

*Р. Н. СТАРОБИНСКИЙ*

## СХЕМАТИЗАЦИЯ ФИЗИЧЕСКИХ ЯВЛЕНИЙ В ГИДРАВЛИЧЕСКИХ МАГИСТРАЛЯХ НА ОСНОВЕ ИНТЕГРАЛЬНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ПОТОКА

Всякое исследование гидравлических систем связано, в известной степени, со схематизацией физических явлений в магистральных. Например, замена при расчетах сложных реальных магистралей некоторыми эквивалентными схемами, учитывающими основные особенности потока, и т. п.

В связи с большой практической ценностью подобной схематизации несомненный интерес представляет теоретическое рассмотрение методов схематизации, выработка критериев наилучшего приближения статических и динамических характеристик схематизированных магистралей к реальным, оценка погрешностей замены реальной магистрали схематизированной.

Ниже предлагается метод схематизации сложных магистралей, по которым течет жидкость с переменными физическими свойствами, при помощи интегральных характеристик потока и дается оценка точности схематизации. Предлагаемая схематизация основана на приближенном методе расчета частотных характеристик магистралей по интегральным характеристикам\*.

Динамические характеристики магистрали рассмотрены при помощи цепочечной матрицы  $\|B\|$ , связывающей параметры потока на концах трубопровода. Введем следующее определение: две магистрали называются эквивалентными в смысле динамических характеристик в диапазоне частот  $\omega_1 - \omega_2$ , если их цепочечные матрицы в этом диапазоне равны или различаются на матрицу с максимальной величиной модуля элемента

$$\Delta_{jk} \leq \bar{\Delta} |B_{jk}|, \quad (1)$$

\* См. статью Р. Н. Старобинского «Приближенный метод расчета частотных характеристик гидравлических магистралей с переменными параметрами потока по интегральным характеристикам». Настоящий сборник, стр. 179.

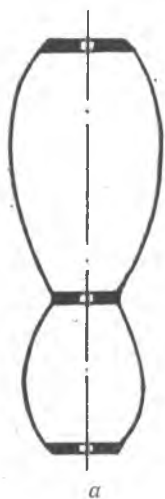
где  $\bar{\Delta}$  — задаваемая относительная погрешность расчета элементов матриц. Элементы матрицы определяются по схеме (1) или по формулам (18) — (21). Оценку точности вычислений можно произвести по формулам (25) — (27).

Перейдем теперь к изложению сущности предлагаемого метода.

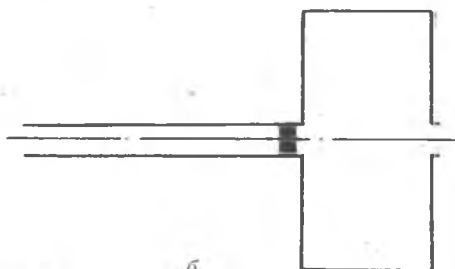
Первое приближение

$$\begin{aligned} B_{11} &= 1 & B_{22} &= 1 \\ B_{21} &= -i\omega C & B_{12} &= -(R + i\omega L). \end{aligned} \quad (2)$$

Если первое приближение удовлетворяет условию точности (1), то из (2) следует, что значение передаточной матрицы  $\|B\|$  при  $x = x_2$  для эквивалентной магистрали зависит лишь от значений интегральных сопротивлений, индуктивностей и емкостей при  $x = x_2$ . Таким образом, за эквивалентную (по первому приближению) магистраль



а



б

Фиг. 1.

может быть принята любая магистраль со статическим сопротивлением  $\frac{2\Delta\rho}{M_0}$ , индуктивностью  $L$  и емкостью  $C$ , равными соответствующим величинам для исходной магистрали. Например, на фиг. 1 изображены исходная (а) и эквивалентная ей по первому приближению (б) магистрали.

$$L_{\text{эКВ}} = \frac{l}{F} = \int_{x_1}^{x_2} \frac{d\xi}{f} \text{ исх.} \quad (3)$$

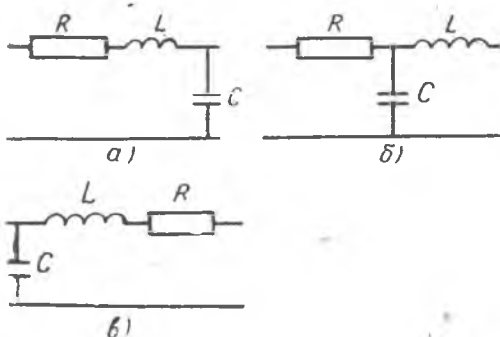
$$C_{\text{эКВ}} = \frac{V_{\text{емк}}}{a^2} = \int_{x_1}^{x_2} \frac{dV}{a^2} \text{ исх.} \quad (4)$$

$$R_{\text{эКВ}} = \frac{2}{M_0} \Delta\rho_{\text{исх.}} \quad (5)$$

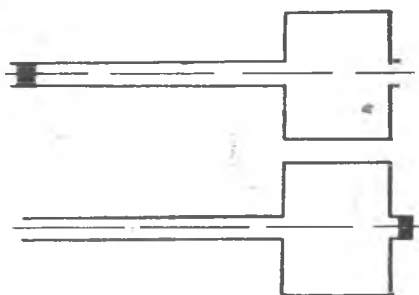
Оценка точности для элемента матрицы  $\|B\|$  может быть несколько ужесточена по сравнению с рядами (25) [1] и для малых  $\Theta$  принята

$$\begin{aligned} \text{для } j &= k \quad \bar{\Delta}_{jk} < \Theta^2, \\ \text{для } j &\neq k \quad \bar{\Delta}_{jk} < \frac{\Theta^2}{4}. \end{aligned} \quad (6)$$

Эквивалентные электрические схемы первого приближения приведены на фиг. 2. Соответственно этим электрическим схемам можно построить и гидравлические схемы (фиг. 1, 3). Могут быть построены и другие схемы, удовлетворяющие условиям (3), (4), (5).



Фиг. 2.



Фиг. 3.

### Второе приближение

$$B_{11} = 1 + i\omega \int_{x_1}^{x_2} CdR + (i\omega)^2 \int_{x_1}^{x_2} CdL, \quad B_{22} = 1 + i\omega \int_{x_1}^{x_2} RdC + (i\omega)^2 \int_{x_1}^{x_2} LdC.$$

$$B_{21} = -i\omega C, \quad B_{12} = -(R + i\omega L), \quad (7)$$

интегралы  $\int_{x_1}^{x_2} CdL$  и  $\int_{x_1}^{x_2} CdR$  сводятся к интегралам  $\int_{x_1}^{x_2} LdC$  и  $\int_{x_1}^{x_2} RdC$ . Точность для  $B_{11}$  и  $B_{22}$  в этом приближении может быть оценена как  $\bar{\Delta} \approx \frac{\Theta^2}{16}$ .

Если условия точности в данном приближении удовлетворяются, то аналогично первому приближению эквивалентная магистраль должна удовлетворять условиям (2) и (8).

$$\int_{x_1}^{x_2} R_{\text{экр}} dC_{\text{экр}} = \int_{x_1}^{x_2} RdC_{\text{исх}} = R_{\text{ср исх}} C_{\text{исх}}. \quad \int_{x_1}^{x_2} L_{\text{экр}} dC_{\text{экр}} = \int_{x_1}^{x_2} LdC_{\text{исх}} = L_{\text{ср исх}} C_{\text{исх}}. \quad (8)$$

Интегралы (8) вычисляются любым доступным методом, координата  $x$  используется как параметр.

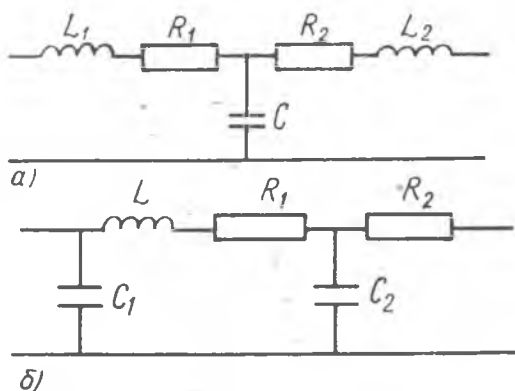
Некоторые из возможных эквивалентных электрических схем такой магистрали приведены на фиг. 4. Соответственные эквивалентные гидравлические схемы приведены на фиг. 5. Например, для схемы 4а условия (3), (4) (5), (8) означают

$$R_1 = R_{\text{исх ср}}, \quad L_1 = L_{\text{исх ср}}, \quad C = C_{\text{исх}}, \quad (9)$$

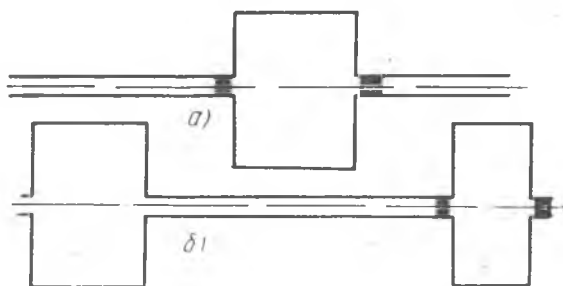
$$R_2 = R_{\text{исх}} - R_{\text{исх ср}}, \quad L_2 = L_{\text{исх}} - L_{\text{исх ср}}.$$

Из уравнений (9) определяются все параметры эквивалентной магистрали (фиг. 5а).

Последние условия (8) являются условиями равенства средних значений интегральных сопротивлений и индуктивностей эквивалентной и исходной магистрали по ее емкости  $C$ . Дополнительные условия (8) увеличивают минимально необходимое число элементов в эквивалентной магистрали на 2. Таким образом, эквивалентная по второму приближению магистраль должна состоять из пя-



Фиг. 4.



Фиг. 5.

ти сосредоточенных элементов. Аналогичным образом могут быть рассмотрены и последующие приближения. При их рассмотрении появляются дополнительные условия, которым должна удовлетворять эквивалентная магистраль. Соответственно увеличивается минимально необходимое число элементов для ее построения. Хотя точность расчетов при увеличении числа приближений возрастает быстрее минимально необходимого числа элементов, из соображений простоты построения и наглядности целесообразно строить эквивалентную магистраль по второму приближению. Если это приближение не удовлетворяет условиям точности, следует разбить магистраль на участки (уменьшить  $\Theta$ ).

После этого методами, хорошо разработанными в электротехнике, можно объединить некоторые элементы эквивалентных магистралей и уменьшить количество элементов в схеме.

Выбираемый вид эквивалентной схемы (расположение элементов в ней) определяется видом гидравлической системы в целом, возможностью объединения элементов соединяемых магистралей и т. п.

После построения эквивалентных схем магистралей возможно дальнейшее уменьшение числа элементов при их соединении тем же методом, что и для отдельных участков.

В некоторых задачах встречаются случаи, когда  $R \gg \omega L$  или, наоборот,  $L\omega \gg R$ . В первом случае (т. е. при малых частотах или при малой инерции жидкости в системе  $\omega \ll \frac{R}{L}$ ) можно, сохранив лишь значение индуктивности  $L$ , пренебречь ее распределением по магистрали (т. е.  $\int_{x_1}^{x_2} LdC$ ;  $\int_{x_1}^x L^2dC$  и т. д.). Аналогично, во втором случае в магистралях с малым сопротивлением при рассмотрении области частот  $\omega \gg \frac{R}{L}$  можно пренебречь распределением активного сопротивления по емкости системы. При этом количество элементов, необходимых для построения эквивалентных схем сокращается.

Целесообразность применения способа эквивалентных магистралей к анализу динамических явлений в трубопроводах проявляется особенно ярко в случае непостоянного значения стационарного расхода жидкости через систему. При этом, ввиду существенной нелинейности статических характеристик гидравлических систем (наличия гидросопротивлений  $\Delta p \propto M^2$ ), частотные характеристики, рассчитанные для одного стационарного состояния системы, перестают быть верными для другого. Однако предложенная выше схематизация (хотя и основанная на линейной постановке задачи) остается верной и для магистралей с существенной нелинейностью статических характеристик.

Действительно, применяя к таким системам линеаризацию для каждого значения стационарного расхода, мы приходим к эквивалентным схемам, совпадающим со схемой, рассчитанной по одному из значений стационарного расхода. При этом гидравлические сопротивления в эквивалентной схеме принимаются нелинейными, обеспечивающими соответствующее распределение перепадов давления по магистрали. Полученная нелинейная расчетная схема применима к анализу колебательных режимов в нелинейных системах при переходных процессах (при медленном изменении статических параметров) и к некоторым вопросам колебаний в существенно нелинейных системах.

Рассмотренные эквивалентные магистрали (фиг. 3, 5), в которых схематизация производства при помощи элементов с сосре-

доточенными параметрами, являются очень удобными расчетными схемами. Однако физическая реализация таких схем иногда бывает затруднительна. Поэтому, если есть необходимость в физической реализации эквивалентной магистрали (например, при экспериментальном испытании на модели), следует для схематизации выбирать легко реализуемые элементы трубопровода достаточно большего сечения, дросселя и т. п. Пример возможного варианта такой магистрали приведен на фиг. 6.



Фиг. 6.

В заключение отметим, что рассмотренный выше метод схематизации может быть применен и к магистралям, содержащим источники давления и расхода (на основе решения (33) для магистралей с источниками). При этом, например, переменная массовая сила, действующая на все частицы жидкости в магистрали, может быть сведена к источникам, действующим в удобном для расчета сечении и т. п.

### ВЫВОДЫ

Предлагаемый в статье метод позволяет схематизировать физические процессы в гидравлических магистралях сложной формы, по которым течет жидкость с изменяющимися по длине физическими свойствами, и позволяет свести расчет такой магистрали к расчету некоторой эквивалентной магистрали, состоящей из определенного числа сосредоточенных элементов, или построить легко реализуемые модели системы. Изложенный метод схематизации применим как к линейным системам, так и к системам с существенной нелинейностью статических характеристик для расчета переходных и колебательных процессов. Схематизация производится на основе интегральных характеристик системы, которые могут быть весьма просто рассчитаны или определены экспериментально. Изложенный здесь метод можно применить к задачам схематизации электрических и механических систем.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Р. Н. Старобинский. «К вопросу об интегрировании дифференциальных уравнений «неоднородной» линии с распределенными параметрами». Радиоэлектроника в народном хозяйстве. Сборник трудов НТО им. Попова, г. Куйбышев, 1966.
2. И. А. Чарный. «Неустановившееся движение реальной жидкости в трубах». Госиздат ТТЛ, Москва—Ленинград, 1951.
3. Ю. Гризодуб. «Исследование распространения колебаний давления разветвленными трубопроводами применительно к трубопроводам топливных систем реактивных двигателей». Докторская диссертация МАИ.