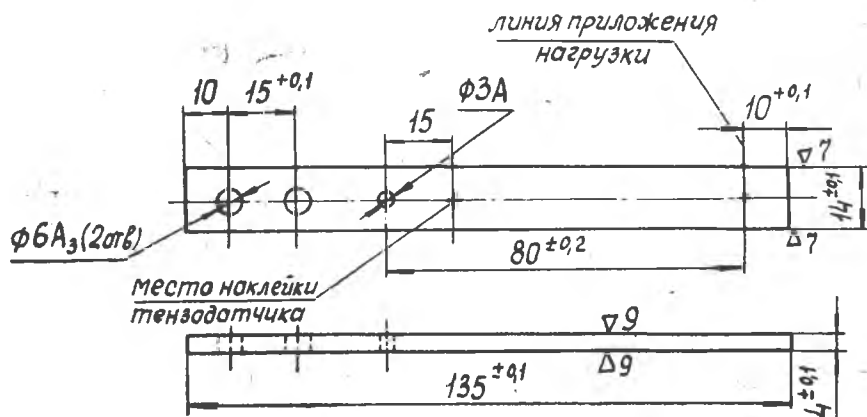


А. С. МОСТОВОЙ, Э. И. МИНОРАНСКИЙ

РАСЧЕТ КРИВОЙ УСТАЛОСТИ ПО ТРЕЩИНЕ ДЛЯ ОБРАЗЦА ПРИ ПРОГРАММНОЙ И СЛУЧАЙНОЙ НАГРУЗКАХ

В настоящей работе рассматривается расчет кривой усталости по трещине при программной и случайной нагрузках для призматического образца, изображенного на фиг. 1.



Фиг. 1.

В основу расчета положены представления о механизме усталостного разрушения, изложенные в работе [3]. Согласно этим представлениям образец рассматривается как совокупность дискретных элементов-волокон и возникновение трещины трактуется как разрушение наиболее напряженного волокна.

Момент разрушения этого волокна обусловлен его критическим повреждением $D_{кр}$, определяемым на основе линейной тео-

рии накопления повреждений, примененной к отдельным волокнам образца:

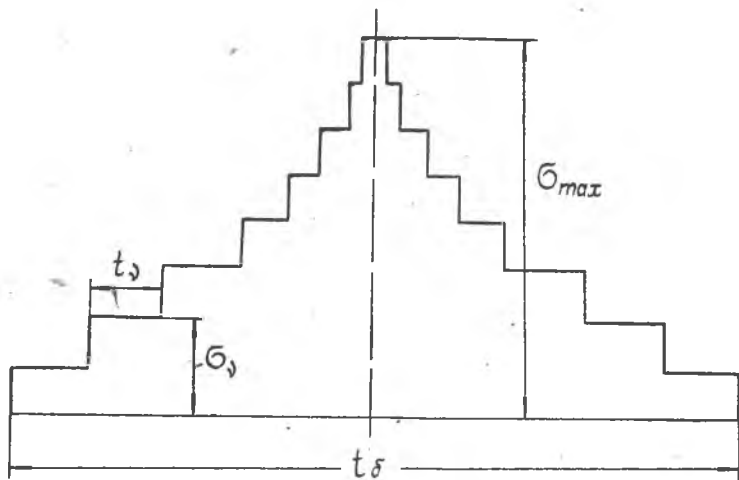
$$D_{кр} = \sum \frac{n_\nu}{N_\nu} = 1. \quad (1)$$

Здесь n_ν — число циклов ν -го уровня напряжения, N_ν — разрушающее число циклов при действительном напряжении σ_ν в волокне.

Момент разрушения волокна определяется лишь его напряженным состоянием, рассмотренным с учетом истории его нагружения, и при любом виде нагрузки для любых форм сечения образца определяется условием (1). Кривая усталости по трещине, представляющая собой зависимость действительных напряжений σ в момент возникновения трещины от числа циклов N , получается при гармонической нагрузке экспериментальным путем и является исходной для расчета кривых усталости по трещине для программной и случайной нагрузок.

1. РАСЧЕТ КРИВОЙ УСТАЛОСТИ ПО ТРЕЩИНЕ ДЛЯ ПРОГРАММНОЙ НАГРУЗКИ

Пусть имеем блок программной нагрузки, состоящий из r ступеней (уровней), продолжительностью t , каждая, составленный на основании достаточно представительной реализации случайного процесса (фиг. 2).



Фиг. 2.

Уровень напряжений в блоке будем характеризовать средним квадратическим отклонением $\bar{\sigma} \approx \frac{\sigma_{max}}{3}$. Повреждение D_δ , вносимое

одним блоком, может быть определено с помощью кривой усталости по трещине, полученной при гармонической нагрузке

$$D_{\delta} = \sum_{v=1}^f \frac{t_v \cdot f}{N_v}, \quad (2)$$

где f — частота приложения нагрузки.

Пользуясь условием (1), получим время появления трещины

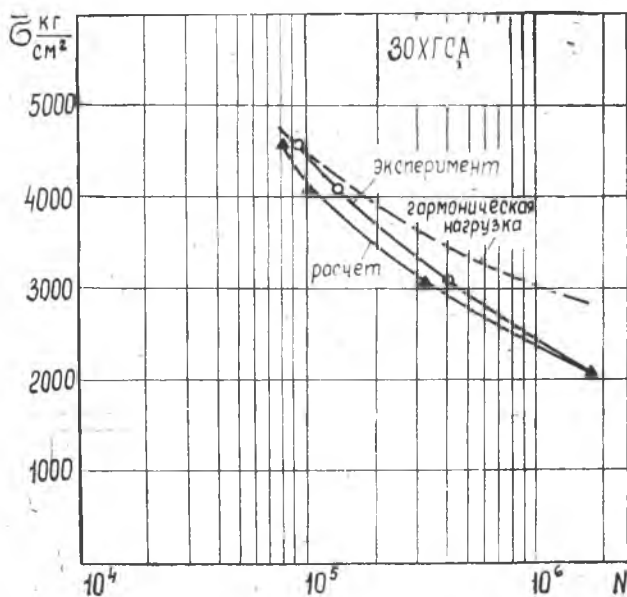
$$\tau_0 = \frac{1}{D_{\delta}} \cdot t_{\delta} \quad (3)$$

и соответствующее число циклов

$$N = \tau_0 \cdot f. \quad (4)$$

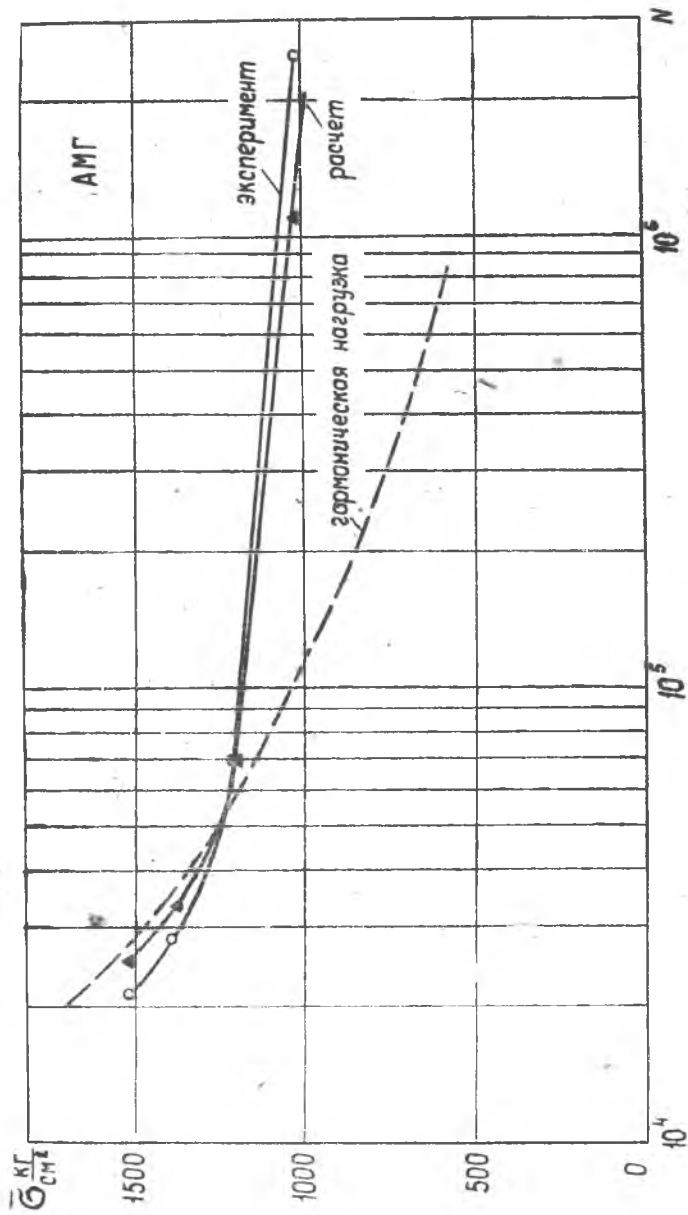
Здесь t_{δ} — длительность одного блока.

Полученные расчетным путем кривые усталости по трещине для образцов из 30ХГСА и АМГ, изображены на фиг. 3 и 4. Там же нанесены аналогичные кривые, полученные экспериментальным путем,* а также исходная кривая усталости по трещине для гармонической нагрузки.



Фиг. 3

* Эксперимент проведен на кафедре «Прочность летательных аппаратов» Куйбышевского авиационного института.



Фиг. 4

2. РАСЧЕТ КРИВОЙ УСТАЛОСТИ ПО ТРЕЩИНЕ ДЛЯ СЛУЧАЙНОГО ПРОЦЕССА С НОРМАЛЬНЫМ ЗАКОНОМ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ НАПРЯЖЕНИЙ

Полагаем, что число циклов рассматриваемого нормального случайного процесса равно числу его максимумов. Повреждение dD некоторого волокна, обусловленное числом циклов dn с уровнем напряжения, лежащим в диапазоне $(\sigma_a, \sigma_a + d\sigma_a)$ будет равно

$$dD = \frac{dn_i}{N_i} = \frac{n_{\Sigma} \cdot f(\sigma_a) d\sigma_a}{N_i}$$

где σ_a — амплитудное напряжение,
 $f(\sigma_a)$ — плотность вероятности максимумов напряжений,
 n_{Σ} — суммарное число циклов процесса.

Аппроксимируя кривую усталости по трещине для гармонической нагрузки выражением

$$N = e^{a-b\sigma_a}$$

где a, b — параметры упомянутой кривой, получим повреждение D волокна за весь процесс:

$$D = n_{\Sigma} \int_{\sigma_{-1}}^{\sigma_{\max}} \frac{f(\sigma_a) d\sigma_a}{e^{a-b\sigma_a}} \quad (5)$$

При этом полагаем, что напряжения, лежащие ниже предела выносливости σ_{-1} , не вызывают повреждения.

Для решения поставленной задачи необходимо знать распределение максимумов нормального случайного процесса, которое имеет вид [2]:

$$f(\sigma_a) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \left[\frac{\sqrt{k^2 - 1}}{k} e^{-\frac{k^2 \sigma_a^2}{2\sigma^2(k^2 - 1)}} + \frac{\sigma_a}{\sigma} e^{-\frac{\sigma_a^2}{2\sigma^2}} \cdot \frac{\sqrt{2\pi}}{k} \cdot \Phi\left(\frac{\sigma_a}{\sigma \sqrt{k^2 - 1}}\right) \right] \quad (6)$$

Здесь

$$k = \frac{\left[\int_0^{\infty} \omega^4 S(\omega) d\omega \cdot \int_0^{\infty} S(\omega) d\omega \right]^{1/2}}{\int_0^{\infty} \omega^2 \cdot S(\omega) d\omega} \quad (7)$$

$S_{(\omega)}$ — спектральная плотность процесса.

σ — среднее квадратическое отклонение процесса.

Φ — функция Лапласа.

Выражение (5) для повреждения с учетом (6), примет вид:

$$D = n_{\Sigma} \cdot \frac{1}{e^a} \int_{\sigma_{-1}}^{\sigma_{\max}} e^{b\sigma_a} \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \left[\frac{\sqrt{k^2 - 1}}{k} \cdot e^{-\frac{k^2 \sigma_a^2}{2 \sigma^2 (k^2 - 1)}} + \frac{\sigma_a}{\sigma} e^{-\frac{\sigma_a^2}{2 \sigma^2}} \cdot \frac{\sqrt{2\pi}}{k} \cdot \Phi\left(\frac{\sigma_a}{\sigma \sqrt{k^2 - 1}}\right) \right] d\sigma_a. \quad (8)$$

Для определения числа циклов N , соответствующего моменту появления трещины, воспользуемся зависимостью (8), принимая во внимание условие (1):

$$N = \frac{e^a \cdot \sigma \cdot \sqrt{2\pi} \cdot k}{\int_{\sigma_{-1}}^{\sigma_{\max}} e^{b\sigma_a} \left[\frac{\sqrt{k^2 - 1}}{k} \cdot e^{-\frac{k^2 \sigma_a^2}{2 \sigma^2 (k^2 - 1)}} + \frac{\sigma_a}{\sigma} \cdot e^{-\frac{\sigma_a^2}{2 \sigma^2}} \cdot \frac{\sqrt{2\pi}}{k} \cdot \Phi\left(\frac{\sigma_a}{\sigma \sqrt{k^2 - 1}}\right) \right] d\sigma_a} \quad (9)$$

Значение коэффициента k , определяемое по формуле (7) зависит от формы спектральной плотности нормального случайного процесса. Для формы спектральной плотности, при которой были испытаны образцы из материалов ЗОХГСА и АМГ, определялись значения k и строились расчетные кривые усталости по трещине.

Все вычисления проводились на ЭЦВМ «Урал-2»*.

Изложенный выше метод расчета кривой усталости по трещине при случайном нагружении с помощью формулы (9) является трудоемким и требует использования ЭЦВМ. Применение приближенных зависимостей, позволяет упростить предложенную методику.

С этой целью по формуле (6) было построено распределение максимумов случайного процесса (пунктирная кривая на фиг. 5). Полученное распределение сопоставлено с нормальным распределением максимумов при значениях среднего квадратического отклонения σ_a и математического ожидания m_a максимумов, подсчитанных по осциллограммам случайного процесса (сплошная кривая на фиг. 5). Из этого сопоставления следует, что распределение максимумов весьма близко к нормальному.

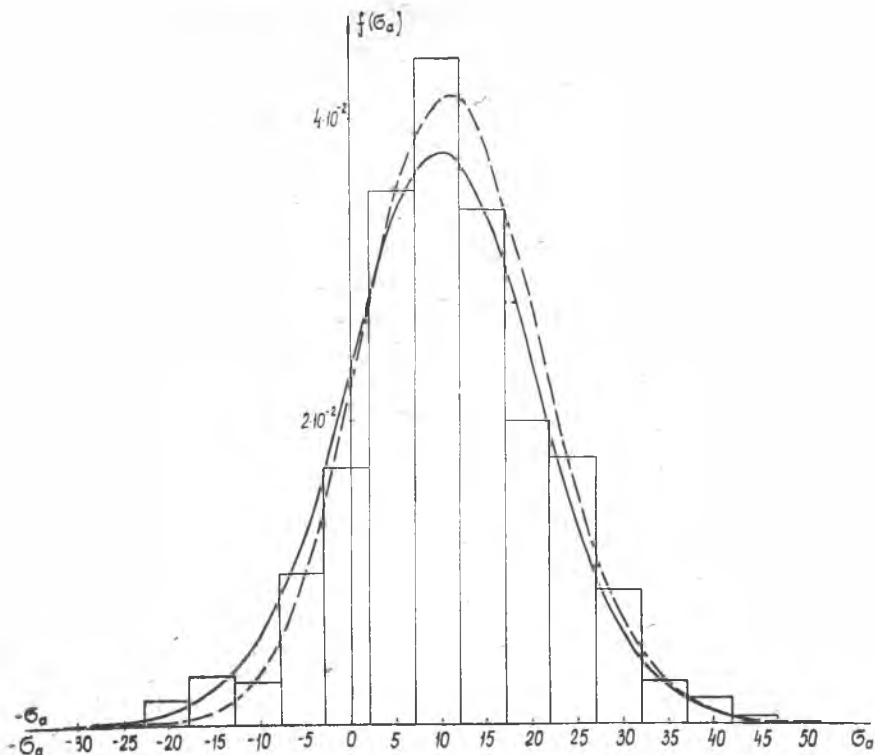
Тогда

$$f(\sigma_a) = \frac{1}{\sigma_a \cdot \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\sigma_a - m_a)^2}{2 \sigma_a^2}} \quad (10)$$

и повреждение волокна с учетом (10) будет выражаться в виде:

$$D = n_{\Sigma} \cdot \frac{1}{e^a} \int_{\sigma_{-1}}^{\sigma_{\max}} e^{b\sigma_a} \cdot \frac{1}{\sigma_a \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\sigma_a - m_a)^2}{2 \sigma_a^2}} d\sigma_a. \quad (11)$$

* Расчёты производила инженер Л. К. Фролова.



Фиг. 5

После преобразований получим, с учетом (1), выражение для числа циклов N , соответствующего моменту появления трещины:

$$N = \frac{1}{e^{-\frac{c}{2\sigma_a^2}} \left[\Phi\left(\frac{\sigma_{\max} - A/2}{\sigma_a}\right) - \Phi\left(\frac{\sigma_{-1} - A/2}{\sigma_a}\right) \right]}, \quad (12)$$

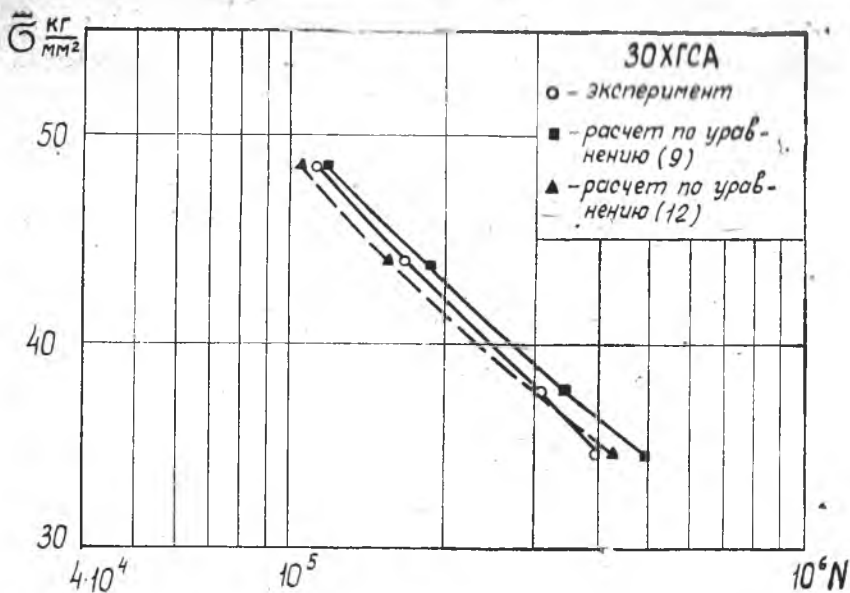
где $A = 2m_a + 2b \cdot \sigma_a^2$

$$C = m_a^2 + 2a \sigma_a^2 - \frac{A^2}{4}$$

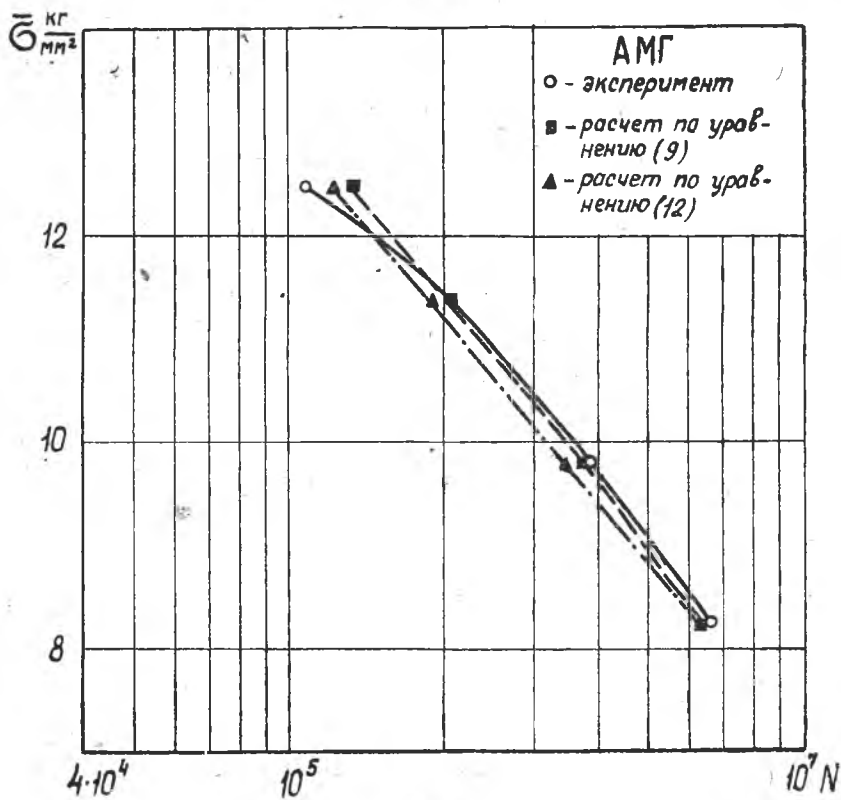
a, b — параметры кривой усталости по трещине для гармонической нагрузки.

В целях повышения точности расчета кривая усталости по трещине в полулогарифмических координатах аппроксимировалась ломаной линией.

Сопоставление кривых усталости по трещине для материалов 30ХГСА и АМГ, полученных экспериментально и расчетом



Фиг. 6.



Фиг. 7.

по формулам (9) и (12), произведено на фигурах 6 и 7. Очевидно, что совпадение результатов точного и приближенного расчета между собой, а также с экспериментом достаточно хорошее. При этом приближенный расчет (по формуле [12]), дает значения времени появления трещины, идущие в запас долговечности.

ВЫВОДЫ

1. Предложенная методика позволяет расчетным путем получить кривые усталости по трещине для программной нагрузки и для случайной нагрузки, распределенной по нормальному закону.

Полученные нами расчетным путем кривые достаточно хорошо согласуются с экспериментом.

2. Расчет кривой усталости по трещине существенно упрощается, если принять, что распределение максимумов нормального процесса подчиняется нормальному закону распределения. Близкое совпадение расчетных кривых с экспериментом свидетельствует о возможности такого допущения.

ЛИТЕРАТУРА

1. С. В. Серенсен, В. П. Кобаев, Р. М. Шнейдерович. Несущая способность и расчёты деталей на прочность. Машгиз, 1963 г.
2. Б. Р. Левин. Теоретические основы статистической радиотехники, «Советское радио», 1966 г.
3. А. С. Мостовой. Определение долговечности образца на основе некоторых представлений о механизме усталостного разрушения. Помещена в настоящем сборнике.