

Н.В.Герасимов, Ю.В.Шатилов

ОБ ОДНОМ МЕХАНИЧЕСКОМ ФИЛЬТРЕ С УПРАВЛЯЕМЫМ  
ДЕМПФИРОВАНИЕМ

В работе рассматривается проблема виброизоляции, затрагивающая практически все области техники. От вибраций защищаются здания, станки, автомобили, летательные аппараты и т.д. Элементы конструкций из-за вибраций разрушаются, чувствительные приборы изнашиваются, теряют точность и постепенно становятся негодными для эксплуатации. Хорошая виброизоляция увеличивает срок службы транспортных средств, позволяет им двигаться с большими скоростями, улучшает комфортабельность и т.п. Вопросам виброизоляции посвящена обширная литература: [1], [2], [3], [4] и т.д.

Задача виброизоляции сводится к созданию механического фильтра (амортизатора). Модель простейшего механического фильтра представлена на рис. I. Она описывается дифференциальным уравнением

$$m\ddot{x} + k\dot{x} + cx - kq + cq. \quad (I)$$

Здесь  $m$  - масса изолируемого объекта;  $x$  - абсолютная координата объекта;  $k$  - коэффициент вязкого сопротивления;  $c$  - жесткость упругого элемента;  $q$  - кинематическое возмущение.

Введем обозначения:  $\Omega = \sqrt{c/m}$  - собственная частота недемпфированной системы (рис. I);

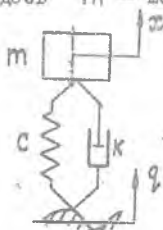


Рис. I.

$T = \Omega^{-1}$  - постоянная времени;  $\psi = kT/2m$  - коэффициент аperiodичности (затухания).

Тогда уравнение (I) примет вид

$$\ddot{x} + 2\psi T^{-1} \dot{x} + T^{-2} x = 2\psi T^{-1} \dot{q} + T^{-2} q. \quad (2)$$

Отсюда передаточная функция по перемещению будет

$$W_{qx}(p) = \frac{2\psi T p + 1}{T^2 p^2 + 2\psi T p + 1}, \quad (3)$$

а по ускорению -

$$W_{q\ddot{x}}(p) = \frac{(2\psi T p + 1) p^2}{T^2 p^2 + 2\psi T p + 1}, \quad (4)$$

где  $p$  - оператор Лапласа,  $\tau = \omega_q / \Omega$  - относительная частота возмущения.

Виброизолирующие свойства механических фильтров с передаточными функциями (3) и (4) определяются логарифмическими амплитудно-частотными характеристиками (ЛАЧХ)

$$L_x = 20 \lg \frac{\sqrt{[(4\psi^2 - 1)\tau^2 + 1]^2 + 4\psi^2 \tau^6}}{(1 - \tau^2)^2 + 4\psi^2 \tau^2} \quad (5)$$

и

$$L_{\ddot{x}} = 20 \lg \frac{\tau^2 \sqrt{[(4\psi^2 - 1)\tau^2 + 1]^2 + 4\psi^2 \tau^6}}{(1 - \tau^2)^2 + 4\psi^2 \tau^2}, \quad (6)$$

представленными на рис. 2, а, б.

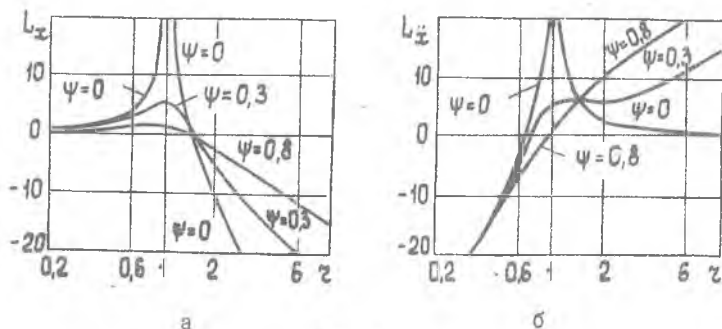


Рис. 2.

Из ЛАЧХ видно, что для хорошей виброизоляции в резонанс-

ной области необходимо значительное демпфирование, в то время как в зарезонансной области желательно иметь минимальное демпфирование. Фильтры с постоянными параметрами не могут удовлетворить обоим требованиям одновременно.

Предлагается ввести дополнительное звено с передаточной функцией

$$W_k(p) = \frac{2\psi_k T p}{T^2 p^2 + 2\psi_k T p + 1}, \quad (7)$$

которое позволит вводить демпфирование только в резонансной области. Логарифмическая амплитудно-частотная характеристика корректирующего звена (7)

$$L_k = \frac{2\psi_k \tau}{\sqrt{(1-\tau^2)^2 + 4\psi_k^2 \tau^2}} \quad (8)$$

представлена на рис. 3.

Структурная схема механического фильтра, скорректированного звеном (7), имеет вид, показанный на рис. 4

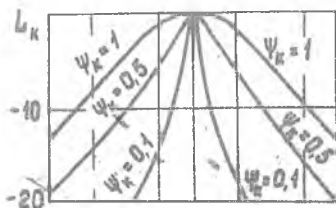


Рис. 3

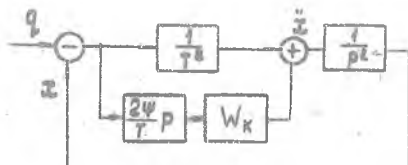


Рис. 4

Согласно структурной схеме получаем передаточную функцию по перемещению

$$W_{qx}^*(p) = \frac{(4\psi_k \psi_k + 1)T^2 p^2 + 2\psi_k T p + 1}{T^4 p^4 + 2\psi_k T^3 p^3 + (4\psi_k \psi_k + 2)T^2 p^2 + 2\psi_k T p + 1} \quad (9)$$

и по ускорению

$$W_{q\ddot{x}}^*(p) = W_{qx}^*(p) \cdot p^2. \quad (10)$$

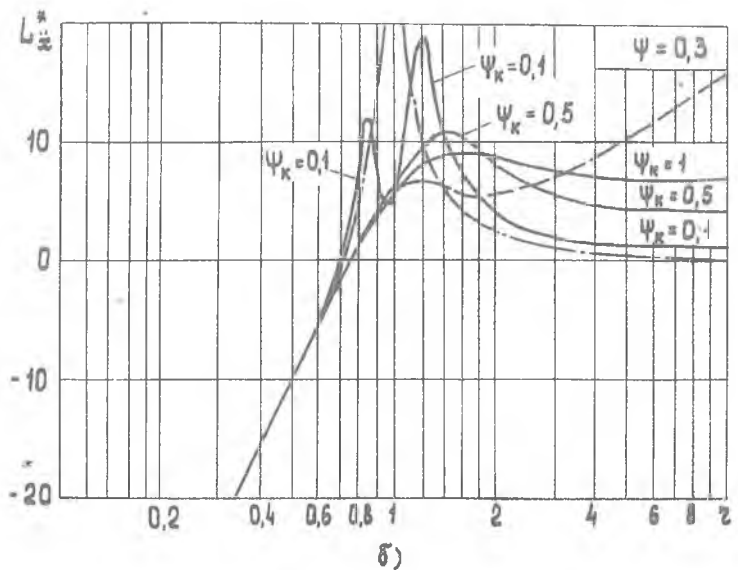
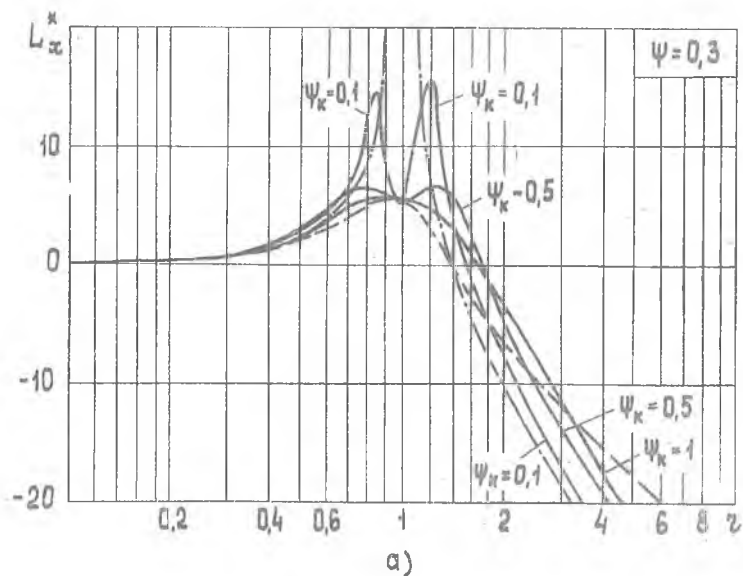
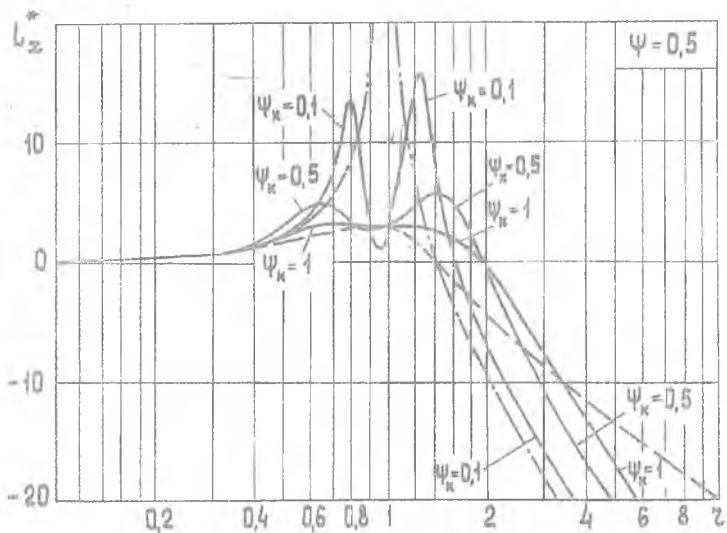
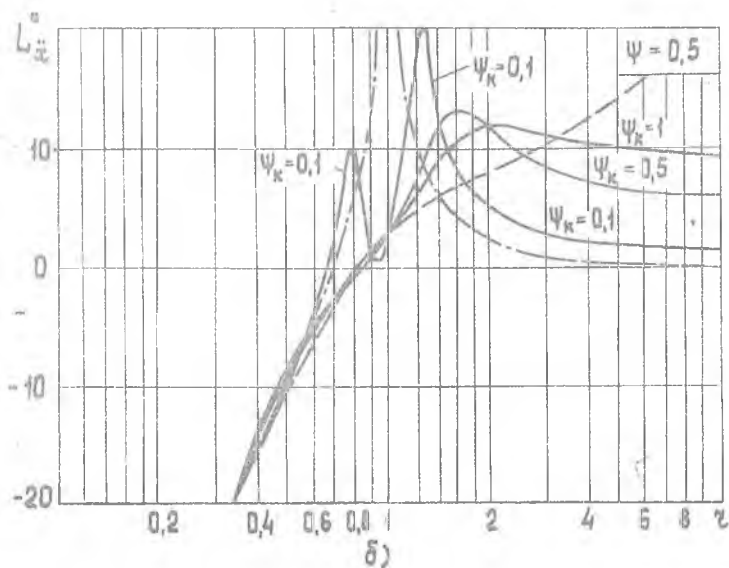


Рис. 5

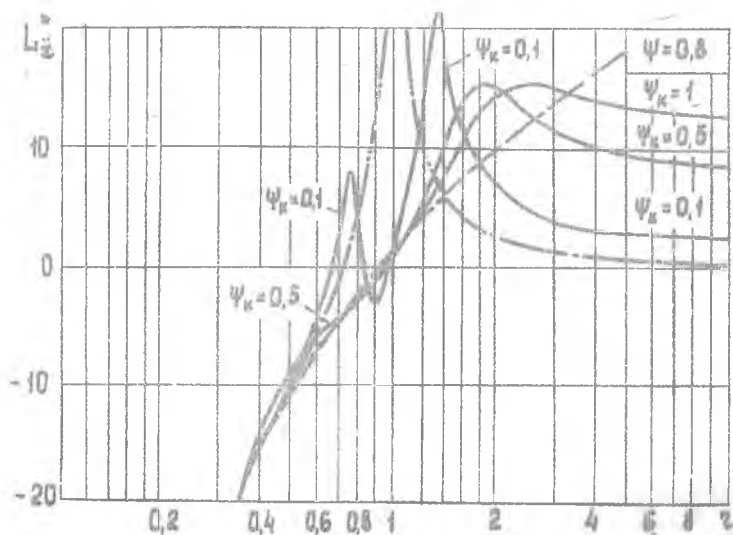
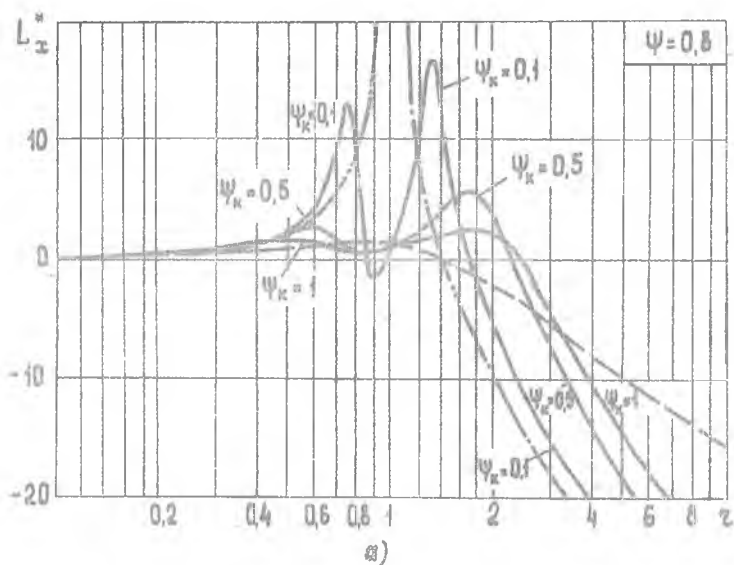


a)



b)

Рис. 6



b)

Рис. 7

Из (9) и (10) находим

$$L_x^* = 20 \lg \sqrt{u_x^2 + v_x^2} \quad (11)$$

и

$$L_{\dot{x}}^* = 20 \lg v^2 \sqrt{u_x^2 + v_x^2}, \quad (12)$$

где

$$u_x = \frac{-(4\psi\psi_k + 1)\tau^6 + (16\psi^2\psi_k^2 + 12\psi\psi_k - 4\psi_k^2 + 3)\tau^4 - (8\psi\psi_k - 4\psi_k^2 + 3)\tau^2 + 1}{[\tau^4 - (4\psi\psi_k + 2)\tau^2 + 1]^2 + 4\psi_k^2\tau^2(1 - \tau^2)^2},$$

$$v_x = \frac{-8\psi\psi_k\tau^5}{[\tau^4 - (4\psi\psi_k + 2)\tau^2 + 1]^2 + 4\psi_k^2\tau^2(1 - \tau^2)^2}.$$

Логарифмические амплитудно-частотные характеристики (11) и (12) построены для  $\psi = 0,3$ ,  $\psi = 0,5$  и  $\psi = 0,8$  на рис. 5, 6, и 7 (сплошные линии). Пунктирными линиями показаны характеристики исходного фильтра (I). Штрих-пунктирные линии соответствуют недемпфированной системе.

Проследим влияние коэффициента аperiodичности  $\psi$  исходного фильтра (I) и коэффициента аperiodичности  $\psi_k$  корректирующего звена (7) на поведение ЛАЧХ (на качество виброизоляции).

В резонансной области увеличение  $\psi$  и  $\psi_k$  снижает амплитуду колебаний и перегрузки на защищаемом объекте. При  $\tau = 1$ , независимо от  $\psi_k$ , характеристики фильтра с коррекцией совпадают с характеристиками нескорректированного фильтра.

При уменьшении  $\psi_k$  характеристики корректирующего звена становятся более острой (рис.3), а следовательно, сужается область, где вводится демпфирование.

Коэффициент аperiodичности  $\psi$  задает величину демпфирования при  $\tau = 1$ ,  $\psi_k$  - область введения демпфирования.

Таким образом, предложенный фильтр позволяет снижать амплитуду колебаний и перегрузки на изолируемом объекте в широком спектре частот возмущений. Демпфирование в таком фильтре вводится только в резонансной области.

### Л и т е р а т у р а

1. Ден-Гарторг Дж. Механические колебания. Физматгиз, 1960.
2. Стрелков С.П. Введение в теорию колебаний. Наука, 1968.
3. Елизеев С.В., Ольков В.В. Некоторые аспекты задачи вибро-

изоляции. Труды Иркутского политехнического института. Выпуск 73. Серия "Механика - математике".

4. Морозов Б.И., Рейхлин Р.И. Активная виброзащита с помощью систем автоматического регулирования. Сборник "Вибрационная техника", № 2, МДТИП, 1967 .