно для построения по законам, рассмотренным в [1], обобщенного поля в критериальных координатах  $\eta-\xi$ , содержащего всю информацию, необходимую для решения динамических задач.

7. Для изделий, загрузочные процессы которых в критериальных координатах  $\eta_1-\xi_1$  не зависят от относительного натяга ( $\xi_n, \eta_n$ ), а обобщенная сила трения  $T$  и обобщенная деформация  $a$  зависят от натяга  $\xi_n$ , строим кривые  $F_1(\xi_n), F_2(\xi_n)$  (см. (8) [3]).

Обобщенные УФХ в виде обобщенных полей петель гистерезиса и зависимостей  $\psi(\eta_0)$  и  $\gamma(\eta_0)$  различного типа многослойных пластинчатых демпферов, тросовых амортизаторов и амортизаторов-втулок из материала МР определены в [1]. Там же построены кривые  $F_1(\xi_n)$  и  $F_2(\xi_n)$  многослойных пакетов, работающих в качестве двусторонних упоров, и дано соотношение для  $F_1(\xi_n)$  втулок из МР, описаны способы определения базовых величин всех этих изделий. Здесь  $\xi_n = \frac{y_n}{H}$ , где  $H$  — высота втулки.

\* В качестве начала критериальных координат  $\eta_1-\xi_1$  выбрана точка ( $\eta_a, \xi_a$ ) начала процессов загрузки, построенных в критериальных координатах  $\eta-\xi$ .

8. Определяем функциональные связи размерных и безразмерных параметров изделия с обобщенными силой трения  $T$  и деформацией  $a$ . Например, для многослойных пакетов с неизменяющимися за цикл нагружения силами трения, рассмотренных в [1+3], жесткость полностью расслоенного устройства может быть определена в виде

$$C_p = \frac{T}{a} = \kappa_3 n \frac{EI}{l^3}, \quad (1)$$

где  $\kappa_3$  — экспериментальный коэффициент, равный 14,3 для пакетов с граничными условиями, показанными на рис. 2,  $a$ ,  $\theta^*$ .

Для этих же пакетов со смазанными контактными поверхностями обобщенная сила  $T$  в килограммах может быть определена из следующего соотношения, найденного экспериментальным путем [1]:

$$T = b(0,06n - 0,14)(0,145 \bar{C}_p + 0,935) \times \frac{\times 1109n_r C_r h h_1^3}{l \left[ 100 - 5,7 \left( \frac{l}{l_0} \right)^3 \right] \left( 1,5 \frac{h_1}{h_{10}} - 0,5 \right) + 353 \frac{1}{l^3} (70h - 19)^{2,3}}, \quad (2)$$

где  $\bar{C}_p = C_p l^3 / 24EI n$ ,  $b$ ,  $h$ ,  $l$  и выгиб гофра  $h_1$ , мм;  $h_{10} = 1,4$  мм;  $l_0 = 13,5$  мм;  $C_r$  — жесткость гофра единичной ширины в кг/мм, определяемая из соотношения

$$C_r = \frac{2EI}{t_r^3 b \left\{ \frac{\bar{l}_1}{9} \left( \frac{5}{8} - \frac{1}{2} \bar{R} \sin \varphi + 2\bar{R}^2 \sin^2 \varphi \right)^2 - \left[ \frac{1}{2} \bar{R} \varphi - \bar{R}^2 (1 - \cos \varphi) + 2\bar{R}^3 \left( \frac{\varphi}{2} - \frac{\sin 2\varphi}{4} \right) \right]^2 + \frac{\bar{l}_1}{3} (2 - \bar{R} \sin \varphi + 2\bar{R}^2 \sin^2 \varphi) + \frac{3}{2} \bar{R} \varphi - 2\bar{R}^2 (1 - \cos \varphi) + 3\bar{R}^3 \left( \frac{\varphi}{2} - \frac{\sin 2\varphi}{4} \right) + \frac{\bar{l}_1}{3} \left( \frac{1}{4} - \frac{1}{2} \bar{R} \sin \varphi + \bar{R}^2 \sin^2 \varphi \right) + \frac{1}{4} \bar{R} \varphi + 2\bar{R}^3 \left( \frac{\varphi}{2} - \frac{\sin 2\varphi}{4} \right) - \bar{R}^2 (1 - \cos \varphi) \right\}}, \quad (3)$$

где  $\bar{R} = \frac{R}{t_r}$ ,  $\bar{l}_1 = \frac{l_1}{t_r}$ .

Знание начальных обобщенных УФХ позволяет решить статическую задачу о циклическом деформировании изделия и динамические задачи в безразмерных параметрах. Определение

\* Рисунки со смешанным цифровым и буквенным обозначением см. в работе [2].

связей  $T$  и  $a$  с другими размерными и безразмерными параметрами изделия достаточно для нахождения всех конструктивных параметров подобных типоразмеров изделия. Найденные конструктивные параметры обеспечивают изготовление изделий для заданного диапазона нагрузок с заданными величинами коэффициента рассеивания  $\psi$ , средней относительной жесткости  $\gamma$ , рассеиваемой энергии  $\Delta W$ , средней циклической жесткости  $S_{ср}$ , амплитуды деформации  $A$  и т. д. В некоторых случаях, указанных в [1], функциональная связь параметров  $T$  и  $a$  друг с другом может быть легко найдена и, следовательно, для определения указанных выше связей здесь оказывается достаточным определение связей лишь одной базовой величины с другими параметрами изделия.

9. Исследуется изменение обобщенных УФХ изделия в процессе эксплуатации или при длительных испытаниях в условиях, близких к рабочим. В процессе длительной работы УФХ изделия обычно стабилизируются. Причем изготовленные подобными (по УФХ) различные типоразмеры изделия в процессе длительной работы могут стать неподобными. Поэтому важными являются задачи определения критериев подобия и сохранения подобия при наработке. У типоразмеров изделия, оставшихся подобными по упруго-фрикционным свойствам в смысле, указанном в [1, 2], зависимости безразмерной обобщенной силы трения  $\bar{T}$  и безразмерной деформации  $\bar{a}$  от числа циклов нагружения  $N$  не будут обязательно единственными. Во многих случаях для обеспечения единственности этих зависимостей на условия работы и параметры изделия должны быть наложены дополнительные ограничения. В настоящей работе эти ограничения не рассмотрены. Здесь  $\bar{T} = \frac{T | N}{T |_{N=N_c}}$ ;  $\bar{a} = \frac{a | N}{a |_{N=N_c}}$ ;  $N_c$  — число циклов, требуемое для стабилизации упруго-фрикционных свойств изделия в статике. На рис. 1, 2 показано изменение УФХ  $\psi(\eta_0) - \gamma(\eta_0)$  многослойных пакетов (рис. 2, а, ж) со смазанными контактными поверхностями в процессе длительных испытаний при нагруже-

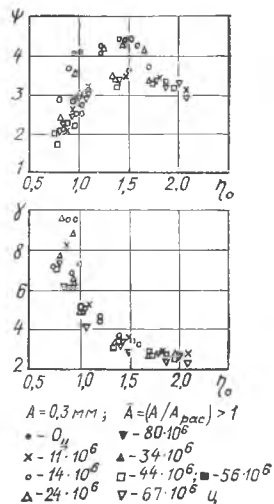


Рис. 1

нии пакетов по закону  $A = \text{const}$  и  $\omega = \text{const}$ . Здесь  $A$  — амплитуда, а  $\omega$  — частота нагружения пакетов.

В процессе длительных испытаний стабилизируются не только УФХ пакетов, но и все основные определяющие параметры  $\psi$ ,  $\gamma$ ,  $\eta_0$ ,  $\Delta W$ ,  $P_0$ ,  $C_{\text{ср}}$ , причем уровень стабилизации УФХ и параметров зависит от величины амплитуды  $A$ . Чем больше  $A$ , тем значительнее изменение определяющих параметров и УФХ. Но, по-видимому, существует некоторая амплитуда  $A_0 > A_{\text{рас}}$ , начиная с которой при дальнейшем росте  $A$  в пределах упругой деформации материала прокладок стабилизированные УФХ пакетов не меняются. Здесь  $A_{\text{рас}}$  — амплитуда деформации, при которой достигается полное расслоение пакета. Так, результаты, аналогичные показанным на рис. 1, получены при исследовании стабилизации УФХ пакетов со смазанными и несмазанными контактными поверхностями. При этом амплитуда деформации пакетов в процессе приработки изменялась весьма произвольным образом и  $\omega = \text{const}$ , но всегда соблюдалось условие  $A > A_{\text{рас}}$ .

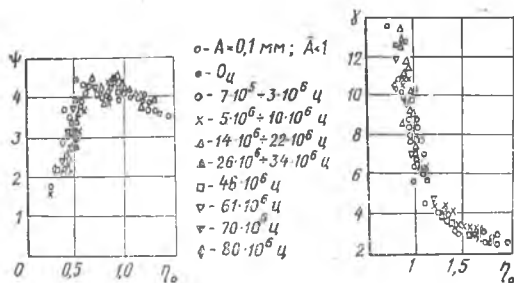


Рис. 2

10. Строим безразмерные обобщенные амплитудно-частотные характеристики (АЧХ) в виде зависимостей  $\mu_1(\bar{\omega})$ , для резонанса в случае кинематического возбуждения — в виде  $\mu_{1p}(\bar{L})$  и  $\bar{\omega}_p(\bar{L})$ , в случае силового возбуждения — в виде  $\mu_{1p}(\beta)$  и  $\bar{\omega}_p(\beta)$  для начального и стабилизированного состояний демпфирующего устройства.

Здесь  $\mu_1 = \frac{AC_p}{F_0}$  — безразмерная амплитуда перемещения,  $F_0$  — амплитуда возбуждающей силы,  $\bar{\omega} = \frac{\omega}{\omega_{\text{рас}}}$  — безразмерная частота возбуждения,  $\omega_{\text{рас}} = \frac{C_p}{m}$ ,  $m$  — масса груза,  $\beta = \frac{F_0}{T}$  — безразмерная

возбуждающая сила,  $L = \frac{L}{a}$ ,  $L$  — амплитуда стола вибростенда. Эти зависимости могут быть построены как теоретически, так и экспериментально.

Этот вопрос обычно связан с решением ряда других задач, среди которых наиболее важными являются доказательство справедливости использования обобщенных УФХ, определенных в статике (при  $\omega=0$ ), для решения динамических задач, определение областей параметров, где известные приближенные методы дают достаточно точные решения динамических задач, доказательство допустимости осреднения единственными обобщенными УФХ действительных упруго-фрикционных характеристик ряда типоразмеров изделия.

Справедливость утверждения, что величина циклической рассеянной энергии не зависит от частоты колебаний, экспериментально доказана для многослойных пакетов (рис. 2, а, в, ж) со смазанными и несмазанными контактными поверхностями [1]. Причем было показано, что в случае пакетов со смазанными поверхностями в динамике в зонах расслоения на контактных поверхностях пакета происходит истирание, разрыв масляной пленки и коксование масла вследствие повышенной температуры в контакте. Все это увеличивает коэффициент трения в зонах расслоения. Неучет этого явления может привести к принципиально неверному выводу о несправедливости основного допущения конструкционного демпфирования, указанного выше, для изделий со смазанными контактными поверхностями. Поэтому при снятии статического эксперимента здесь обеспечивалось условие непоступления свежей смазки из зон, оставшихся нерасслоенными в динамике, в расслоившиеся зоны [1].

Численным методом на ЭВМ БЭСМ-4 (методом Рунге—Кутты) была решена задача о вынужденных колебаниях под действием гармонической силы осциллятора с демпфером, сила сопротивления которого задана таблично функцией  $\eta$ ; ( $\xi_1$ ) и условиями, позволяющими построить любой загрузочный процесс, осуществляемый при переходных и стационарных движениях исследуемой системы [1]. Затем для типоразмеров многослойных пакетов (рис. 2, а, в, ж) и втулок из МР (рис. 2, о) с крайними отклонениями

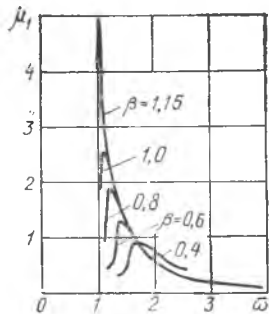


Рис. 3

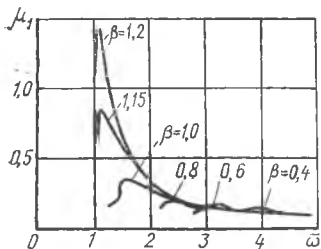


Рис. 4

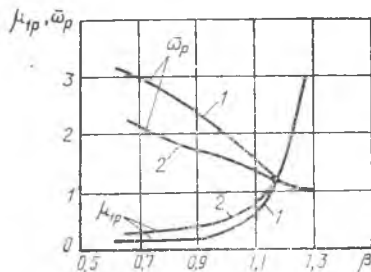


Рис. 5

полей петель, построенных в координатах  $\eta - \xi$ , и устройства с обобщенным полем было проведено сравнение амплитудно-частотных характеристик и сделана оценка суммарной предельной ошибки, допускаемой при осреднении действительных полей обобщенным полем, доказавшая допустимость такого осреднения [1]. Начальные обобщенные АЧХ осцилляторов с демпферами в виде многослойных пакетов (рис. 2, а, в, ж) и амортизаторами в виде втулок из МР (рис. 2, о) показаны на рис. 3, 4. На рис. 5 построены начальные 1\* и стабилизировавшиеся 2 (при  $A > I$ ) динамические характеристики  $\mu_{1\rho}(\beta)$  и  $\bar{\omega}_\rho(\beta)$  пакетов (рис. 2, а, в, ж) с несмазанными контактными поверхностями.

Сравнение численного решения, обладающего свойствами точного, с решением, полученным методом Я. Г. Пановко и Г. И. Страхова [4] в широком диапазоне изменения форм процессов загрузки в критериальных координатах  $\eta_1 - \xi_1^{**}$  ( $\psi_{\max} \approx 2,5 \div 5,1$ ), показало, что в просчитанной области  $\beta = 0,4 \div 1,2$  ошибка величины  $\mu_{1\rho}$  все время возрастает с ростом  $\beta$ , и величины  $\bar{\omega}_\rho$  — с ростом  $\beta$  и  $\psi_{\max}$ .

В области  $\beta = 0,4 \div 1,0$  ошибка  $\Delta\mu_{1\rho}$  достигает 14,5 %, в области  $\beta = 1,0 \div 1,2$  — 25 %. Ошибка величины  $\bar{\omega}_\rho$  в области  $\beta = 1,0 \div 1,2$  у многослойных пакетов (рис. 2, а, в, ж) достигает 15 %.

\* Начальные обобщенные динамические характеристики 1 справедливы и для пакетов со смазанными поверхностями. В силу указанных выше причин стабилизировавшиеся обобщенные динамические характеристики пакетов со смазанными поверхностями пока не построены.

\*\* При изменении формы петли обязательно сохранялась ее чечевицеобразная форма.



Значительных ошибок величин  $\mu_{1p}$  и  $\bar{\omega}_p$  в области  $\beta = 1,0 \div 1,2$  можно избежать, если определять параметры  $\mu_{1p}$ ,  $\beta$  и  $\bar{\omega}_p$  в виде:

$$\mu_{1p} = \frac{2\pi}{\psi\gamma}; \quad \beta = 1,03\gamma_0 \cdot \frac{\psi}{2\pi}; \quad \bar{\omega}_p = 0,93 \sqrt{\gamma}, \quad (4)$$

где поправочные коэффициенты найдены на основании результатов сравнения решения численным методом и методом, рассмотренным в [4].

11. Определяются оптимальные и конечные рабочие настройки демпфера  $\mu_{\text{опт}}(\beta_{\text{опт}})$  и  $\mu_{\text{кон}}(\beta_{\text{кон}})$ , причем возможен различный подход при определении этих настроек. Например, они могут быть определены из условий, описанных в [5].

12. Из решения динамической задачи определяются начальная обобщенная сила трения  $T_{\text{опт}}$  и обобщенная деформация  $a_{\text{опт}}$ , обеспечивающие оптимальную настройку  $\mu_{\text{опт}}(\beta_{\text{опт}})$ , выполнение технических условий, ограничивающих величины некоторых параметров системы, например, резонансную частоту или деформацию, при условии обеспечения прочности демпфера. Зная связи  $T$ ,  $a$  и наибольшего напряжения в демпфере  $\sigma_{\text{н}}$  со всеми конструктивными параметрами демпфера, найдем значения параметров, обеспечивающих потребные величины  $T_{\text{опт}}$  и  $a_{\text{опт}}$  и прочность демпфера.

13. Зная начальные и конечные рабочие настройки демпфера и зависимости  $\bar{T}(N)$  и  $\bar{a}(N)$ , можно определить число циклов нагружения, в течение которого характеристики демпфера останутся в допустимых пределах.

## ВЫВОДЫ

1. На основе общего подхода, базирующегося на теории подбоя [1], рассмотрена простейшая схема методики расчета демпферов и амортизаторов с конструкционным демпфированием. В настоящей работе и в [1—3] решен ряд вопросов, входящих в методику расчета этих устройств, в объеме, достаточном для доказательства эффективности этого подхода при решении статических и динамических задач и при исследовании изменения упруго-фрикционных свойств при многоцикловом нагружении.

2. Показана целесообразность применения наиболее простого приближенного метода (метода Пановко—Страхова) и, следовательно, УФХ, записанных в наиболее простом виде, для исследования резонансных колебаний осцилляторов с исследуе-

мыми изделиями и моделями. Простой вид обобщенных УФХ в свою очередь позволил значительно упростить решение целого ряда вопросов, указанных в п. 1.

3. Даны простые соотношения, позволившие без изменения вида УФХ получить достаточно точные значения для величин  $\mu_p$ ,  $\beta_p$ ,  $\omega_p$  в значительно более широкой области значений параметра  $\beta$ , чем при решении методом Пановко—Страхова.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Эскин И. Д. Исследование обобщенных упруго-фрикционных характеристик демпферов и амортизаторов авиационных двигателей. Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук. КуАИ, 1973.

2. Эскин И. Д., Пономарев Ю. К. К вопросу подбора систем конструкционного демпфирования по упруго-фрикционным свойствам. В сб.: «Вопросы виброизоляции оборудования и приборов», Ульяновский политехнический институт, Ульяновск, 1974.

3. Эскин И. Д., Пономарев Ю. К. Классификация систем конструкционного демпфирования и определение свойств, присущих отдельным классам этих систем. В сб.: «Вопросы виброизоляции оборудования и приборов», Ульяновский политехнический институт, Ульяновск, 1974.

4. Пановко Я. Г., Страхов Г. И. Приближенное исследование вынужденных колебаний упругих систем с конструкционным демпфированием. В сб. «Вопросы динамики и прочности», изд-во АН Лат. ССР, Рига, 1962, вып. 8.

5. Эскин И. Д., Панин Е. А. Метод расчета вынужденных колебаний трубопровода с упруго-демпфирующей опорой в виде многослойного пакета. Труды КуАИ, 1969, вып. 36.

Ю. К. ПОНОМАРЕВ, И. Д. ЭСКИН

#### ПОПЕРЕЧНЫЙ ИЗГИБ МНОГОСЛОЙНОГО КОЛЬЦЕВОГО ДЕМПФЕРА, СЖАТОГО РАВНОМЕРНО РАСПРЕДЕЛЕННОЙ СДАВЛИВАЮЩЕЙ НАГРУЗКОЙ

Рассмотрим задачу о циклическом деформировании многослойного многопролетного кольцевого демпфера, пакет которого сжат равномерно распределенной сдавливающей нагрузкой (рис. 1). Равномерное сжатие слоев в демпфере обеспечено с помощью специально профилированных упругих колец (рис. 1),