КУЙБЫШЕВСКИЙ АВИАЦИОННЫЙ ИНСТИТУТ им. С. П. КОРОЛЕВА
ТРУДЫ, ВЫПУСК XXX, 1967 г.
Вибрационная прочность и надежность двигателей
и систем летательных аппаратов

В. П. ИВАНОВ

ВЛИЯНИЕ ВРАЩЕНИЯ НА СОБСТВЕННЫЕ ЧАСТОТЫ УПРУГИХ СИСТЕМ, ОБЛАДАЮЩИХ ЦИКЛИЧЕСКОЙ СИММЕТРИЕЙ

Обычно собственная частота вращающейся лопатки определяется соотношением типа

$$p_д = \sqrt{p^2 + B\omega^2} \qquad (1)$$

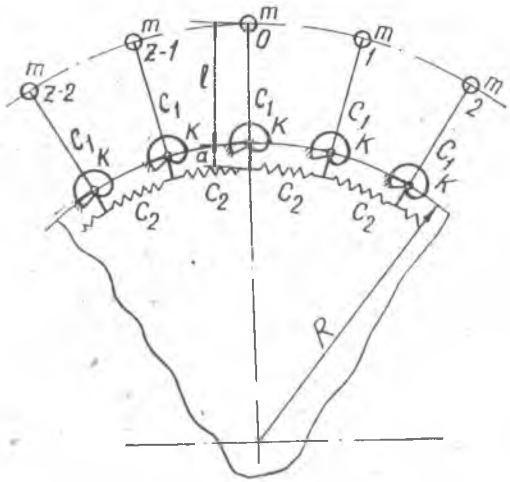
где $p_д$ — собственная частота вращающейся лопатки;
p — собственная частота невращающейся лопатки;
ω — угловая скорость вращения;
B — коэффициент, зависящий от геометрии лопатки и условий закрепления ее.

При этом предполагается, что упругая связанность между лопатками при колебаниях отсутствует и резонансные режимы определяются пересечением зависимости (1) с соответствующими гармониками возбуждения. Таким образом, справедливость зависимости (1) может быть проконтролирована обработкой осциллограмм лопаток, полученных в широком диапазоне чисел оборотов на работающем двигателе.

Как известно, во многих случаях справедливость зависимости (1) не вполне подтверждается. Причинами этого обычно считают изменение температуры по числу оборотов (изменение модуля упругости материала лопатки), изменение условий закрепления лопатки при изменении числа оборотов и т. п. Наряду с этим необходимо иметь в виду, что более или менее существенное влияние может оказать также связанность колебаний лопаток.

Рассмотрим колебания системы, представленной на фиг. 1. Упругие стержни длины L с массой m на конце шарнирно закреплены в ободе и связаны с ним жесткостью K, между стержнями установлены упругие связи c_2 (участок стержня a предполагается абсолютно жестким). Наличие жесткостей c_2 предопределяет связанность колебаний такой системы.

Если стержни равномерно распределены по окружности обода, то система может рассматриваться как система с циклической симметрией с числом стержней z.



Фиг. 1.

В случае жесткого закрепления стержней ($\kappa = \infty$ или $c_2 = \infty$) собственная частота будет

$$p_{ж} = \sqrt{\frac{m}{c_1}}. \tag{2}$$

В противном случае

$$\overline{p}_\lambda^2 = \frac{p_\lambda^2}{p_{ж}^2} = \frac{f}{f+q} = \mu^2, \tag{3}$$

$$\text{где } f = 1 + \overline{k}^* (1 - \cos\alpha);$$

$$q = \frac{c_1 l^2}{k};$$

$$k^* = 2\, c_2 a;$$

$$\overline{k}^* = \frac{k^*}{k};$$

$$\alpha = \frac{2\pi}{z} \lambda.$$

Как видно, собственная частота колебаний системы будет зависеть от числа волн деформаций λ, если $k \neq \infty$, $k^* \neq 0$ и $k'^* \neq \infty$. Число волн деформаций может быть $\lambda = 0, 1, 2 \ldots \frac{z}{2}$ при четном z и $\lambda = 0, 1, 2 \ldots \frac{z-1}{2}$ при нечетном z.

При колебаниях стержней в плоскости вращения динамическая частота определится из выражения

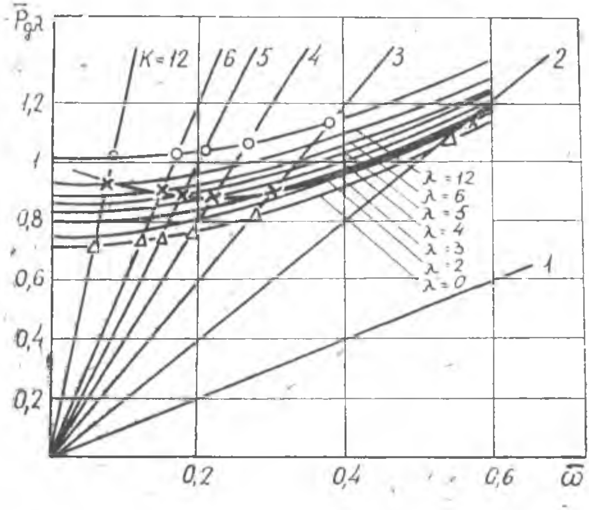
$$p_{д\lambda} = \sqrt{P_\lambda^2 + \frac{R}{L}\omega^2}$$

или

$$\bar{p}_{д\lambda} = \frac{p_{д\lambda}}{p_ж} = \sqrt{\mu^2 + \frac{R}{L}\bar{\omega}^2}, \tag{4}$$

где $\bar{\omega} = \frac{\omega}{p_ж}$.

На фиг. 2 представлена зависимость динамической частоты $\bar{p}_{д\lambda}$ от угловой скорости вращения ω для случая $B = \frac{R}{L} = 2{,}35$ ($\bar{d}_{вт} = 0{,}7$), $\bar{k}^* = 2$, $q = 1$, $z = 24$. Здесь же нанесены лучи возбуждающих гармоник.



Фиг. 2.

Очевидно, резонансными режимами будут такие, при которых частота возбуждения совпадает с собственной частотой колебаний системы, количество волн деформации которой соответствует номеру гармоники возбуждения (на фиг. 2 резонансные режимы помечены крестиками). Если связанность колебаний лопаток отсутствует, то резонансными будут режимы, помеченные кружками ($K = \infty$ или $C_2 = \infty$) или треугольниками ($C_2 = 0$).

Как видно из изложенного, наличие связанности приводит лишь к кажущейся несправедливости зависимости (I), когда она проверяется тензометрированием на работающем двигателе.