

УДК 621.317.757

А. А. АВРАМЕНКО, П. П. ВЛАСОВ

ВЛИЯНИЕ ФЛУКТУАЦИИ ОБОРОТОВ НА РЕЗУЛЬТАТЫ СПЕКТРАЛЬНОГО АНАЛИЗА

Спектральный анализ является основным аппаратом обработки вибрационных экспериментов.

Однако применительно к газотурбинной технике спектральный анализ имеет ряд ограничений, связанных с флуктуацией оборотов. Относительная величина этих флуктуаций невелика (от $\pm 0,4\%$ до $\pm 1\%$), но в связи с расширением частотного диапазона измеряемых вибраций учет их, особенно в области высоких частот, становится необходимым.

Представим компоненту вибрационного сигнала, вызванную вибрацией определенного узла двигателя, в следующем виде:

$$s(t) = A_0 \cos [kz \omega_{\text{рот}} t + \varphi(t)], \quad (1)$$

где A_0 — амплитуда компоненты;

k — номер гармоники, $k = 1, 2, 3, \dots$;

z — число лопаток или зубцов данного узла двигателя (для роторных компонент $z = 1$);

$\varphi(t)$ — случайный процесс, описывающий закон изменения фазы компоненты.

Обозначим $kz \omega_{\text{рот}} = \omega_0 = \omega_0$ и учтем, что в данном случае

$$\varphi(t) = \sigma_\omega \int a(t) dt. \quad (2)$$

В данном выражении $\sigma_\omega = 2\pi\sigma_f$ — среднеквадратичное отклонение частоты, равное

$$\frac{1}{3} \delta kz \omega_{\text{рот}} - \frac{1}{3} \delta \omega_0, \quad (3)$$

$a(t)$ — модулирующая случайная функция, имеющая энергетический спектр $G_a(\omega)$.

Энергетический спектр сигнала типа зависимости (1) равен [2]:

$$G(\omega) = \frac{0,5 A_0^2}{\pi} \int_0^{\infty} e^{-\tau^2 \omega} \int_0^{\infty} \frac{G_a(\omega) (1 - \cos \omega \tau)}{\omega^2} d\omega \cos(\omega - \omega_0) \tau d\tau.$$

Для дальнейших вычислений необходимо знание энергетического спектра модулирующего случайного процесса $a(t)$. Флуктуации оборотов ротора вызываются многими одновременно действующими причинами, например, пульсациями в системе подачи топлива, периодическим поднятием и опусканием центра тяжести вращающегося вала, случайными изменениями условий обтекания лопаток [1], [3] и т. д. Все эти возмущения обрабатываются системой автоматического регулирования, описываемой дифференциальными уравнениями. Например, в III система регулирования совместно с ротором двигателя выражается дифференциальным уравнением пятого порядка. При этом инерционность всей системы сказывается в том, что система отзывается на возмущения, ограниченные частотным диапазоном до некоторой определенной частоты Ω_a . Высокий порядок дифференциального уравнения приводит к крутому спаду частотной характеристики системы автоматического регулирования совместно с валом выше частоты Ω_a . Поэтому примем спектр модулирующей функции равномерным до частоты Ω_a :

$$G_a(\omega) = \begin{cases} \frac{1}{\Omega_a} = \frac{1}{2\pi Fa} & \text{при } \omega \leq \Omega_a \\ 0 & \text{при } \omega > \Omega_a. \end{cases} \quad (5)$$

Частоту Ω можно определить из времени приемистости двигателя следующим образом. При любом законе модуляции частота компоненты не может изменяться быстрее, чем на приемистости. Определим скорость изменения частоты при синусоидальной модуляции. Мгновенная частота компоненты при этом

$$f(t) = f_0 + \Delta f \sin \Omega_m t, \quad (6)$$

где $\Delta f = \delta k z f_{\text{рот}}$ — амплитуда изменения частоты;
 Ω_m — модулирующая частота, примем $\Omega_m = \Omega_a$.

Максимальная скорость изменения частоты определится как производная в точке, где $\sin \Omega_m t = 0$, т. е.

$$f(t) = \Delta f \Omega_a \delta k z f_{\text{рот}} \Omega_a. \quad (7)$$

С другой стороны, из приемистости максимальная скорость изменения частоты компоненты

$$\frac{n_{\text{ном}} - n_{\text{м.г}}}{60 t_{\text{пр}}} k z, \quad (8)$$

где $n_{\text{ном}}$ — номинальные обороты;

$n_{\text{м.г}}$ — обороты малого газа.

Приравнявая (7) и (8), получаем

$$\Omega_a = \frac{n_{\text{ном}} - n_{\text{м.г}}}{60 t_{\text{пр}} \delta f_{\text{рот}}} = \frac{c_{\text{пр}}}{\delta f_{\text{рот}}}, \quad (9)$$

где $c_{\text{пр}} = \frac{n_{\text{ном}} - n_{\text{м.г}}}{60 t_{\text{пр}}}$ — скорость изменения частоты вращения ротора при приемистости.

Определив вид энергетического спектра модулирующего воздействия, продолжим вычисление спектра компоненты. Подставив значение $G_a(\omega)$ из (5) в (4), получим

$$G(\omega) = \frac{0,5 A_0^2}{\pi} \int_0^{\infty} e^{-\tau^2 \omega} \int_0^{\omega} \frac{1 - \cos \omega \tau}{\Omega_a^2 \omega^2} d\omega \cos(\omega - \omega_0) \tau d\tau. \quad (10)$$

Решение разбивается на 2 случая:

$$G(\omega) = \begin{cases} 0,5 \frac{\frac{\tau^2 \omega}{2 \Omega_a}}{\left(0,5 \frac{\tau^2 \omega}{\Omega_a}\right)^2 + (\omega - \omega_0)^2} \text{ при } \frac{\tau \omega}{\Omega_a} \leq 0,8 \\ 0,5 A_0^2 / \sqrt{2\pi} \tau \omega l \frac{-(\omega - \omega_0)^2}{2 \tau^2 \omega} \text{ при } \frac{\tau \omega}{\Omega_a} \geq 1,2. \end{cases} \quad (11)$$

Определим отношение среднеквадратического отклонения частоты к частоте модуляции:

$$\frac{\sigma_{\omega}}{\Omega_a} = \frac{2\pi}{3} k z \frac{(\delta f_{\text{рот}})^2}{c_{\text{пр}}}. \quad (12)$$

Вычислив по данной формуле для конкретного двигателя отношение σ_{ω} к Ω_a , можно выбрать нужное описание спектра компоненты.

Определим ширину спектра компоненты вибрационного сигнала P_f , т. е. интервала частот около $f_0 = k z f_{\text{рот}}$, на границах которого спектральная плотность составляет половину своего максимального значения:

$$P_f = \begin{cases} \pi \sigma_f^2 / F_a = 2\pi^2 \cdot \delta^3 f_{\text{рот}}^3 k^2 z^2 / 9 c_{\text{пр}} \text{ при } \sigma_f / F_a < 0,8 \\ 2\sigma_f \sqrt{2 \text{Ln } 2} = 0,787 \delta f_{\text{рот}} k z \text{ при } \sigma_f / F_a \geq 1,2. \end{cases} \quad (13)$$

Перейдем к определению влияния флуктуаций оборотов на показания спектральных анализаторов. При этом необходимо различать ошибки двух родов. Ошибка первого рода возникает при узкополосной фильтрации, которая применяется в исследовательских целях для разделения всех составляющих вибрации. Из-за флуктуаций оборотов полоса пропускания фильтра становится уже ширины энергетического спектра компоненты $f_0 = kz f_{\text{рот}}$, и не вся энергия компоненты попадает в полосу фильтра. В результате показания анализатора уменьшаются на некоторую величину. При этом влиянием шума в связи с узкой полосой пропускания фильтра пренебрегаем. Ошибка второго рода возникает, когда полоса фильтра выбрана такой, что вся энергия компоненты попадает в фильтр. Эта ошибка связана с вибрационным шумом: из-за вынужденного расширения полосы пропускания нельзя пренебрегать статистической ошибкой. Кроме того, из-за вынужденного расширения полосы пропускания возникает опасность потери разрешающей способности анализатора, т. е. он не сможет разделить, например, гармоники $kz f_{\text{рот}}$ и $(kz + n) f_{\text{рот}}$.

Определим ошибку первого рода. Показания анализатора на частоте компоненты $f_0 = kz f_{\text{рот}}$ могут быть выражены следующим образом:

$$A(f_0) = 2_0 \int_0^{\Pi_{\Phi}} |K_{\Phi}(f)|^2 G(f) df, \quad (14)$$

где $K_{\Phi}(f)$ — частотная характеристика фильтра;
 Π_{Φ} — полоса пропускания фильтра.

При узкополосной фильтрации обычно используют кварцевые фильтры с крутым спадом частотной характеристики фильтра за пределами полосы пропускания. Поэтому примем

$$K_{\Phi}(f) = \begin{cases} 1 & \text{при } f_0 - \frac{\Pi_{\Phi}}{2} \leq f \leq f_0 + \frac{\Pi_{\Phi}}{2} \\ 0 & \text{при } f_0 + \frac{\Pi_{\Phi}}{2} \leq f \leq f_0 - \frac{\Pi_{\Phi}}{2} \end{cases} \quad (15)$$

Используя (14) и (11), получим для показаний анализатора следующие выражения:

$$A(f_0) = \begin{cases} \frac{A_0^2}{\pi} \operatorname{arctg} \frac{18 \Pi_{\Phi} c_{\text{нр}}}{4\pi^2 (6/f_{\text{рот}})^3 k^2 z^2} & \text{при } \frac{\sigma_f}{F_a} \leq 0,8 \\ A_0^2 \left[\Phi\left(\frac{\Pi_{\Phi}}{2\sigma_f}\right) - 0,5 \right] & \text{при } \frac{\sigma_f}{F_a} \geq 1,2, \end{cases} \quad (16)$$

где $\Phi\left(\frac{\Pi_{\Phi}}{2\sigma_f}\right)$ — интеграл вероятности.

Примем время приемистости $t_{пр} = 10$ сек и трехкратное изменение оборотов ротора от 3000 до 9000 об/мин. Полосу пропускания фильтра примем равной 5 Гц (серийный анализатор С4-48). При таких условиях просчитан поправочный коэффициент k_u по действующему значению:

$$k_u(f_0) = \sqrt{\frac{A(f_{шикн})}{A(f_0)}}, \quad (17)$$

где $A(f_{шикн}) = 0.5$ — показания анализатора на частотах, где ширина компоненты значительно уже полосы пропускания фильтра (влияние флуктуаций оборотов мало). Значения $k_u(f_0)$ в зависимости от частоты компоненты вибрационного сигнала $f_0 = kz f_{рот}$ приведены на рис. 1.

Определим ошибку второго рода. Примем ширину фильтра такой, чтобы почти вся энергия компоненты попала в полосу фильтра. При условии, что на границах полосы фильтра спектральная плотность равна 0,1, получим

$$P_{\phi 1} = \begin{cases} \frac{3\pi\sigma^2 f}{F_a} & \text{при } \frac{\sigma f}{F_a} \leq 0,8 \\ 6,54 \sigma f & \text{при } \frac{\sigma f}{F_a} \geq 1,2. \end{cases} \quad (18)$$

При отсутствии вибрационного шума оценка интенсивности компоненты равна A_0 (аппаратурные погрешности не учитываем). При наличии шума получим оценку, равную среднему значению случайного процесса, представляющего из себя сумму синусоиды и шума. Согласно [4] такая оценка

$$m_V = \frac{A_0}{a} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \left[\left(1 + \frac{1}{2}a^2\right) I_0\left(\frac{1}{4}a^2\right) + \frac{1}{2}a^2 I_1\left(\frac{1}{4}a^2\right) \right] e^{-\frac{a^2}{4}}, \quad (19)$$

где I_1 и I_0 — модифицированные функции Бесселя;

$a = \frac{A_0}{\sigma} = \frac{A_0}{\sqrt{\sigma_0 P_{\phi 1}}}$ — спектральная плотность шума.

G_0 — отношение сигнал/шум в полосе фильтра;

Ошибку измерения оценим следующим образом:

$$\xi_1 = \frac{m_V - A_0}{A_0}. \quad (20)$$

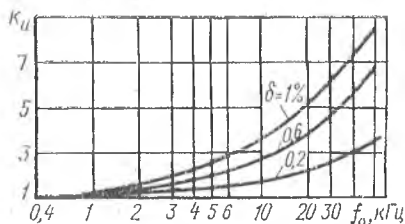


Рис. 1. Значение поправочного коэффициента в зависимости от частоты компоненты вибрационного сигнала

Эта ошибка определяется отношением сигнал/шум, которое изменяется при полосе фильтра $\Pi_{\phi} = 5$ Гц от 2 до 100. Для фильтра с иной полосой пропускания данное отношение пересчитывается:

$$a_1 = a \sqrt{\frac{\Pi_{\phi}}{\Pi_{\phi 1}}} \quad (21)$$

Используя в (21) значения $\Pi_{\phi 1}$ согласно (18), а также выражения (19) и (20), определим ошибку второго рода в зависимости от частоты компоненты $f_0 = kz f_{\text{рот}}$. Данная зависимость приведена на рис. 2.

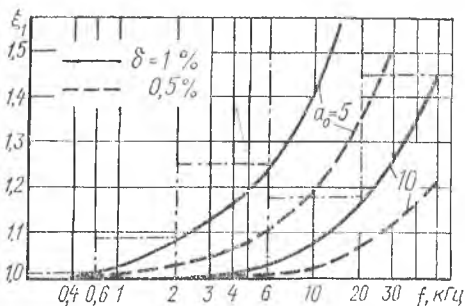


Рис. 2. Зависимость ошибки из-за присутствия вибрационного шума от частоты компоненты вибрационного сигнала

На практике нет возможности изменять полосу пропускания фильтра согласно выражению (18). Поэтому весь диапазон вибраций разбивается на ряд поддиапазонов, и в каждом из них анализ проводится фильтром постоянной ширины. В этом случае ошибка второго рода представляется штрих-пунктирной линией на рис. 2.

Рассмотрим вопрос способности разрешающей способности анализатора в связи с вынужденным расширением полосы пропускания фильтра. Примем условие разрешения двух компонент при спектральном анализе

$$f_1 - f_2 \gg b \Pi_{\phi}, \quad (22)$$

где b определяется формой частотной характеристики фильтра и методом спектрального анализа.

В качестве частот f_1 и f_2 примем границы спектральной плотности составляющих согласно выражениям (13). Величину полосы пропускания фильтра выберем равной ширине высшей составляющей спектра.

Тогда условие разделимости

$$\left[(kz + n) f_{\text{рот}} - 2 \sqrt{2 \ln 2} \frac{1}{3} (kz + n) f_{\text{рот}} \delta \right] - \left[kz f_{\text{рот}} + 2 \sqrt{2 \ln 2} \frac{1}{3} kz f_{\text{рот}} \delta \right] \gg 4 \cdot 2 \sqrt{2 \ln 2} \frac{1}{3} (kz + n) f_{\text{рот}} \delta. \quad (23)$$

Решая неравенство, получим

$$n \geq \frac{0,594 \, bkz \, \delta}{1 - 1,97 \, \delta} \quad (24)$$

Для случая фильтра с постоянной полосой пропускания условие разделимости принимает вид

$$n \geq \frac{b \Pi \omega // f_{\text{пор}} + 0,788 \, kz \, \delta}{1 - 0,394 \, \delta} \quad (25)$$

Это выражение означает, что начиная с некоторого номера гармоники $m = kz$ при данной относительной флуктуации оборотов δ мы не можем разделить две соседние гармоники спектральным анализом даже при полосе фильтра, стремящейся к 0, т. е. наступает значительное перекрытие спектров двух соседних составляющих. Как показывают расчеты, при последовательном спектральном анализе при $\delta = 0,01$ не могут быть разделены две соседние гармоники при $m = 42$, при $m = 85$ будут сливаться уже три соседние гармоники.

Таким образом, флуктуации оборотов значительно влияют на результаты и возможности спектрального анализа вибраций. В случае узкополосной фильтрации необходимо вводить поправочный коэффициент. В то же время в связи с тем, что в фильтр попадает малая часть энергии составляющей, появляется и шумовая ошибка. При широкополосной фильтрации, когда вся энергия составляющей попадает в фильтр, может быть значительной ошибка из-за вибрационного шума, особенно при малых отношениях сигнал/шум, что и характерно для составляющих, свидетельствующих о зарождающемся дефекте. Поэтому в обоих случаях возникает необходимость решения о наличии составляющих по определенным правилам статистических решений. Кроме того, при широкополосном фильтре появляется опасность потери разрешающей способности для определенных компонент вибрационного сигнала.

Очевидно, для точного измерения малых составляющих спектра вибраций с целью диагностики ГТД необходимо использовать анализаторы, обладающие высокой разрешающей способностью по частоте и снабженные блоком синхронной перестройки частотно-избирательной системы в соответствии с законом флуктуации оборотов. Такой способ спектрального анализа, получивший название следящего анализа, устраняет влияние флуктуации оборотов на результаты исследования газотурбинных двигателей спектральным методом.

ЛИТЕРАТУРА

1. Боднер В. А. Автоматика авиационных двигателей. М., «Оборонгиз», 1956.
2. Назаров М. В. и др. Теория передачи сигналов. М., «Связь», 1970.
3. Скубачевский Г. С. Авиационные газотурбинные двигатели. М., «Машиностроение», 1969.
4. Тихонов В. И. Статистическая радиотехника. М., «Советское радио», 1956.

УДК 621.396.668

А. В. АСМОЛОВСКИИ, Г. М. ПОЛТОРАК

СЛЕДЯЩИЙ АНАЛИЗАТОР СПЕКТРА ВИБРАЦИИ

Решение аппаратурных вопросов предварительной обработки спектров вибраций газотурбинных двигателей для диагностики их технического состояния методами распознавания образов (сравнением спектров исправных и дефектных двигателей) затруднено различиями и нестабильностями частот вращения роторов сравниваемых изделий. Это приводит к отличиям спектров, превосходящим отличия, служащие диагностическими признаками. Кроме того, взаимное перекрытие спектров гармоник различных роторов не позволяет обычной фильтрацией разделить гармоники по источникам их происхождения, особенно на переходных и нестабильных режимах, важных для ранней диагностики дефектов. Поэтому необходимы следящие анализаторы спектра, управляемые частотами соответствующих роторов и выделяющие их гармоники заданной кратности.

Устранение избыточности спектральной информации сужением полосы фильтрации при отслеживании флуктуаций роторных частот, разделение сложного спектра вибраций на более простые гармонические, связанные с отдельными роторами, возможность программного поиска диагностически ценных или потенциально опасных по априорным данным гармоник и перспективная возможность коррекции режима двигателя для уменьшения интенсивности этих гармоник делают следящий анализатор спектра необходимым как для оперативной и точной диаг-