

Ю.А.Равикович, А.А.Зырянов, Е.В.Лямин

УПРАВЛЕНИЕ СПЕКТРОМ СОБСТВЕННЫХ ЧАСТОТ
СЛОЖНЫХ РОТОРНЫХ МАШИН
НА ОСНОВЕ ОПТИМАЛЬНОГО ВЫБОРА ПАРАМЕТРОВ ОПОР

Одной из мер, снижающих виброактивность роторных машин, является установка ротора на упругодемпферные опоры. При этом упругие свойства опор позволяют влиять на спектр собственных частот ротора, а их демпфирование дает возможность снизить виброактивность ротора на критических режимах до допустимых пределов.

Конструкции ряда авиационных и судовых агрегатов, энергетических машин представляют собой многоопорные роторные системы.

На основе метода начальных параметров [1] авторами разработаны методики расчета колебаний многоопорных роторов с произвольными распределениями масс и жесткостей по их длине, реализованные в качестве пакета прикладных программ для ЭВМ серии ЕС.

Для построения динамически эквивалентной схемы (рис. 1) ротор разбивают на участки в характерных точках (места расположения опор, дисков и т.д.). Массу сосредоточивают в узлах (указанных сечениях) и определяют податливость участков.

Метод начальных параметров в матричной форме дает связь между параметрами начала и конца ротора. Во всех случаях на каждом из концов ротора из четырех параметров - перемещение, угол поворота сече-



Р и с. 1. Схема ротора

ния, изгибающий момент и перерезывающая сила - два обращаются в нуль (по условиям закрепления), и из матричного уравнения можно записать два линейных однородных уравнения относительно двух других, отличных от нуля, параметров. Нетривиальные решения эти уравнения будут иметь только в том случае, если определитель системы станет равным нулю. Так приходим к частотному уравнению, корнями которого являются собственные (а следовательно, и резонансные) частоты колебаний исследуемой роторной системы:

$$\Delta(\omega_i) = 0, \quad (1)$$

где $\omega_i = \omega_i(c_1, \dots, c_j, \dots, c_k)$; K - число опор; c_j - жесткость j -й опоры.

Решение уравнения (1) ведется подбором частот с последующим уточнением методом деления интервала пополам.

При формировании матриц производится приведение их коэффициентов к безразмерному виду. Использование безразмерных эквивалентных матриц и алгоритмов вычислений, учитывающих большую разреженность матриц, позволяет значительно сократить время вычислений и объем памяти, необходимый для размещения коэффициентов матриц.

Для снижения виброактивности роторных машин важной задачей является оценка спектра собственных частот будущей машины с целью отстройки опасных резонансных режимов от зоны рабочих частот вращения ротора еще на этапе проектирования.

Сформулируем эту задачу математически. Обозначим нижние и верхние границы рабочего диапазона частот вращения проектируемой роторной машины соответственно через ω_H и ω_B . В качестве критерия удаленности частот F могут быть выбраны функции

$$F_1 = \min_{i \in I_1} \left\{ \min_{i \in I_1} (\omega_i - \omega_H)^2, \min_{i \in I_2} (\omega_i - \omega_B)^2 \right\},$$

$$F_2 = \min_{i \in I_1} \left\{ \min_{i \in I_1} |\omega_i - \omega_H|, \min_{i \in I_2} |\omega_i - \omega_B| \right\}, \quad (2)$$

$$I_1 = \{i \geq 1 \mid \omega_i \leq \omega_H\},$$

$$I_2 = \{i \geq 1 \mid \omega_i \geq \omega_B\}.$$

Функции F_1 и F_2 являются функциями векторного параметра $C = (c_1, \dots, c_k)$ и, вычисленные в точке, дают наименьшую величину отклонения спектра резонансных частот от интервала рабочих режимов. Зададим двухсторонние ограничения на каждый компонент вектора:

$$\alpha_j \leq c_j \leq \beta_j, \quad j = 1, 2, \dots, k.$$

Решения, при которых частоты ω_i попадают в рабочий диапазон, являются недопустимыми. Потребуем, чтобы выполнялись включения

$$\omega_i \in [0, \omega_H] \cup [\omega_B, +\infty), \quad i = 1, 2, \dots \quad (3)$$

Таким образом, задача отстройки резонансных режимов от зоны рабочих частот в общем виде может быть сформулирована в виде

$$\max \{F(c) | c \in \Omega\}, \quad (4)$$

где $\Omega = \{c | \alpha \leq c \leq \beta, \omega_i \in [0, \omega_H] \cup [\omega_B, +\infty)\}$.

Здесь $\alpha = (\alpha_1, \dots, \alpha_k), \beta = (\beta_1, \dots, \beta_k)$.

При проектировании часто важным является требование того, чтобы определенные собственные частоты лежали до или после рабочего диапазона. С учетом этого ограничение (3) удобно записывать в другом виде. Допустим, что в интервал от 0 до ω_H должно попадать не более Z первых резонансных частот. Тогда условие (3) принимает вид

$$\omega_i \leq \omega_H, \quad i = 1, \dots, m; \quad \omega_i \geq \omega_B, \quad i = m+1, \dots,$$

где $m = \min \{ \nu | 1 \leq \nu \leq Z+1; \omega_\nu \geq \omega_B \}$.

Частным случаем задачи (4) является проектирование однорежимного ротора. Предположим, что $\omega_H = \omega_B = \omega_p$ (ω_p - рабочая частота ротора), тогда функции, определяемые соотношениями (2), можно записать в виде

$$F_1 = \min_{i > 1} (\omega_i - \omega_p)^2; \quad F_2 = \min_{i > 1} |\omega_i - \omega_p|.$$

Численное решение задачи (4) может быть получено различными методами. Однако при выборе алгоритма решения этой задачи надо учитывать объем вычислений, требуемый для определения резонансных частот $\omega_1, \omega_2, \dots$ при фиксированных величинах C_1, \dots, C_k .

Желание получить достаточно корректную математическую модель ротора приводит к увеличению узлов разбиения в методе начальных параметров, а это, в свою очередь, вызывает увеличение объема вычислений, требуемых для определения резонансных частот. В связи с этим целесообразно для решения задачи (4) применять достаточно простой, не требующий большого числа вычислений функции метод случайного поиска [2] с последовательным сужением допустимой области ограничений на параметры C_1, \dots, C_k .

Была решена задача оптимального построения местопорядка ротора (см. рис. 1)

$$\max F(c_1, \dots, c_6), \quad c_1, \dots, c_6 \in \Omega, \quad (5)$$

$$\text{где } F(c_1, \dots, c_6) = \min_{i \gg 1} (\omega_i - \omega_p)^2$$

$$\text{и } \Omega = \left\{ 0,1 \cdot 10^{10} \frac{H}{M} \leq c_j \leq 10^{10} \frac{H}{M}, j=1, \dots, 6; \omega_3 \geq \omega_p \right\}.$$

Алгоритм решения задачи (5) был следующим. Выбиралась начальная точка $c^0 = 0,25 \cdot 10^{10} \frac{H}{M}$. В этой точке значение функции $F(c^0) = 14,3$.

Используя генератор случайных чисел, генерировалось ℓ случайных точек в области Ω , в которых вычислялась функция F . Выбиралась точка, в которой значение функции было наибольшим. Область с центром в лучшей точке сужалась. Такая процедура повторялась p раз.

Просчитывалась также модификация задачи (5), которая отличалась лишь структурой множества Ω_1 допустимых решений. Полагалось, что

$$\Omega_1 = \left\{ 0,1 \cdot 10^{10} \frac{H}{M} \leq c_j \leq 10^{10} \frac{H}{M}, j=1, \dots, 6; \omega_3 \geq \omega_p; c_1 = c_2 = c_3, c_5 = c_6 \right\}.$$

Алгоритм реализован на языке ФОРТРАН-IV для ЭВМ серии ЕС. Результаты расчетов для местной опоры ротора приведены в табл. 1 и 2.

Анализ полученных данных показывает, что существуют допустимые решения, близкие по значениям целевой функции, но достаточно отличающиеся по найденным точкам. Ясно, что некоторые из полученных результатов могли бы быть отброшены в процессе решения задачи, если ввести дополнительные условия на соотношения коэффициентов жесткостей опор (например, чтобы на участках с большей массой жесткости опор были задано больше по сравнению с остальными). Тогда бы для рассмотренного примера в табл. 1 отсутствовали решения 1 и 2, а в табл. 2 - решения 1, 2 и 3.

Проведенное исследование показало также, что для выбранной целевой функции наиболее эффективным является использование одного шага ($p = 1$), но с большим числом бросаний ℓ . Применение последовательного сужения допустимой области ограничений на параметры нерационально.

Полученные результаты показывают, что разработанные методики позволяют успешно решать задачи оптимального построения сложных ро-

Т а б л и ц а 1

Решение	$C_1 \cdot 10^{-10} \frac{H}{M} = C_2 \cdot 10^{-10} \frac{H}{M} = C_3 \cdot 10^{-10} \frac{H}{M}$	$C_4 \cdot 10^{-10} \frac{H}{M}$	$C_5 \cdot 10^{-10} \frac{H}{M} = C_6 \cdot 10^{-10} \frac{H}{M}$	Спектр частот,	$\frac{рад}{с}$	$F(c), \frac{рад}{с}$	p	t
1	0,305	0,524	0,248	82	333	361,0	10	20
2	0,304	0,381	0,238	82	332	358,0	5	40
3	0,462	0,388	0,974	86	364	2432,0	2	100
4	0,456	0,554	0,911	86	363	2292,8	1	200

Т а б л и ц а 2

Решение	$C_1 \cdot 10^{-10} \frac{H}{M}$	$C_2 \cdot 10^{-10} \frac{H}{M}$	$C_3 \cdot 10^{-10} \frac{H}{M}$	$C_4 \cdot 10^{-10} \frac{H}{M}$	$C_5 \cdot 10^{-10} \frac{H}{M}$	$C_6 \cdot 10^{-10} \frac{H}{M}$	Спектр частот,	$\frac{рад}{с}$	$F(c), \frac{рад^2}{с^2}$	p	t
1	0,169	0,406	0,680	0,649	0,107	0,993	79	365	2696,0	10	20
2	0,184	0,425	0,593	0,722	0,118	0,824	79	365	2650,0	5	40
3	0,103	0,433	0,661	0,769	0,205	0,199	81	370	2393,9	2	100
4	0,134	0,581	0,615	0,196	0,712	0,808	85	380	2774,9	1	200

торных систем еще на стадии проектирования и, как следствие, задачи повышения вибрационной прочности и надежности машины.

Л и т е р а т у р а

1. Бабаков И.М. Теория колебаний. - М.: Наука, 1968. - 560 с.

2. Растргин Л.А. Статистические методы поиска. - М.: Наука, 1968. - 240 с.

УДК 621.822.5

Л.М.Рудман, Д.Е.Чегодаев

ОПТИМИЗАЦИЯ ВИБРОЗАЩИТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ДИНАМИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ЗЕНЕРА, ПОДВЕРГАЕМОЙ ПЕРИОДИЧЕСКОМУ КИНЕМАТИЧЕСКОМУ ВОЗБУЖДЕНИЮ

Широкий класс газо- и гидростатических виброзащитных устройств может быть описан моделью Зенера (рис. 1) [1].

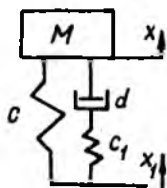
Важной задачей является выбор параметров модели таким образом, чтобы при периодическом кинематическом возбуждении $x_1 = A_1 \sin \omega_{\text{раб}} t$ фиксированной ("рабочей") частоты $\omega_{\text{раб}}$ амплитуда установившихся вынужденных колебаний массы была наименьшей при условии, что амплитуда на резонансной частоте не превысила бы заданной величины.

1. Постановка задачи

Пусть $R(\omega)$ - коэффициент передачи - отношение амплитуды установившихся вынужденных колебаний массы при возбуждении системы перемещением основания $x_1 = A_1 \sin \omega t$ к амплитуде A_1 возбуждающих колебаний.

Собственную частоту модели $\rho_0 = \sqrt{\frac{c}{m}}$ будем считать заданной. Известно [2], что

$$R(\omega) = \sqrt{\frac{1 + ux}{(1-x)^2 + ux(1-kx)^2}},$$



Р и с. 1. Динамическая модель Зенера: m - масса; c, c_1 - коэффициенты жесткости; d - коэффициент вязкого трения; x - перемещение массы; x_1 - перемещение основания

(1)