

А. И. ГЛЕЙЗЕР

ВЕРОЯТНОСТНАЯ ОЦЕНКА ИСХОДНОЙ НЕУРАВНОВЕШЕННОСТИ И ЭФФЕКТИВНОСТИ БАЛАНСИРОВКИ ГИБКИХ РОТОРОВ АВИАЦИОННЫХ ГТД

Известно, что уровень роторных вибраций газотурбинных двигателей, работающих вблизи критических (резонансных) оборотов, во многом определяется технологией балансировки роторов. Например, при использовании низкооборотных балансировочных станков решающее значение может иметь расположение балансировочных грузов по длине ротора, т. е. выбор плоскостей приведения.

В данной статье изложен метод, позволяющий сравнивать между собой различные схемы уравнивания и определять наиболее эффективную из них. Так как в качестве критерия принят уровень возбуждающих сил, то полученные результаты могут быть использованы для расчета роторных вибраций и подбора параметров демпферов критических скоростей.

1. Исходная неуравновешенность ротора и причины ее возникновения

Исходная неуравновешенность появляется в результате различных погрешностей изготовления. Руководствуясь принятой в теории вероятностей терминологией, разделим эти погрешности на систематические и случайные.

Систематические погрешности возникают в результате различных несовершенств конструкторского и технологического порядка или прямых ошибок (нарушения посадки между узлами и деталями ротора в работе из-за неправильного подбора материалов сопрягаемых деталей или схемы их сопряжения, неправильная настройка балансировочного станка и т. д.). Своевременное предупреждение подобных ошибок является, очевидно, необходимым условием нормальной эксплуатации двигателя, и поэтому они не рассматриваются.

Случайные погрешности неизбежны в процессе любого производства. Они контролируются определенной системой допусков, вызывают смещение и перекося и являются источником неуравновешенности.

Рассмотрим наиболее типичный для авиационных ГТД ротор диско-барабанной конструкции.

Известно, что собранный ротор всегда имеет значительный дисбаланс. Поскольку все его узлы и детали предварительно уравновешиваются, то дисбаланс является результатом тех случайных отклонений центральных осей инерции деталей ротора от оси

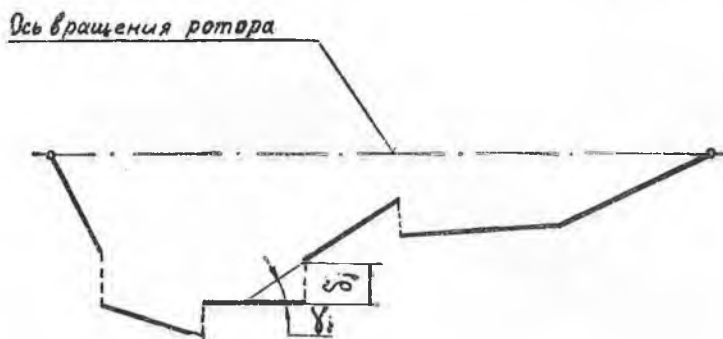


Рис. 1.

вращения, которые создаются в его многочисленных стыках. Центральные оси образуют при этом некоторую пространственную ломаную линию, форма которой при заданных осевых размерах полностью определяется двумя видами величин: изломами осей, измеряемыми углами $\vec{\gamma}_j$, и их смещениями $\vec{\delta}_j$ (рис. 1).

Ниже показано, как на основании известных законов распределения независимых случайных величин $|\vec{\gamma}_j|$, $|\vec{\delta}_j|$ может быть найден закон распределения модуля суммарной неуравновешенности при различных схемах балансировки.

При выведении указанных законов примем два допущения:

1. Учитывая, что $\vec{\gamma}_j$, $\vec{\delta}_j$ являются векторными случайными величинами, предположим, что значения их модулей подчиняются закону распределения Максвелла

$$f(x) = \frac{x}{a^2} \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{x^2}{a^2}\right) \quad (1)$$

с параметрами распределения $\alpha_{\gamma j}$ и $\alpha_{\delta j}$ соответственно.

2. Так как сопрягаемые поверхности деталей данного ротора изготавливаются обычно в одинаковых технических условиях, параметры $\alpha_{\gamma j}$ и $\alpha_{\delta j}$ будем считать одинаковыми для всех стыков, т. е.

$$\left. \begin{aligned} \alpha_{\gamma 1} &= \alpha_{\gamma 2} = \dots \alpha_{\gamma j} = \dots \alpha_{\gamma} \\ \alpha_{\delta 1} &= \alpha_{\delta 2} = \dots \alpha_{\delta j} = \dots \alpha_{\delta} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Значения α_γ и α_δ определяются с помощью специально поставленных опытов.

В частности, для подтверждения сделанных допущений, были использованы результаты балансировки ротора (рис. 2), которая проводилась в два этапа: вначале уравнивались части ротора АС и СВ, а затем — ротор в сборе.

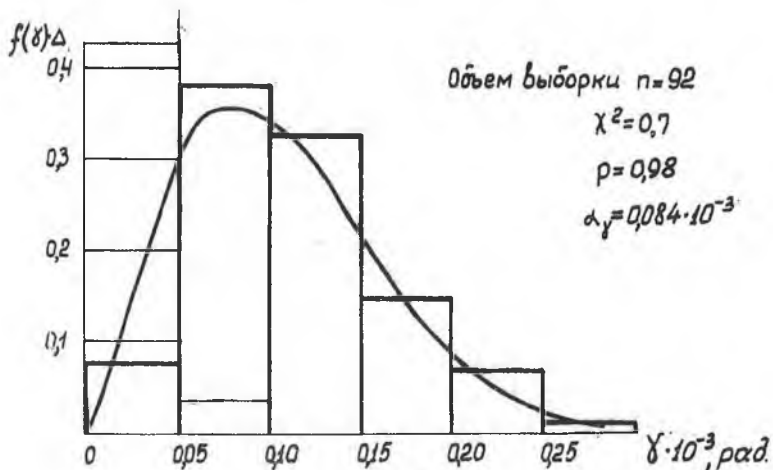


Рис. 2.

Поэтому дисбаланс собранного ротора определяется значениями $\vec{\gamma}_j$ и $\vec{\delta}_j$ в разъеме С, которые находятся из условий статической и динамической уравновешенности:

$$\left. \begin{aligned} U_{Aj} &= m_{Aj} \vec{\gamma}_j + n_{Aj} \vec{\delta}_j \\ U_{Bj} &= m_{Bj} \vec{\gamma}_j + n_{Bj} \vec{\delta}_j \end{aligned} \right\}, \quad (3)$$

где

$$\left. \begin{aligned} m_{Aj} &= \frac{1}{b-a} \sum_{k=1}^{N_1} [G_k \varepsilon_{kj} (b - z_k) + g \Theta_k \gamma_{kj}] \\ m_{Bj} &= \frac{1}{b-a} \sum_{k=1}^{N_1} [G_k \varepsilon_{kj} (z_k - a) - g \Theta_k \gamma_{kj}] \end{aligned} \right\}, \quad (4)$$

$$\left. \begin{aligned} n_{Aj} &= \frac{1}{b-a} \sum_{k=1}^{N_1} \left[G_k \delta_{kj} (b - z_k) + \frac{g}{l} \Theta_k \right] \\ n_{Bj} &= \frac{1}{b-a} \sum_{k=1}^{N_1} \left[G_k \delta_{kj} (z_k - a) - \frac{g}{l} \Theta_k \right] \end{aligned} \right\}; \quad (5)$$

$$\varepsilon_{kj} = \begin{cases} \frac{z_k(l-z_j)}{l} & \text{при } z_k < z_j \\ \frac{(l-z_k)z_j}{l} & \text{при } z_k > z_j \end{cases}; \quad (6)$$

$$\gamma_{kj} = \begin{cases} \frac{l-z_j}{l} & \text{при } z_k < z_j \\ -\frac{z_j}{l} & \text{при } z_k > z_j \end{cases} \quad (7)$$

$$\delta_{kj} = \begin{cases} \frac{z_k}{l} & \text{при } z_k < z_j \\ -\frac{l-z_k}{l} & \text{при } z_k > z_j \end{cases}, \quad (8)$$

N_1 — число деталей ротора (рабочих колес, проставок);

G_k, Θ_k — вес и массовый экваториальный момент инерции K -ой детали;

j — номер рассматриваемого стыка;

$\vec{U}_{Aj}, \vec{U}_{Bj}$ — значения дисбалансов, замеренных в плоскостях уравновешивания A и B и вызванных погрешностями j -го стыка;

g — ускорение силы земного тяготения.

Остальные обозначения приведены на рис. 2.

Значения $|\vec{\gamma}|$ и $|\vec{\delta}|$, полученные для большого числа роторов, были подвергнуты статистическому анализу (рис. 3), из которого следует, что принятое допущение о подчинении $|\vec{v}_j|, |\vec{\delta}_j|$ закону распределения Максвелла соответствует действительности (проверка согласованности теоретического и статистического распре-

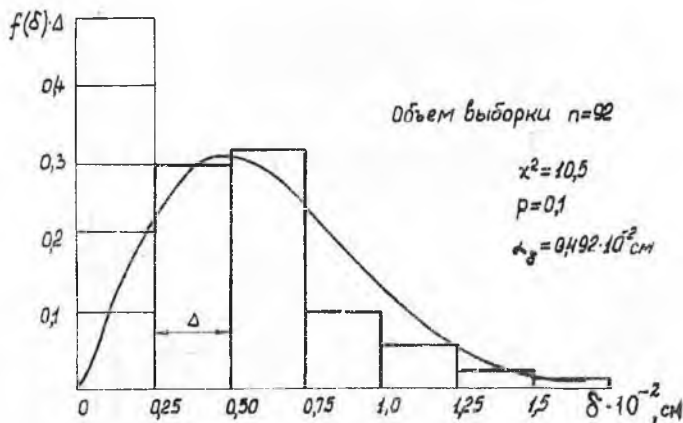


Рис. 3

делений производилась по критерию согласия Пирсона χ^2 [1])
 Значения параметров распределения α_γ и α_δ равны

$$\alpha_\gamma = 0,084 \cdot 10^{-3} \text{ рад.} \quad \alpha_\delta = 0,49 \cdot 10^{-2} \text{ рад.}$$

с границами доверительных интервалов, соответствующих вероятности $\beta = 0,99$, соответственно равными,

$$0,065 \cdot 10^{-3} \leq \alpha_\gamma \leq 0,099 \cdot 10^{-3}, \quad 0,392 \cdot 10^{-2} \leq \alpha_\delta \leq 0,583 \cdot 10^{-2}.$$

Найденные таким образом значения $|\vec{\gamma}|$ и α_γ в отличие от $|\vec{\delta}|$ и α_δ характеризуют не величину излома осей двух смежных деталей, а величину угла между осями частей ротора АС и СВ, относительно которых производилось их уравнивание.

Можно показать, что полученное значение α_γ превышает соответствующее значение для одного стыка, так как угол между осями АС и СВ определяется всеми имеющимися погрешностями. Но и при таком завышенном значении α_γ доля неуравновешенности, вызываемая изломами осей, для рассматриваемых примеров не превышает 3÷5%. Поэтому найденное значение α_γ будет использоваться в качестве первого приближения для дальнейших расчетов.

Для проверки справедливости второго допущения о том, что значения α_γ и α_δ можно принять одинаковыми для всех стыков, вычислим параметры распределения α_ν модулей суммарной неуравновешенности \vec{V} нескольких различных по своей конструкции, но изготавливаемых в одинаковых условиях роторов и сравним их со значениями, полученными экспериментально.

Запишем следующие равенства:

$$\vec{V}_j = A_j \vec{\gamma}_j + B_j \vec{\delta}_j, \quad (9)$$

где \vec{V}_j — суммарная неуравновешенность ротора, обусловленная погрешностями j -го стыка;

$$\left. \begin{aligned} A_j &= \sum_{k=1}^{N_1} G_k \varepsilon_{kj} \\ B_j &= \sum_{k=1}^{N_1} G_k \delta_{kj} \end{aligned} \right\}, \quad (10)$$

причем ε_{kj} , δ_{kj} определяются по (6) и (8).

Тогда суммарная неуравновешенность \vec{V}

$$\vec{V} = \sum_{j=1}^{N_2} [A_j \vec{\gamma}_j + B_j \vec{\delta}_j], \quad (11)$$

где N_2 — число стыков ротора.

Так как $|\vec{\gamma}_j|$, $|\vec{\delta}_j|$ подчиняются закону распределения Максвелла,

то модуль суммарного вектора \vec{V} подчиняется тому же закону с параметром

$$\alpha_v = \sqrt{\alpha_\gamma^2 \sum_{j=1}^{N_3} A_j^2 + \alpha_\delta^2 \sum_{j=1}^{N_4} B_j^2}. \quad (12)$$

Результаты расчетного и экспериментального определения параметров α_v приведены в табл. 1 и на рис. 4÷9.

Таблица 1

Вид ротора	№ 1	№ 2	№ 3	№ 4	№ 5	№ 6
Число стыков	4	4	13	13	2	3
$\sum A_j^2$	$39,4 \cdot 10^6$	$56,8 \cdot 10^6$	$9,4 \cdot 10^6$	$17,1 \cdot 10^6$	$6,8 \cdot 10^6$	$19 \cdot 10^6$
$\sum B_j^2$	$4,13 \cdot 10^4$	$5,95 \cdot 10^4$	$2,26 \cdot 10^4$	$2,97 \cdot 10^4$	$0,17 \cdot 10^4$	$4,15 \cdot 10^4$
α_v расч (кГ·см)	1,12	1,35	0,708	0,913	0,3	1,02
α_v эксп (кГ·см)	0,92	0,93	0,69	0,93	0,53	0,98

Полученные результаты свидетельствуют о том, что статистическое распределение модулей суммарной неуравновешенности действительно близко к закону распределения (1), а значения α_v , подсчитанные на базе значений α_γ и α_δ одного из разъемов, удовлетворительно совпадают с экспериментальными данными.

Таким образом, принятые допущения можно считать соответствующими действительности.

2. Вероятностная оценка исходной неуравновешенности и эффективности балансировки

Уровень роторных вибраций при работе двигателя в условиях резонанса (на критических оборотах) определяется не степенью статической или динамической уравновешенности ротора, а значениями величин [2]

$$\vec{K}_i = \int_0^l \vec{q}(z) \eta_i(z) dz + \int_0^l \vec{m}(z) \eta_i'(z) dz, \quad (13)$$

где $\vec{q}(z)$, $\vec{m}(z)$ — законы распределения силовой и моментной неуравновешенности по длине ротора;

$\eta_i(z)$ — i -ая форма собственных колебаний ротора в системе;
 l — длина ротора.

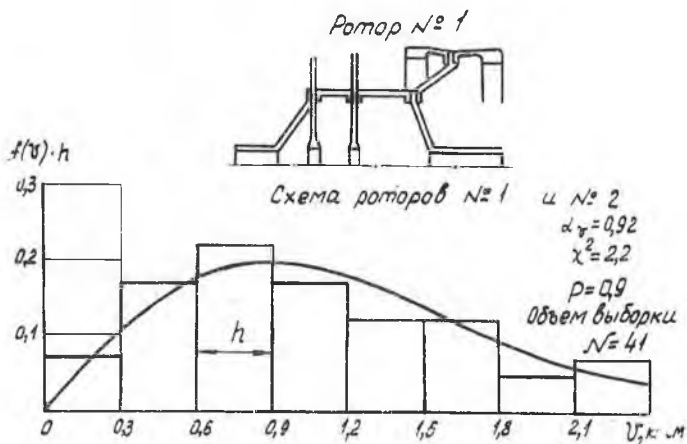


Рис. 4.

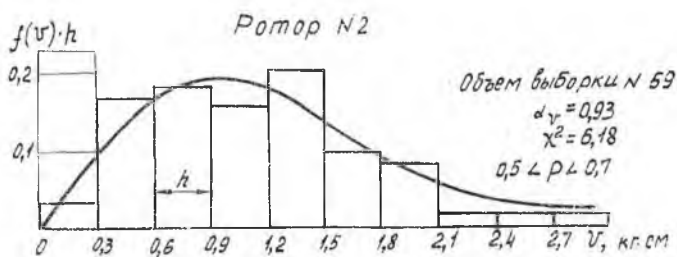


Рис. 5.

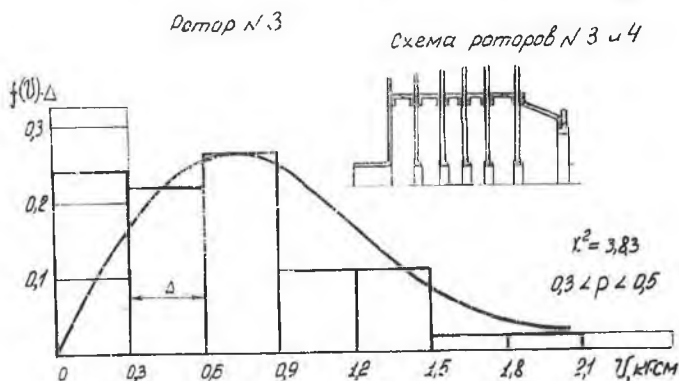


Рис. 6.

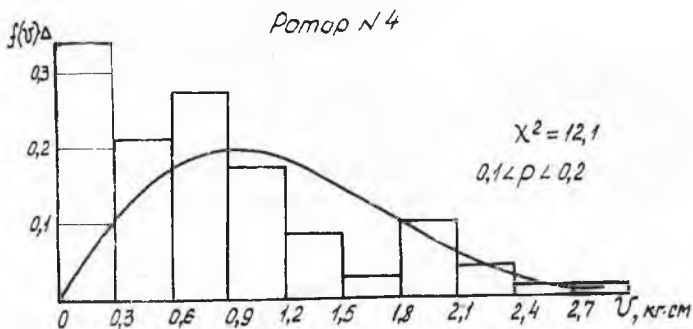


Рис. 7.

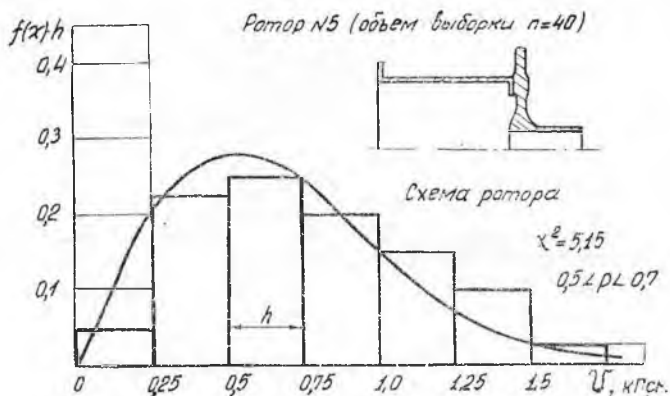


Рис. 8.

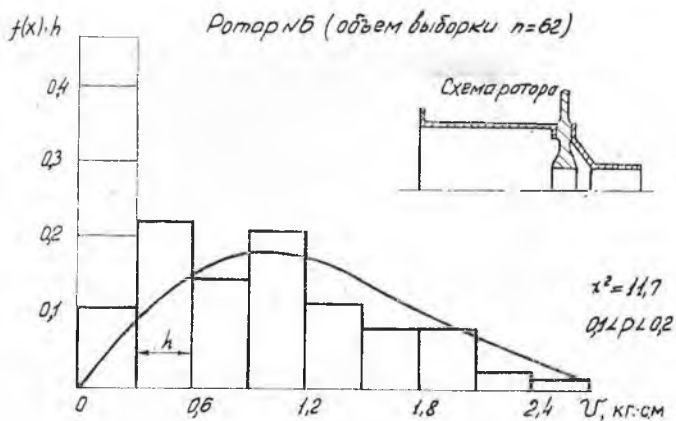


Рис. 9.

Так, при работе вблизи первой критической скорости условием низкого уровня вибраций будет $K_1 \approx 0$. Если возможна работа как вблизи первой, так и вблизи второй критических скоростей, то это условие распадается на два: $K_1 \approx 0$, $K_2 \approx 0$ и т. д.

Покажем на примере ротора рис. 2, как зависит величина $|\vec{K}_i|$ от схемы уравнивания.

Рассмотрим следующие четыре случая.

1. **Ротор не балансируется.** Тогда на основании (13) и описанного выше механизма возникновения исходной неуравновешенности имеем

$$\vec{K}_i^{(1)} = \sum_{j=1}^{N_2} [p_{ij}^{(1)} \vec{\gamma}_j + q_{ij}^{(1)} \vec{\delta}_j], \quad (14)$$

где

$$\left. \begin{aligned} p_{ij}^{(1)} &= \sum_{k=1}^{N_1} [G_k \varepsilon_{jk} \eta_i(z_k) + g \Theta_k \gamma_{jk} \eta'_i(z_k)] \\ q_{ij}^{(1)} &= \sum_{k=1}^{N_1} \left[G_k \delta_{jk} \eta_i(z_k) + \frac{g}{l} \Theta_k \gamma'_{ik}(z_k) \right] \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

Модуль случайного вектора $\vec{K}_i^{(1)}$ подчиняется закону распределения (1) с параметром

$$\alpha_k^{(1)} = \sqrt{\alpha_\gamma^2 \sum_{j=1}^{N_2} (p_{ij}^{(1)})^2 + \alpha_\delta^2 \sum_{j=1}^{N_2} (q_{ij}^{(1)})^2} \quad (16)$$

Параметры распределения величин $|\vec{K}_i|$ для других рассматриваемых случаев находятся аналогично.

2. **Ротор уравнивается статически и динамически в плоскостях А и В.** В этом случае величина \vec{K}_i должна определяться с учетом уравнивающих грузов \vec{U}_A и \vec{U}_B , равных

$$\left. \begin{aligned} \vec{U}_A &= \sum_{j=1}^{N_2} [m_{Aj} \vec{\gamma}_j + n_{Aj} \vec{\delta}_j] \\ \vec{U}_B &= \sum_{j=1}^{N_2} [m_{Bj} \vec{\gamma}_j + n_{Bj} \vec{\delta}_j] \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

Тогда

$$\vec{K}_i^{(2)} = \sum_{j=1}^{N_2} [p_{ij}^{(2)} \vec{\gamma}_j + q_{ij}^{(2)} \vec{\delta}_j], \quad (18)$$

где

$$\left. \begin{aligned} p_{ij}^{(2)} &= p_{ij}^{(1)} - m_{Aj} \eta_i(a) - m_{Bj} \eta_i(b) \\ q_{ij}^{(2)} &= q_{ij}^{(1)} - n_{Aj} \eta_i(a) - n_{Bj} \eta_i(b) \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

3. Ротор балансируется в два этапа: вначале уравниваются части ротора AC и CB ; затем ротор собирается по среднему стыку, а возникающий при этом дисбаланс компенсируется путем постановки дополнительных грузов в плоскостях A и B .

Введем обозначения:

n — номер стыка, по которому собираются части ротора AC и CB ;

$\vec{U}'_A, \vec{U}'_C, \vec{U}''_C, \vec{U}'_B$ — уравнивающие грузы, полученные при балансировке AC и CB ;

$\vec{U}_{A3}, \vec{U}_{B3}$ — суммарное значение уравнивающих грузов в плоскостях A и B при данной схеме балансировки.

Учитывая, что системы грузов, полученные при балансировке ротора по второй и третьей схемам, отвечают одним и тем же условиям статической и динамической уравновешенности, имеем

$$\left. \begin{aligned} \vec{U}_{A3} &= \vec{U}_A - (\vec{U}'_C + \vec{U}''_C) \frac{b-c}{b} \\ \vec{U}_{B3} &= \vec{U}_B - (\vec{U}'_C + \vec{U}''_C) \frac{c}{b} \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

Значения уравнивающих грузов AC и CB находятся из равенств:

$$\left. \begin{aligned} U'_A &= \sum_{j=1}^{N_{AC}} [m'_{Aj} \vec{\gamma}_j + n'_{Aj} \vec{\delta}_j] \\ U'_C &= \sum_{j=1}^{N_{AC}} [m'_{Bj} \vec{\gamma}_j + n'_{Bj} \vec{\delta}_j] \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

$$\left. \begin{aligned} U''_C &= \sum_{j=1}^{N_{CB}} [m''_{Aj} \vec{\gamma}_j + n''_{Aj} \vec{\delta}_j] \\ U'_B &= \sum_{j=1}^{N_{CB}} [m''_{Bj} \vec{\gamma}_j + n''_{Bj} \vec{\delta}_j] \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

где N_{AC}, N_{CB} — число стыков AC и CB , а коэффициенты $m'_{Aj} \div n'_{Bj}, m''_{Aj} \div n''_{Bj}$ определяются по (4) и (5) для частей ротора AC и CB соответственно.

Тогда

$$\vec{K}_i^{(3)} = \sum_{j=1}^{N_{AC}+N_{CB}} [p_{ij}^{(3)} \vec{\gamma}_j + q_{ij}^{(3)} \vec{\delta}_j] + p_{in}^{(2)} \vec{\gamma}_n + q_{in}^{(2)} \vec{\delta}_n, \quad (23)$$

где

$$\left. \begin{aligned} p_{ij}^{(3)} &= p_{ij}^{(1)} - \gamma_i(a) \left[m_{Aj} - m_{Cj} \frac{b-c}{b} \right] - \gamma_i(b) \left[m_{Bj} - m_{Cj} \frac{c}{b} \right] - \gamma_i(c) m_{Cj} \\ q_{ij}^{(3)} &= q_{ij}^{(1)} - \gamma_i(a) \left[n_{Aj} - n_{Cj} \frac{b-c}{b} \right] - \gamma_i(b) \left[n_{Bj} - n_{Cj} \frac{c}{b} \right] - \gamma_i(c) n_{Cj} \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

Причем m_{cj} , n_{cj} принимаются равными m'_{Bj} и n'_{Bj} , если рассматриваемый стык принадлежит части ротора АС, и равными m''_{Aj} , n''_{Bj} , если стык принадлежит части СВ.

4. Ротор балансируется, как и в случае 3, но дисбаланс, возникающий из-за погрешностей сборки в среднем разъеме, устраняется с таким расчетом, чтобы величина K_{in} , определяемая этими погрешностями, обращалась в нуль. Значение угла $\vec{\gamma}_n$ между осями АС и СВ и их взаимное смещение $\vec{\delta}_n$, определяющие закон распределения неуравновешенности, могут быть найдены по результатам замера дисбалансов \vec{U}_{an} и \vec{U}_{bn} собранного ротора. При такой схеме балансировки исходную неуравновешенность АС и СВ можно рассматривать независимо друг от друга.

Обозначим

$$\left. \begin{aligned} p'_{ij} &= G_k \varepsilon_{jk} \gamma_{ij}(z_k) + g(\Theta_k) \gamma_{jk} \gamma'_{ij}(z_k) \\ q'_{ij} &= G_k \delta_{jk} \gamma_{ij}(z_k) + \frac{g}{l_n} \Theta_k \gamma'_{ij}(z_k) \end{aligned} \right\}, \quad (25a)$$

где ε_{jk} , γ_{jk} , δ_{jk} — определяются по формулам (6)÷(8) для той части ротора, которой принадлежит рассматриваемый стык;

l_n — длина данной части ротора.

Тогда

$$\vec{K}_i^{(4)} = \sum_{j=1}^{N_{AC}+N_{CB}} [p_{ij}^{(4)} \vec{\gamma}_j + q_{ij}^{(4)} \vec{\delta}_j], \quad (25)$$

где

$$\left. \begin{aligned} p_{ij}^{(4)} &= p'_{ij} - \gamma_{ij}(a) m'_A - \gamma_{ij}(c) m'_B \\ q_{ij}^{(4)} &= q'_{ij} - \gamma_{ij}(a) n'_A - \gamma_{ij}(c) n'_B \end{aligned} \right\}, \quad (26)$$

если стык принадлежит части ротора АС, и

$$\left. \begin{aligned} p_{ij}^{(4)} &= p'_{ij} - \gamma_{ij}(c) m''_A - \gamma_{ij}(b) m''_B \\ q_{ij}^{(4)} &= q'_{ij} - \gamma_{ij}(c) n''_A - \gamma_{ij}(b) n''_B \end{aligned} \right\}, \quad (27)$$

если стык принадлежит СВ.

Значения α_k для указанных схем балансировки, вычисленные при α_γ и α_δ , равных верхним границам их доверительных интервалов, приведены в табл. 2.

Таблица 2

Схема балансировки	№ 1	№ 2	№ 3	№ 4
α_k , кг·см	1,27	0,566	0,298	0,2

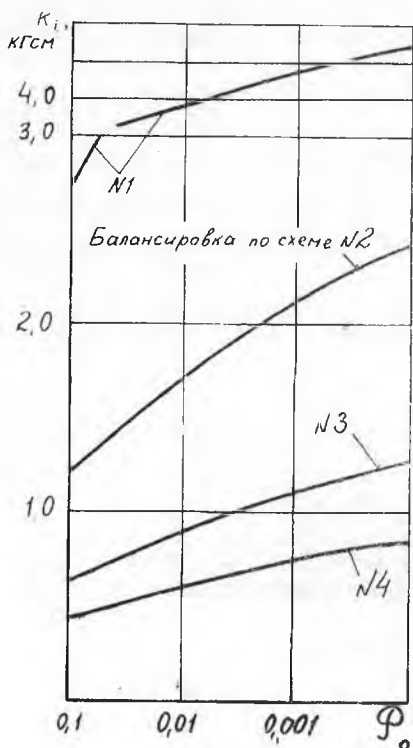


Рис. 10.

Обозначим через P_0 вероятность того, что значение случайной величины $|\vec{K}_i|$ превзойдет некоторое наперед заданное значение K_{i0} .

$$P_0 = \int_{K_{i0}}^{\infty} \frac{K_i}{a_k^2} \exp \times \left(-\frac{1}{2} \frac{K_i^2}{a_k^2} \right) dK_i, \quad (28)$$

откуда

$$K_{i0} = a_k \sqrt{2 \ln \frac{1}{P_0}}. \quad (29)$$

На рис. 10 показаны зависимости между величинами K_{i0} и P_0 для различных схем балансировки.

Как следует из приведенных результатов, наиболее эффективной является четвертая схема балансировки, позволяющая снизить вероятное значение неуравновешенной

возбуждающей силы ротора, работающего вблизи первой критической скорости, более чем в 3 раза по сравнению с обычно принятой балансировкой по опорам.

Метод вероятностной оценки исходной неуравновешенности гибких роторов при их балансировке на низкооборотных станках позволяет выбрать наиболее целесообразную схему балансировки и дать обоснованный расчет уровня роторных вибраций.

ЛИТЕРАТУРА

1. Е. С. Вентцель. Теория вероятностей, ГИФМЛ, М., 1962.
2. А. Ф. Гуров. Расчеты на прочность и колебания в ракетных двигателях. «Машиностроение», 1966.