

ответственно, динамическое взаимодействие лопаток могут существенно отличаться.

Предлагаемые коэффициенты связи и связанности для лопаточных венцов, определенные в известной мере условно, позволяют получить относительные оценки упругого взаимодействия лопаток в зависимости от конструктивных изменений и формы колебаний венца.

Л и т е р а т у р а

1. *Иванов В. П.* Некоторые вопросы колебаний лопаточных венцов и других упругих тел, обладающих циклической симметрией. — В сб.: Прочность и динамика авиационных двигателей. М., «Машиностроение», 1971, вып. 6, с. 113—132.
2. *Мандельштам Л. И.* Лекции по теории колебаний. М., «Наука», 1972, 470 с.
3. *Стрелков С. П.* Введение в теорию колебаний. М., «Наука», 1964, 344 с.
4. *Иванов В. П., Сердотецкий А. С.* Формирование разброса резонансных напряжений в лопаточных венцах. — В сб.: Вибрационная прочность и надежность двигателей и систем летательных аппаратов. Куйбышев, 1975, вып. 2 (73), с. 28—34.
5. *Сердотецкий А. С.* Теоретическое и экспериментальное исследование причин разброса резонансных напряжений у циклически симметричных тел. — Тр./Куйбышевский авиационный институт, 1972, вып. 57, с. 64—76.
6. *Иванов В. П., Сердотецкий А. С.* О собственных формах и частотах поворотно-симметричной системы с несовершенствами. — В сб.: Вибрационная прочность и надежность двигателей и систем летательных аппаратов, Куйбышев, 1975, вып. 2 (73), с. 34—44.
7. *Сердотецкий А. С.* Исследование разброса резонансных напряжений в лопаточных венцах авиационных ГТД. Автореф. канд. дис. Куйбышевский авиац. ин-т, 1977, 24 с.

УДК 678.5:539.4.015

Н. Д. Степаненко, Б. Н. Ковешников

ВЗАИМОСВЯЗЬ МЕЖДУ ВИБРАЦИОННЫМИ ХАРАКТЕРИСТИКАМИ СТЕКЛОПЛАСТИКОВ

В литературе отсутствуют сведения о взаимосвязи между усталостными, демпфирующими и упругими характеристиками стеклопластиков. Установив эти взаимосвязи, можно значительно сократить время доводки деталей ГТД: рабочих и на-

правляющих лопаток, оболочек и др. Цель данной работы состоит в том, чтобы восполнить этот пробел.

Эксперименты по определению демпфирующих и усталостных характеристик проводились на образцах в виде пластин ($120 \times 50 \times 2 \div 3$, мм), закрепленных консолюно, при колебаниях по первой изгибно-поперечной форме. Способ испытаний пластин изложен в работе [1]. Динамический модуль упругости определялся на образцах в виде стержней ($120 \times 25 \times 2 \div 3$, мм), свободно подвешенных на струнах в узловых линиях первой формы изгибных поперечных колебаний [2]. Исследуемый материал — стеклопластик ЭДЦ-В различных исходных структур армирования. Возбуждение резонансных колебаний образцов осуществлялось модулированной струей сжатого воздуха. Блок-схема установки описана в работе [3]. Определение модуля упругости E проводилось по частоте собственных колебаний, а логарифмического декремента колебаний δ — по ширине резонансной кривой. Ограниченный предел выносливости σ_{-1} определялся в режиме постоянных относительных деформаций на базе $N = 10^7$ циклов. Пересчет деформаций в напряжения проводился по закону Гука на том основании, что динамический модуль упругости мало меняется с увеличением наработки образцов (не более, чем на $0,5 \div 1\%$). Результаты испытаний представлены в табл. 1, где приведены: ограниченные пределы выносливости, определенные на $15 \div 25$ образцах; средние квадратические отклонения предела выносливости; модули упругости и декременты колебаний. Декременты колебаний получены при деформациях, равных пределам выносливости образцов на базе $N = 10^7$ циклов.

Исходя из известных соотношений физики твердого тела [4] можно записать эмпирическое уравнение связи между ограниченным пределом выносливости и динамическим модулем упругости в виде

$$R_{-1} = a + bE, \quad (1)$$

где R_{-1} — расчетный предел выносливости.

Так как прогнозирование тех или иных свойств материала по нескольким характеристикам дает более точные результаты, чем по одной, то целесообразно установить возможность прогнозирования R_{-1} на основании результатов определения E и δ . Уравнение связи между σ_{-1} , E и δ для этого случая можно записать следующим образом:

$$R_{-1} = a + bE + c \frac{1}{\delta}. \quad (2)$$

Таблица 1

Вибрационные характеристики стеклопластика ЭДЦ-В

Материал	Частота колебаний, f , Гц	Угловая ориентация, φ^0	Модуль упругости, $E \cdot 10^{-10}$, Па	Декремент колебаний, δ	Предел выносливости, $\sigma_{-1} \cdot 10^{-8}$, Па	Среднее квадратическое отклонение предела выносливости, $\sigma_{\sigma} \cdot 10^{-8}$, Па
ЭДЦ-В (1:1), пластина	4000	0	3,07	0,0240	0,97	0,050
		15	1,85	0,0710	0,671	0,030
		90	3,07	0,0240	0,97	0,050
ЭДЦ-В, симметричная укладка слоев под углом к кромке пластина	4000	0	4,12	0,0299	2,14	0,113
		15	3,95	0,0393	1,64	0,113
		30	2,45	0,0650	0,965	0,029
		45	1,85	0,0720	0,671	0,030
		75	1,63	0,0710	0,515	0,0124
		90	2,03	0,0696	0,560	0,084

Возможен и другой вариант взаимосвязи:

$$R_{-1} = a + bE + c \frac{E}{\delta} \quad (3)$$

В этом уравнении учтено не только влияние, но и взаимосвязь упругой и неупругой характеристик материала. Выражения (1) — (3) в общем виде можно представить так:

$$\bar{Z}_{\sigma} = a + b\bar{x} + c\bar{y}, \quad (4)$$

где $\bar{Z}_{\sigma} \equiv R_{-1}$ — расчетное значение предела выносливости;
 $\bar{x} \equiv E$ — динамический модуль упругости;

\bar{y} — равен нулю, отношению $\frac{1}{\delta}$ и отношению E/δ для выражений (1) — (3) соответственно.

Определение коэффициентов a , b и c производится путем математической обработки результатов эксперимента по методу наименьших квадратов [5]. При этом сумма квадратов отклонений экспериментальных значений предела выносливости $Z = \sigma_{-1}$ от значений $\bar{Z}_{\sigma} = R_{-1}$, определяемых по уравнению регрессии, должна быть наименьшей:

$$\sum (Z - \bar{Z}_{\sigma})^2 = \min. \quad (5)$$

Левую часть выражения (5) обозначим F — это функция от неизвестных параметров a , b и c . Минимум этой функции находится из уравнений:

$$\frac{\partial F}{\partial a} = 0; \quad \frac{\partial F}{\partial b} = 0, \quad \frac{\partial F}{\partial c} = 0. \quad (6)$$

Подставив в выражение (5) \bar{z}_σ из уравнения (4) и производя дифференцирование, запишем систему (6) в окончательном виде:

$$\left. \begin{aligned} \Sigma z &= na + b \Sigma x + c \Sigma y; \\ \Sigma zx &= a \Sigma x + b \Sigma x^2 + c \Sigma yx; \\ \Sigma zy &= a \Sigma y + b \Sigma xy + c \Sigma y^2. \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Здесь n — число образцов. Система (7) решается относительно неизвестных a , b , c . Разделив каждое уравнение на n , получим:

$$\left. \begin{aligned} \bar{z} &= a + b\bar{x} + c\bar{y}; \\ \overline{zx} &= a\bar{x} + b \Sigma x^2/n + c\overline{yx}; \\ \overline{zy} &= a\bar{y} + b\overline{yx} + c \Sigma y^2/n, \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

где $\bar{z} = \Sigma z/n$; $\bar{x} = \Sigma x/n$; $\bar{y} = \Sigma y/n$;

$\overline{yx} = \Sigma yx/n$; $\overline{zx} = \Sigma zx/n$; $\overline{zy} = \Sigma zy/n$ — средние значения соответствующих значений.

Умножая первое уравнение системы (8) на \bar{x} и вычитая его из второго уравнения этой системы, получим:

$$\overline{zx} - \bar{z}\bar{x} = b \left(\frac{\Sigma x^2}{n} - \bar{x}^2 \right) + c (\overline{yx} - \bar{y}\bar{x}). \quad (9)$$

Умножая первое уравнение (8) на \bar{y} и вычитая его из третьего уравнения системы (8), получим:

$$\overline{zy} - \bar{z}\bar{y} = b (\overline{yx} - \bar{y}\bar{x}) + c \left(\frac{\Sigma y^2}{n} - \bar{y}^2 \right). \quad (10)$$

Используем статистические обозначения дисперсии σ^2 и частных коэффициентов корреляции r_{yx} , r_{xz} , r_{zy} .

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x^2 &= \frac{\Sigma x^2}{n} - \bar{x}^2; \quad \sigma_y^2 = \frac{\Sigma y^2}{n} - \bar{y}^2; \quad \sigma_z^2 = \frac{\Sigma z^2}{n} - \bar{z}^2; \\ r_{yx} &= \frac{\overline{yx} - \bar{y}\bar{x}}{\sigma_x \sigma_y}; \quad r_{xz} = \frac{\overline{xz} - \bar{x}\bar{z}}{\sigma_x \sigma_z}; \quad r_{zy} = \frac{\overline{zy} - \bar{z}\bar{y}}{\sigma_z \sigma_y}. \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Запишем уравнения (9) и (10) в виде

$$\left. \begin{aligned} r_{zx} \sigma_z &= b \sigma_x + c r_{yx} \sigma_y; \\ r_{zy} \sigma_z &= b r_{yx} \sigma_x + c \sigma_y. \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

Таблица 2

Материал	Угловая ориентация, φ	Расчетные значения предела выносливости			
		$R_{-1} = a + bE$ $(R_{-1} = -442,25 +$ $+ 0,544 \cdot 10^{-2} E) 10^{-8}$, Па	$R_{-1} = a + bE + c \frac{1}{\delta}$ $(R_{-1} = -439,9 +$ $+ 0,655 \cdot 10^{-2} E - 12,81/\delta) 10^{-8}$, Па	$R_{-1} = a + bE + c E/\delta$ $(R_{-1} = -696,1 + 0,75 \cdot 10^{-2} E -$ $- 0,43 \cdot 10^{-4} E/\delta) 10^{-8}$, Па	
ЭДЦ-В (1:1), пластины	0	1,23	1,04	1,06	
	45	0,564	0,59	0,68	
	90	1,23	1,04	1,06	
ЭДЦ-В, симмет- ричная укладка слоев под уг- лом к кромке пластин	0	1,79	1,835	1,80	
	15	1,71	1,825	1,84	
	30	0,890	0,97	0,978	
	45	0,564	0,596	0,58	
	75	0,444	0,449	0,428	
	90	0,662	0,71	0,70	

Решая уравнения (12) относительно b и c , приходим к следующим выражениям:

$$b = \frac{\sigma_z}{\sigma_x} \frac{r_{zx} - r_{zy}r_{xy}}{1 - r_{xy}^2};$$

$$c = \frac{\sigma_z}{\sigma_y} \frac{r_{zy} - r_{zx}r_{xy}}{1 - r_{xy}^2}. \quad (13)$$

Из первого уравнения системы (8) находим, что

$$a = \bar{z} - b\bar{x} - c\bar{y}. \quad (14)$$

Определение коэффициентов a , b и c , дисперсии σ_x^2 , σ_y^2 и σ_z^2 , коэффициентов корреляции r_{xy} , r_{xz} , r_{zy} проводилось на ЭВМ. Результаты расчета параметров корреляционных уравнений (1)–(3), уравнения теоретических линий регрессии приведены в табл. 2, коэффициенты корреляций и суммы квадратов отклонений $\sum_{i=1}^n [(\sigma_{-1})_i - (R_{-1})_i]^2$ приведены в табл. 3.

На рис. 1 изображена теоретическая линия регрессии для уравнения (1) и нанесены экспериментальные данные, которые

Таблица 3

Параметр	Расчетные значения предела выносливости		
	$R_{-1} =$ $= a + bE$	$R_{-1} =$ $= a + bE + c1/\delta$	$R_{-1} =$ $= a + bE + c1/\delta$
Коэффициент корреляции r	0,935	$r_{zx} = 0,935$ $r_{zy} = 0,468$ $r_{xy} = 0,670$	$r_{zx} = 0,935$ $r_{zy} = 0,737$ $r_{xy} = 0,883$
Сумма квадратов отклонений $\Sigma[(\sigma_{-1})_i - (R_{-1})_i]^2 \cdot$ $\times 10^{-16}, Па^2$	0,3064	0,1758	0,2153

позволяют сопоставить между собой результаты расчета и эксперимента. Теснота корреляционной связи между случайными величинами характеризуется, как известно, значением коэффициента корреляции и суммой квадратов отклонений между σ_{-1} и R_{-1} .

Из табл. 2 видно, что расчетные пределы выносливости R_{-1} с использованием зависимости (1) соответствуют экспе-

риментальным значениям и укладываются, в основном, в диапазон $\sigma_{-1} \pm 2\tilde{\sigma}_s$, редко в диапазон $\sigma_{-1} \pm 3\tilde{\sigma}_s$. Расчетные пределы выносливости отличаются от экспериментальных не более чем на 10—15%. Вследствие этого, а также учитывая простоту определения динамического модуля упругости, выражение (1) можно рекомендовать для прогнозирования, в первом приближении, предела выносливости.

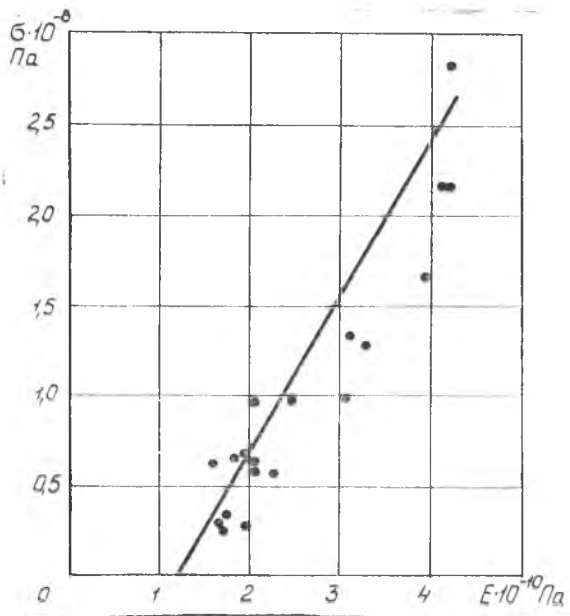


Рис. 1. Зависимость предела выносливости от динамического модуля упругости

Более точное прогнозирование предела выносливости обеспечивается при использовании зависимостей (2) и (3), так как при этом сумма квадратов отклонений между σ_{-1} и R_{-1} получается меньше, чем по зависимости (1).

Литература

1. Иванов В. П., Степаненко Н. Д., Чураев Р. В. Способ испытания образцов, выполненных в виде пластинок, на усталость при поперечном изгибе. А. с. № 214179 по кл. 42 к., 34/04. Бюллетень № 11, 1968, с. 111.
2. Степаненко Н. Д. Анизотропия динамических упругих свойств стекло-

- пластиков. - В кн.: Прочность пластмасс и элементов конструкции подвижного состава. Ростов-на-Дону, РИИЖТ, 1974, вып. 101, с. 37—47.
3. Степаненко Н. Д., Ковешников Б. Н. Методика определения усталостных свойств стеклопластиковых лопаток компрессоров и стеклопластиков при высокочастотных колебаниях. — В кн.: Усталостная прочность и долговечность авиационных конструкций. Куйбышевский авиац. ин-т, 1974, вып. 1, с. 103—112.
4. Латишенко В. А. Диагностика жесткости и прочности материалов. Рига, «Знание», 1968, с. 320.
5. Конончук Н. И. Методы оценки выносливости жаропрочных сплавов. М., «Металлургия», 1966, с. 247.

УДК 531:539,3

В. А. Фролов, А. И. Ермаков

КОЛЕБАНИЯ ЛОПАТОЧНЫХ ВЕНЦОВ С БАНДАЖНЫМИ ПОЛКАМИ

Настоящая работа посвящена дальнейшему совершенствованию методов определения динамических свойств лопаточного венца с полочным бандажом и продолжает исследования, изложенные в [1], [2].

Рассмотрена система, состоящая из упругого диска и набора лопаток с невесомыми бандажными полками, установленными на радиусе R_c (рис. 1). Полки соседних лопаток стыкуются между собой в точках «а» и «б». Предполагается, что недеформируемые полки допускают относительные линей-

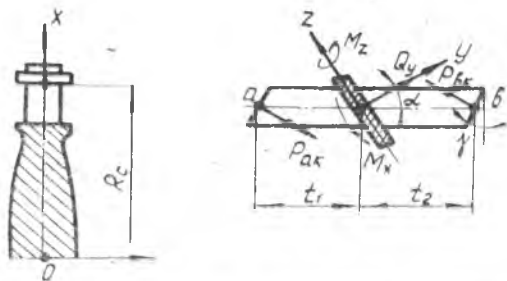


Рис. 1. Схема усилий, действующих в полочном бандаже