

И. Д. ЭСКИН

## ВЫНУЖДЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ СИСТЕМЫ С ОДНОЙ СТЕПЕНЬЮ СВОБОДЫ С МНОГОСЛОЙНЫМИ ДЕМПФИРУЮЩИМИ ЭЛЕМЕНТАМИ

Цель настоящей работы — обоснование целесообразности практического применения многослойных пакетов с сухим трением на контактных поверхностях, сжатых равномерной сдавливающей нагрузкой\*, в качестве демпферов, работающих в колеблющейся системе на поперечный изгиб от сосредоточенных сил. Все исследование выполнено только для резонансного случая. Задача решается приближенно, способом, предложенным Пановко Я. Г. и Страховым Г. И. [1].\*\*

§ 1. Ниже рассматриваются вынужденные колебания груза  $G$  массы  $m$ , подвешенного на пружинах с жесткостями  $C_1$  и  $C_2$  и с многослойных пакетах с средней жесткостью  $\gamma(\rho)$  и коэффициентом рассеивания  $\bar{n}(\rho)$  к платформе  $A$ , совершающей гармонические колебания по закону  $(p) \cdot (p) \cdot \cos pt$  причем  $(p) \cdot (p) \cdot p^2 = \text{const}$  (см. фиг. 1). Пакеты набраны из  $n$  одинаковых прокладок толщиной  $h$  и двух одинаковых накладок толщиной  $h_n = \frac{k}{2}h$  и сжатых удельной равномернораспределенной сдавливающей нагрузкой  $\bar{p}$ .

Инерционными силами масс демпферов пренебрегаем.

Суммарная сила сопротивления демпферов записывается в комплексной форме, предложенной Е. С. Сорокиным [2]

$$N^*(x_2) = \gamma(1 + i\bar{n})x_2^*$$

Тогда уравнения вынужденных колебаний системы запишутся в виде

$$\begin{cases} m \frac{d^2 x^*}{dt^2} + C_2 x_2^* + \gamma(1 + i\bar{n})x_2^* = Lmp^2 e^{ipt} \\ x^* = x_2^* + x_1^* \\ C_1 x_1^* = x_2^* [C_2 + \gamma(1 + i\bar{n})], \end{cases} \quad (1.1)$$

\* Полученное решение справедливо для многослойных пакетов [3].

\*\* Ввиду того, что существующие приближенные методы асимптотических разложений, гармонического и энергетического баланса и т. д. для резонансной амплитуды колебания в первом приближении дают одинаковый результат с [1], при выборе метода решения предпочтение было отдано наиболее простому.

где  $x_1^*$  — комплексное упругое перемещение пружины  $C_1$   
и  $x_2^*$  — комплексное упругое перемещение пружины  $C_2$ .  
Действительное перемещение груза  $x = \text{Re } x^*$ .

Из (1.1) получаем уравнение движения системы

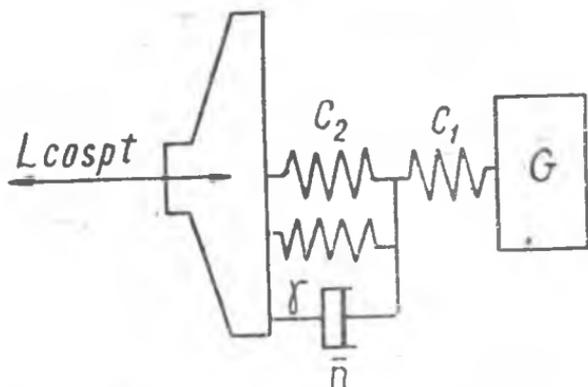
$$\frac{d^2 x^*}{dt^2} + \frac{x^*}{m} \cdot \frac{C_1 [C_2 + \gamma(1 + i\bar{n})]}{C_1 + C_2 + \gamma(1 + i\bar{n})} = Lp^2 e^{ipt}. \quad (1.2)$$

Стационарную часть решения (1.2) ищем в известном виде [2]

$$x^* = \rho^* e^{ipt}. \quad (1.3)$$

Подставив (1.3) в (1.2) найдем комплексную амплитуду в виде

$$\rho^* = \frac{Lp^2}{\frac{C_1}{m} \cdot \frac{C_2 + \gamma(1 + i\bar{n})}{C_1 + C_2 + \gamma(1 + i\bar{n})} - p^2}. \quad (1.4)$$



Фиг. 1.

Представив знаменатель (1.4) в показательной форме [2] § 7, найдем амплитуду резонансного режима в виде

$$\rho = \frac{Lp_p^2 [(C_1 + C_2 + \gamma)^2 + \bar{n}^2 \gamma^2]}{\frac{C_1^2}{m} \cdot \bar{n} \gamma}. \quad (1.5)$$

В (1.5) резонансная частота

$$p_p^2 = \frac{C_1}{m} \cdot \frac{(C_2 + \gamma)(C_1 + C_2 + \gamma) + \bar{n}^2 \gamma^2}{(C_1 + C_2 + \gamma)^2 + \bar{n}^2 \gamma^2}, \quad (1.6)$$

найдена из условия

$$\frac{(C_2 + \gamma)(C_1 + C_2 + \gamma) + \bar{n}^2 \gamma^2}{(C_1 + C_2 + \gamma)^2 + \bar{n}^2 \gamma^2} - \frac{p_p^2 \cdot m}{C_1} = 0;$$

Рассмотрим два случая:

1) Когда амплитуда колебания такова, что взаимные скольжения достигли только  $j$ -ой контактной поверхности (коэффициент нагрузки  $\alpha_{0j} = 1$ ) [3].

2) Когда амплитуда перемещения такова, что взаимные скольжения произошли на всех контактных поверхностях пакета ( $\alpha_{0n} < 1$ ).

Случай  $\alpha_{0j} = 1$ .

В этом случае рассматриваются только моменты, когда амплитуда перемещения пакетов такова, что взаимные скольжения достигают  $j$ -ой контактной поверхности  $j=1, 3, 5, \dots, n$ .

Будем рассматривать процесс колебаний в относительных координатах. За коэффициент динамического усиления колебаний примем отношение амплитуды перемещения груза к амплитуде платформы

$$\mu_j = \frac{\rho_j}{L}. \quad (1.7)$$

Относительная сила трения будет равна

$$\nu = \frac{sT}{Lmp^2}. \quad (1.8)$$

Здесь  $T = dfpbh \frac{A_4}{A_3}$  — обобщенная сила трения в [дан] [4];

$f$  — коэффициент трения скольжения на контактных поверхностях пакета;

$b$  — ширина пакета,  $d = 1$  для консоли и стержня с заделанными концами и упруго-подвижной заделкой одного конца,  $d = 2$  для шарнирно-опертой балки, значение функций  $A_4, A_5$  см. приложение [4].

Относительная частота будет равна

$$\gamma_{10}^2 = \frac{p_p^2}{p_0^2}, \quad (1.9)$$

где  $p_0 = \frac{sC_0}{m}$  и  $C_0$  — жесткость нерасслоенного пакета.

Относительные жесткости пружин будут равны

$$r_1 = \frac{C_1}{sC_0}, \quad r_2 = \frac{C_2}{sC_0}. \quad (1.10)$$

Тогда зависимости  $\gamma(\rho)$ ,  $\bar{n}(\rho) = \frac{\psi(\rho)}{2\pi}$  [(58) (59) [4]] через относительные параметры запишутся в следующем виде

$$\gamma(K_j) = \frac{2}{3} sC_0 \frac{A_1}{A_3} K_j^{1-2} \quad j = 3, 5, 7, \dots, n; \quad (1.11)$$

$$n(K_j) = \frac{8B_1 A_5^{j-2}}{A_8 B_4} K_j \quad j = 3, 5, 7, \dots, n, \quad (1.12)$$

где

$$K_j = \frac{\nu_j \tau_{0j}^2}{\mu_j} \quad (a)$$

В формулах (1.11) и (1.12) и во всех нижеприведенных формулах значения функций, обозначенных буквой А, см. приложение [4], значения функций, обозначенных буквой В, см. приложение 1.

Из (51) [4] найдем значение коэффициента динамического усиления

$$\mu_j = \frac{2}{3} \nu_j \cdot \tau_{0j}^2 B_1 \frac{A_5^{j-2}}{A_8} \quad (1.13)$$

Из (1.13) найдем величину  $K_j$

$$K_j = \frac{3}{2} \cdot \frac{B_8}{(n+k)^3 A_5^{j-2}}; \quad j = 3, 5, 7, \dots, n. \quad (1.14)$$

Подставив в (1.5), (1.7), (1.11), (1.12), (1.14), найдем значение динамического коэффициента усиления в случае, когда взаимные скольжения достигли только  $j$ -ой контактной поверхности в виде

$$\mu_j = \frac{\left\{ r_2(r_1' + r_2) + \frac{A_8^{j-2}}{(n+k)^3 A_5^{j-2}} \left[ r_1' + 2r_2' + \frac{A_8^{j-2}}{(n+k)^3 A_5^{j-2}} + 144 \frac{(A_8^{j-2})^2}{(n+k)^3 \pi^2 (A_5^{j-2})^3 A_8^{j-2}} \right] \right\} (n+k)^3 (A_5^{j-2})^2}{12r_1 A_8^{j-2}} = D^{j-2} \quad (1.15)$$

$$j = 3, 5, 7, \dots, n$$

Подставив в (1.6), (1.9), (1.11), (1.12), (1.14), найдем относительную резонансную частоту в виде

$$\eta_{0j}^2 = r_1 \frac{r_2(r_1 + r_2) + \frac{A_8^{j-2}}{(n+k)^3 A_5} \left[ r_1 + 2r_2 + \frac{A_8^{j-2}}{(n+k)^3 A_5} + 144 \frac{(A_8^{j-2})^2}{(n+k)^3 \pi^2 (A_5)^3 A_8} \right]}{(r_1 + r_2)^2 + \frac{A_8^{j-2}}{(n+k)^3 A_5} \left[ 2(r_1 + r_2) + \frac{A_8^{j-2}}{(n+k)^3 A_5} + 144 \frac{(A_8^{j-2})^2}{\pi^2 (n+k)^3 A_8 (A_5)^3} \right]} = D_1^{j-2} \quad (1.16)$$

$$j = 3, 5, 7, \dots, n$$

Подставив в (а) (1.15) и (1.16), найдем относительную силу трения

$$\nu_j = \frac{3 D B_3^{j-2}}{2 D_1 (n+k)^3 A_5^{j-2}} \quad j = 3, 5, 7, \dots, n. \quad (1.17)$$

Случай  $\sigma_{0n} < 1$ .

Зависимости  $\gamma(K)$ ,  $\bar{n}(K)$  [(56) (57) [4]] запишутся в виде

$$\gamma(K) = sC_0 \left( \frac{3}{2B_1} + K \right) \quad (1.18)$$

$$\bar{n}(K) = \frac{8 \frac{B_1}{B_4} K \left[ \frac{3}{2} \frac{A_1}{B_1} + K \left( A_1 - \frac{2}{3} B_3 \right) \right]}{\frac{3}{2B_1} + K} \quad (1.19)$$

Подставив в (1.5), (1.7), (1.18), (1.19), найдем коэффициент динамического усиления в случае, когда пакет полностью расслоен в виде:

$$\mu = \frac{\left( \frac{3}{2B_1} + r_2 \right) \left( r_1 + r_2 + \frac{3}{2B_1} \right) + K \left( r_1 + 2r_2 + \frac{3}{B_1} \right) + K^2 \left( 1 + 144 \frac{A_1^2}{B_4^2} \right) + 192 \frac{A_1 B_1}{B_4^2} \left( A_1 - \frac{2}{3} B_3 \right) K^3 + 64 \frac{B_1^2}{B_4^2} \left( A_1 - \frac{2}{3} B_3 \right)^2 K^4}{4 \frac{r_1}{B_4} K \left[ 3A_1 + 2B_1 \left( A_1 - \frac{2}{3} B_3 \right) K \right]} \quad (1.20)$$

Подставив в (1.6) (1.9), (1.18), (1.19), найдем относительную резонансную частоту в виде

$$\begin{aligned} & \left( \frac{3}{2B_1} + r_2 \right) \left( r_1 + r_2 + \frac{3}{2B_1} \right) + K \left( r_1 + 2r_2 + \frac{3}{B_1} \right) + \\ & + K^2 \left( 1 + 144 \frac{A_1^2}{B_4^2} \right) + 192 \frac{A_1 B_1}{B_4^2} \left( A_1 - \frac{2}{3} B_3 \right) K^3 + \\ & + 64 \frac{B_1^2}{B_4^2} \left( A_1 - \frac{2}{3} B_3 \right)^2 K^4 \\ \tau_{10}^2 = r_1 & \frac{\left( r_1 + r_2 + \frac{3}{2B_1} \right)^2 + 2K \left( r_1 + r_2 + \frac{3}{2B_1} \right) + \\ & + K^2 \left( 1 + 144 \frac{A_1^2}{B_4^2} \right) + 192 \frac{A_1 B_1}{B_4^2} \left( A_1 - \frac{2}{3} B_3 \right) K^3 + \\ & + 64 \frac{B_1^2}{B_4^2} \left( A_1 - \frac{2}{3} B_3 \right)^2 K^4}{\dots} \quad (1.21) \end{aligned}$$

Величина  $K = \frac{\nu_{10}^2}{\mu}$  в формулах (1.20) и (1.21) определяется следующим образом.

Найдя силу, действующую на многослойный пакет в системе, из условия равенства работы возмущающей силы за период колебания циклической работе сил трения, подставим ее значение в выражение для прогиба многослойного пакета (45) [4] и приравняем полученное выражение выражению для прогиба многослойного пакета, записанному через амплитуду перемещения груза. В результате получим кубичное уравнение для определения величины  $K$

$$\begin{aligned} & K^3 \left[ 1 - 8 \frac{B_1}{B_4} \left( A_1 - \frac{2}{3} B_3 \right) r_1 \nu \right] + K^2 \left\{ 2 \left( r_1 + r_2 \right) + \frac{9}{2B_1} - \right. \\ & \left. - \frac{4r_1 \nu}{B_4} \left[ 3A_1 + 2B_1 \left( r_1 + r_2 + \frac{3}{2B_1} \right) \left( A_1 - \frac{2}{3} B_3 \right) \right] \right\} + \\ & + K \left[ \left( r_1 + r_2 + \frac{3}{2B_1} \right) \left( r_1 + r_2 + \frac{9}{2B_1} - 12 \frac{A_1}{B_4} r_1 \nu \right) - \right. \\ & \left. - 12 \frac{r_1^2 \nu}{B_4} \left( A_1 - \frac{2}{3} B_3 \right) \right] + \left[ \left( r_1 + r_2 + \frac{3}{B_1} \right) \left( r_1 + r_2 \right) + \right. \\ & \left. + \frac{9}{4B_1^2} \right] \frac{3}{2B_1} - 18 \frac{r_1^2 \nu}{B_4 B_1} A_1 = 0. \quad (1.22) \end{aligned}$$

Приравняв нулю свободный член уравнения (1.22), найдем значение относительной силы трения, при которой коэффициент усиления  $\mu = \infty$

$$\nu_{\infty} = \frac{B_4 \left( r_1^2 + 3 \frac{r_1}{B_1} + \frac{9}{4B_1^2} \right)}{12r_1^2 A_1} \quad (1.23)$$

Относительная сила трения для случая полностью расслоенного пакета принимает все значения в интервале  $\nu_{j=n} \geq \nu \geq \nu_{\infty}$ .

Из вышеприведенных общих выражений легко получить частные случаи.

1. Положив в формулах (1.1) — (1.23)  $C_2 = 0$ , получим случай последовательного включения демпфирующих пакетов в систему.

2. Положив в формулах (1.1) — (1.23)  $C_1 = \infty$ , получим случай параллельного включения демпфирующих пакетов в систему.

3. Положив в формулах (1.1) — (1.23)  $C_1 = \infty$  и  $C_2 = 0$ , получим случай груза, подвешенного на  $s$  многослойных пакетах.

Приведем основные расчетные формулы только для более важного второго случая:

$$\alpha_{0j} = 1$$

$$\mu_j = \frac{16\nu_j^2 r_2 B_1 A_9^{j-2} + 2 A_8 B_4 \nu_j^{j-2}}{3 B_4 B_8} \quad (1.24)$$

$$j = 3, 5, 7, \dots, n$$

$$\eta_{0j}^2 = \frac{B_4 A_8^{j-2} + 8\nu_j r_2 B_1 A_9^{j-2}}{8\nu_j B_1 A_9^{j-2}} \quad (1.25)$$

$$j = 3, 5, 7, \dots, n$$

$$\nu_j = \frac{\pi A_5 B_8^{j-2}}{8 A_9^{j-2}} \quad j = 3, 5, 7, \dots, n. \quad (1.26)$$

$$\alpha_{0n} < 1$$

$$\mu = \nu - \frac{8B_1}{B_4} \nu^2 \left( \frac{3}{2B_1} + r_2 \right) \left( A_1 - \frac{2}{3} B_3 \right) \frac{12 \frac{A_1}{B_4} \nu - 1}{\nu - 1} \quad (1.27)$$

$$\eta_{0}^2 = \frac{\left( \frac{3}{2B_1} + r_2 \right) \left( 12 \frac{A_1}{B_4} \nu^2 - 1 \right)}{8 \frac{B_1}{B_4} \nu^2 \cdot \left( \frac{3}{2B_1} + r_2 \right) \left( A_1 - \frac{2}{3} B_3 \right)} \quad (1.28)$$

$$\nu_{\infty} = \frac{B_4}{12 A_1} \quad (1.29)$$

Полученные соотношения позволили провести расчетное исследование диссипативных и механических свойств систем с демпферами, выполненными в виде многослойных пакетов.

Как видно из формул (1.24), (1.25), (1.27), (1.28), основные динамические параметры системы: резонансный динамический коэффициент усиления  $\mu$  и резонансная относительная частота системы  $\eta_0$  для заданных относительных жесткостей упругих элементов системы  $r_1, r_2$  и заданном числе пластин в пакете  $n$  и относительной толщине накладки пакета  $k$ , однозначно определяются величиной относительной силы трения в пакетах  $\nu$ .

В расчетном исследовании удобнее вместо параметра  $\nu$  использовать параметр  $\beta = \frac{1}{\nu}$ .

Анализ зависимости  $\mu(\beta)$  позволяет решить основные инженерные вопросы, связанные с задачей применения демпферов такого типа для гашения колебаний механической системы.

На фиг. 2 построены зависимости  $\mu(\beta)$  для случаев 1, 2 и 3.

Из анализа приведенных на фиг. 2 кривых можно сделать следующие выводы:

1. Границами работоспособных настроек демпфера целесообразно считать значения относительной амплитуды силы  $\beta_1$  и  $\beta_2$ , для которых  $\mu = \mu_D$ . Следовательно все рабочие настройки демпфера лежат в диапазоне значений относительной силы  $\beta_1 \div \beta_2$ .

Ширина рабочего диапазона определяется величиной  $\Theta = \frac{\beta_1}{\beta_2} = \frac{\nu_2}{\nu_1}$ , определенным образом характеризующей ресурс работы демпфера. Поясним это.

В процессе работы демпфера в основном изменяются величины  $f$  и  $\bar{p}$  демпфера. При постоянной перегрузке, действующей на систему, параметр  $\Theta$  показывает во сколько раз допустимо изменение произведения  $f\bar{p}$ .

Ширина рабочего диапазона  $\Theta$  может достигать очень большой величины, так

$$[\Theta]_{\substack{k=2; n=25; \\ k=2, n=51 \\ r_1=\infty, r_2=0}} = 11,043.$$

Верхние границы рабочего диапазона демпфера мало изменяются с ростом числа пластин  $n$  в пакете

$$[\beta_1]_{\substack{k=2, n=0 \\ r_1=\infty, r_2=0}} \approx 1,21 \quad [\beta_1]_{\substack{k=2, n=25 \\ k=2, n=51 \\ r_1=\infty, r_2=0}} = 1,265;$$

Нижние границы меняются довольно значительно

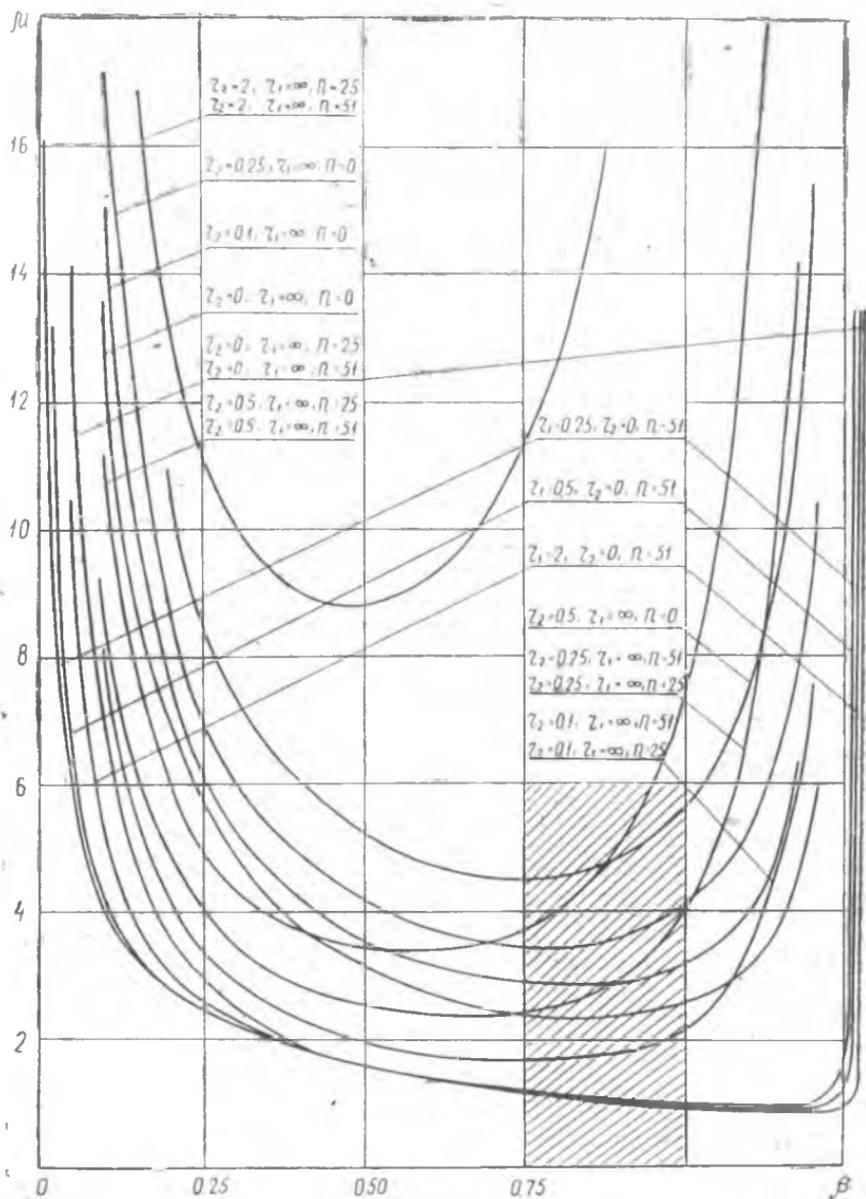
$$[\beta_2]_{\substack{k=2, n=0 \\ r_1=\infty, r_2=0}} = 0,24 \quad [\beta_2]_{\substack{k=2, n=25 \\ k=2, n=51 \\ r_1=\infty, r_2=0}} = 0,115.$$

Ширина рабочего диапазона демпфера в интервале значений  $n=0 \div 11$  быстро возрастает, а затем, начиная с  $n=15$ , мало изменяется с ростом числа пластин в пакете (см. фиг. 3).

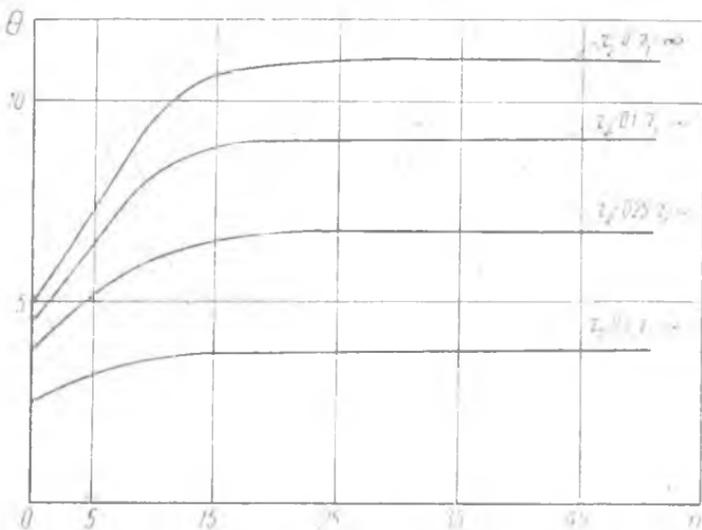
При параллельном включении демпферов в систему с ростом относительной жесткости  $r_2$  ширина рабочего диапазона демпфера падает (см. фиг. 3). При последовательном включении демпферов в систему с ростом относительной жесткости  $r_1$  ширина рабочего диапазона возрастает и стремится для заданных  $n$  и  $k$  к величине  $[\Theta]_{n, k}$  (см. фиг. 2). Отметим, что аналогичным образом с изме-

нением числа пластин  $n$  и относительной жесткости изменяется и зона, где динамический коэффициент усиления мал ( $\mu_{\min} \leq \mu \leq 2$ ).

\* В настоящем исследовании за допустимую величину динамического коэффициента усиления принята величина  $\mu_D = 6$ .



Фиг. 2.



Фиг. 3.

2. Зависимость минимального коэффициента усиления от числа пластин в пакете представляет собой убывающую с ростом  $n$  асимптотическую кривую. Начиная с  $n=11-13$ , кривая изменяется слабо.

Минимальная величина коэффициента усиления увеличивается с ростом относительной жесткости  $r_2$  при параллельном включении демпферов в систему и уже при  $r_2=2$  больше допустимой величины  $\mu_D = 6$  (см. фиг. 2).

Минимальная величина коэффициента усиления на резонансе для  $n=51$ ,  $k=2$ ;  $r_1=\infty$ ,  $r_2=0$  меньше 1 и равна  $\mu_{\min} = 0,8811$ . С ростом числа пластин  $n$  в пакете настройка демпфера, соответствующая минимальному коэффициенту усиления системы, постепенно перемещается из зоны, где пакет полностью расслоен в зону неполного расслоения пакета.

Так для  $n \leq 25$ ,  $r_1 = \infty$ ,  $r_2 = 0$ ,  $\beta_3$  соответствующая  $\mu_{\min}$  лежит в зоне полностью расслоенного пакета, а для просчитанного нами случая  $n=51$ ,  $r_1 = \infty$ ,  $r_2 = 0$   $\beta_3$  лежит уже в зоне неполностью расслоенного пакета. С ростом относительной жесткости  $r_2$  при параллельном включении демпферов в систему настройка демпфера, соответствующая  $\mu_{\min}$ , смещается в зону меньших  $j$  — в сторону уменьшения величины  $\beta_3$ . При последовательном включении демпферов в систему величина  $\mu_{\min}$  падает с ростом  $r_1$ , а настройка  $\beta_3$  смещается в сторону больших  $j$ .

3. При параллельном включении демпферов в систему относительная жесткость пружины  $r_2$  должна находиться в интервале значений  $0 < r_1 < 1$ , т. к. в этом случае величина  $\mu_{\min} < 6$ .

При последовательном включении демпфера в систему относительная жесткость  $r_1$  может принимать значения в интервале

$0,1 \leq r_1 \leq \infty$ . Причем нижний предел относительной жесткости  $r_1$  в данной работе не подсчитан.

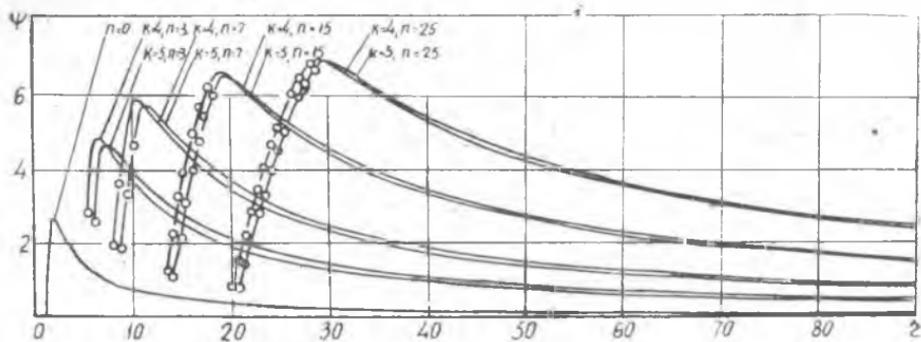
4. Во многих случаях настройку демпфера, обеспечивающую минимальную величину коэффициента динамического усиления на резонансе, нельзя считать оптимальной ввиду того, что она может лежать в непосредственной близости к зоне неустойчивой работы демпфера, т. е.  $\beta_3$  близко к  $[\beta]_{\mu} = \infty$  (см. фиг. 2 случай последовательного включения демпферов и случай  $r_1 = \infty, r_2 = 0$ ). Поэтому в качестве оптимальной целесообразно выбрать настройку демпфера, обеспечивающую величину коэффициента динамического усиления близкую к  $\mu_{\min}$  и лежащую достаточно далеко от зоны неустойчивой работы демпфера.

Как видно из фиг. 2 для интервала рабочих значений относительных жесткостей  $r_1$  и  $r_2$  все оптимальные настройки демпфера лежат в диапазоне значений  $\beta_{on} = 0,75 \div 1,0$  (1,1). При таком выборе оптимальной настройки предположено, что в процессе выработки ресурса демпфером произведение  $f\bar{p}$  увеличивается, а перегрузка, действующая на систему, либо остается постоянной, либо падает, либо возрастает медленнее, чем величина  $f\bar{p}$ .

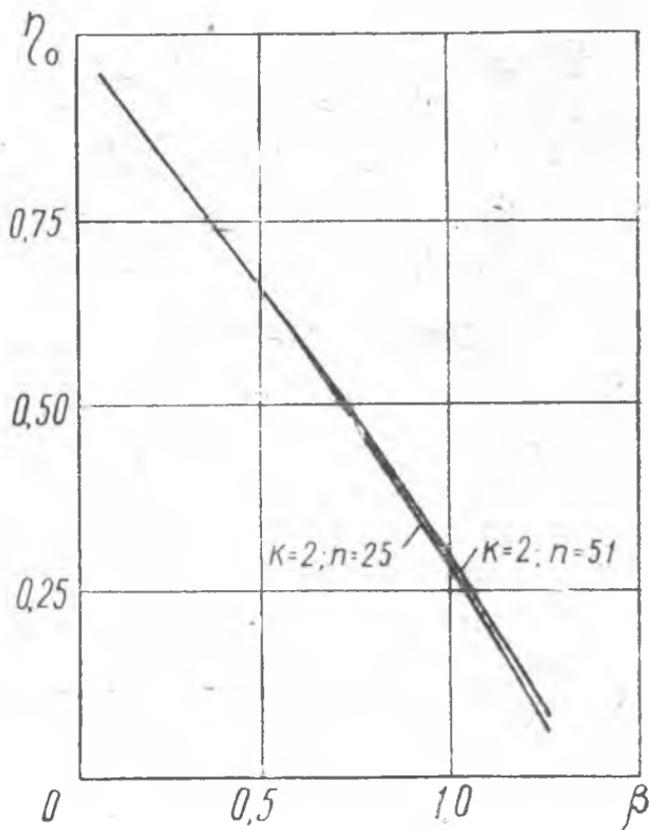
Тогда величина  $\Theta_1 = \frac{\beta_{on}}{\beta_2}$  будет характеризовать ширину рабочего диапазона демпфера (без учета начальной приработки демпфера). Величина  $\Theta_2 = \frac{\beta_1}{\beta_{on}}$  будет характеризовать запас по эффективному демпфированию системы, т. к. этот коэффициент характеризует допустимое уменьшение произведения  $f\bar{p}$  в процессе приработки демпфера или вследствие случайных влияний на систему.

Если в реальной системе в процессе выработки его ресурса возможно уменьшение произведения  $f\bar{p}$ , или возможно более быстрое возрастание возбуждающей нагрузки (например, за счет разбалансировки вращающихся частей машины) по сравнению с увеличением величины  $f\bar{p}$ , то зону оптимальных настроек в этом случае следует выбирать в интервале, меньших значений  $\beta$ . И параметр  $\Theta_2$  будет характеризовать ширину рабочего диапазона системы, а параметр  $\Theta_1$  — запас по эффективному демпфированию системы. Отметим, что во всех случаях оптимальная настройка демпфера лежит в зоне неполностью расслоенного пакета. Выбрать оптимальную настройку демпфера и оценить ширину рабочего диапазона системы можно только решив динамическую задачу о колебаниях системы с данными демпферами.

На фиг. 4 построены зависимости коэффициента поглощения  $\psi$  от относительной амплитуды силы, действующей на демпфер  $\eta = \frac{P}{R}$ , где  $R = f\bar{p}bh$  [дан]. Эти зависимости получены из решения задачи о поперечном изгибе статически приложенной циклической силой рассматриваемых многослойных пакетов [3]. На



Фиг. 4.



Фиг. 5.

фиг. 4 видно, что в интервале значений  $\eta$ , где находится зона неустойчивой работы демпфера в системе, кривая  $\psi(\eta)$  изменяется плавно (зона полностью расслоенного пакета), а в интервале, где находятся все рабочие настройки демпфера, кривая изменяется очень круто (зона неполностью расслоенного пакета) и следовательно по этой кривой невозможно выбрать оптимальную настройку демпфера и определить рабочий диапазон настроек демпфера.

На фиг. 5 построена зависимость  $\eta_0(\beta)$ .

Системы с демпферами, выполненными в виде многослойных пакетов и постоянной жесткостью упругих элементов, имеют мягкую жесткостную характеристику.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Я. Г. Пановко, Г. И. Страхов. Приближенное исследование вынужденных колебаний упругих систем с конструкционным демпфированием. Вопросы динамики и прочности. Выпуск VIII АН Лат. ССР. Рига, 1962.

2. Я. Г. Пановко. Внутреннее трение при колебаниях упругих систем. Госиздат физико-математич. литературы. Москва, 1960.

3. А. М. Соيفер, И. Д. Эскин. Поперечный изгиб многослойной консоли «Вибрационная прочность и надежность авиадвигателей», Сборник трудов КуАИ, выпуск XIX, Куйбышев, 1965.

4. И. Д. Эскин. Поперечный изгиб многослойного пакета с сухим трением на контактных поверхностях циклической силой. В этом же сборнике.

#### ПРИЛОЖЕНИЕ 1

$$B_1 = A_4(n + k)^3$$

$$B_3 = \frac{A_4}{A_5} (A_2 A_1 + A_3)$$

$$B_4 = \pi A_5$$

$$B_6 = \frac{A_5}{A_4}$$