... АВИАЦИОННЫЙ ИНСТИТУТ им. С. П. КОРОЛЕВА
Труды, выпуск 48, 1971 г.
Вопросы прочности элементов авиационных конструкций

А. С. Мостовой, Э. И. Миноранский, В. В. Архипов

ВЛИЯНИЕ УСТАЛОСТНОЙ ТРЕЩИНЫ НА ИЗМЕНЕНИЕ ЖЕСТКОСТИ ОБРАЗЦА ПРИ РАСТЯЖЕНИИ—СЖАТИИ

В практике усталостных испытаний образцов широко проводятся испытания при постоянных перемещениях точки приложения нагрузки. В этом случае появление усталостной трещины, изменяющей жесткость образца, вызывает уменьшение внешней нагрузки.

В настоящей работе, на основании методики, изложенной в [2], исследуется указанное явление и устанавливаются количественные соотношения, которые должны быть учтены при расчете долговечности образца.

Рассмотрим пластину (фиг. 1) шириной $2L$, в сечении $a—a$ которой, проходящем через отверстие, имеется трещина, симметричная относительно продольной вертикальной плоскости пластины. Полагаем, что трещина распространяется на всю толщину сечения.

Полное включение пластины в работу происходит на расстоянии B от поврежденного сечения.

Напряженное состояние на участке длиной B (эпюра a на фиг. 1) представляем как сумму напряжений, показанных на эпюре c, и самоуравновешенных напряжений (эпюра d), затухающих вдоль оси z по некоторому закону $\xi(z)$. В целях упрощения задачи криволинейные очертания эпюры a заменяем отрезками прямых (эпюры b, c, d). В соответствии с этим

$$\sigma_a = \frac{P}{4(c-h)H}, \tag{1}$$

$$\sigma_m = \frac{P}{4Hc}, \tag{2}$$

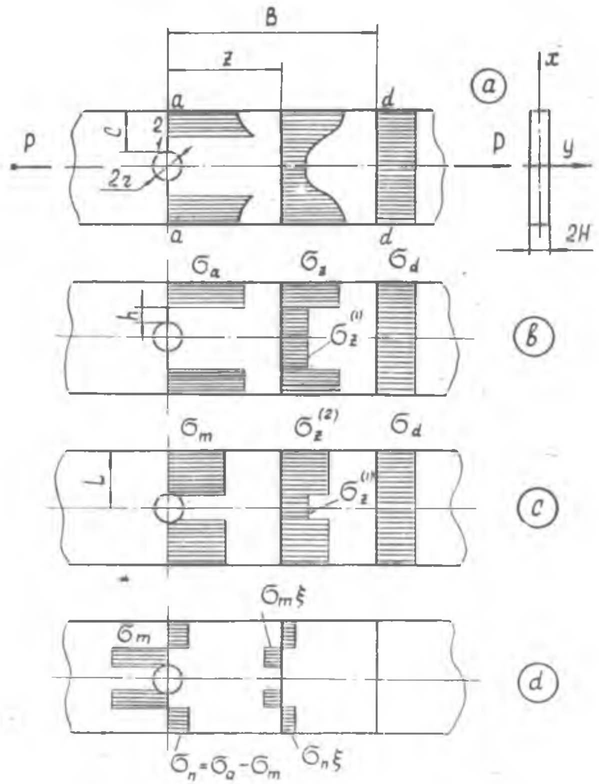
$$\sigma_n = \sigma_a - \sigma_m = \frac{Ph}{4(c-h)Hc} \tag{3}$$

Функцию затухания $\xi(z)$ найдем из условия минимума потенциальной энергии деформации, выражение для которой можно по-

чить из рассмотрения самоуравновешенных нормальных и ка-
тельных напряжений.

Рассмотрим потенциальную энергию деформации, обусловлен-
ю нормальными напряжениями:

$$U_\sigma = 2\left[\int_0^B\int_0^h \frac{(\sigma_m\xi)^2}{2E}\,dxdz + \int_0^B\int_h^C \frac{(\sigma_n\xi)^2}{2E}\,dxdz\right]. \quad (4)$$



Фиг. 1.

Подставляя в выражение (4) значения σ_n, σ_m и производя ин-
тегрирование, получим

$$U_\sigma = A_\sigma \int_0^B \xi^2 dz, \quad (5)$$

где

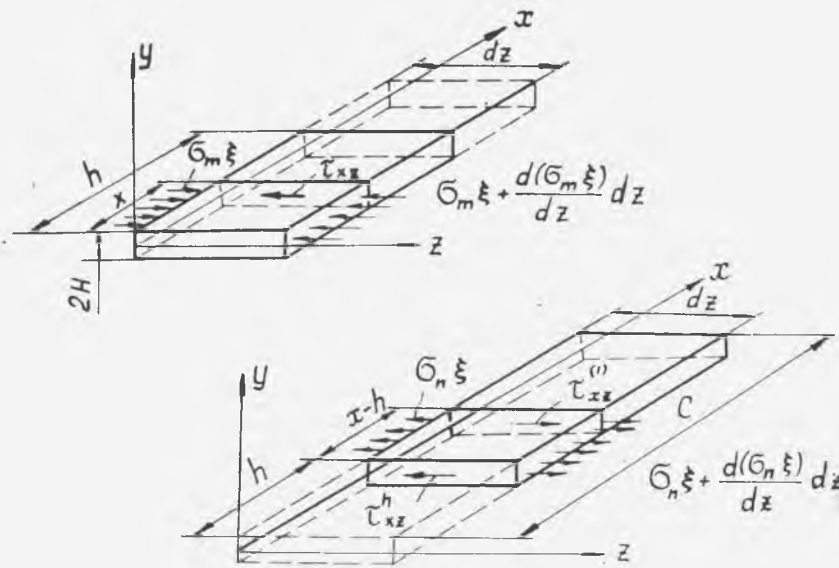
$$A_\sigma = \frac{P^2 h}{16EcH^2(c-h)}. \quad (6)$$

Рассмотрим потенциальную энергию деформации, обусловленную касательными напряжениями. Для участка 0—h (фиг. 2 а), проектируя силы на ось z, получим

$$\tau_{xz}^{(1)} = \frac{Px}{4cH}\xi'; \tag{7}$$

при $x = h$

$$\tau_{xz}^{(h)} = \frac{Ph}{2Hc}\xi .$$



Фиг. 2.

Рассмотрим участок h—c (фиг. 2 в). Из условия равновесия имеем:

$$(\tau_{xz}^{(2)} - \tau_{xz}^{(h)})\,2H dz + 2H(x-h)\frac{d(\sigma_n \xi)}{dz} dz = 0.$$

С использованием выражения (3) получим:

$$\tau_{xz}^{(2)} = \frac{Ph(c-x)}{4(c-h)cH}\xi'. \tag{8}$$

Потенциальная энергия, обусловленная касательными напряжениями:

$$U_\tau = 2\left[\int_0^B\int_0^h \frac{\left[\tau_{xz}^{(1)}\right]^2}{2G} dx dz + \int_0^B\int_h^C \frac{\left[\tau_{xz}^{(2)}\right]^2}{2G} dx dz\right].$$

Воспользовавшись выражениями (7) и (8), после интегрирования и преобразований получим:

$$U_\tau = A_\tau \int_0^B (\xi')^2 dz, \tag{9}$$

где

$$A_\tau = \frac{P^2h^2}{48H^2cG}. \tag{10}$$

Потенциальная энергия деформации, обусловлена самоуравновешенными напряжениями:

$$U = U_\sigma + U_\tau = \int_0^B \varphi dz,$$

где

$$\varphi = [A_\sigma \xi^2 + A_\tau (\xi')^2].$$

Записав условие минимума потенциальной энергии деформации

$$\varphi'_\xi + \frac{d}{dz}\varphi'_{\xi'} = 0, \tag{11}$$

получаем вариационное уравнение в таком виде:

$$2A_\sigma \xi - 2A_\tau \xi'' = 0$$

или

$$\xi'' - u^2\xi = 0,$$

приняв

$$u^2 = \frac{A_\sigma}{A_\tau}. \tag{12}$$

Решение уравнения (12) запишем в виде:

$$\xi(z) = C_1e^{-uz} + C_2e^{uz}. \tag{13}$$

Учтя, что $\xi(z)$ с ростом z убывает и что $\xi(0) = 1$, придем к выражению:

$$\xi(z) = e^{-uz}. \tag{14}$$

Считая $\xi(B)$ достаточно малым при $uB \approx 4{,}0$, запишем:

$$\xi(z) = e^{-4\bar{z}}, \tag{15}$$

где

$$\bar{z} = \frac{z}{B}.$$

Выражение для $u = \sqrt{\frac{A\sigma}{A\tau}}$ найдем, воспользовавшись формулами (6) и (10).

При $\mu = 0{,}3$, получим:

$$u = \frac{1{,}075}{\sqrt{(c-h)h}}. \tag{16}$$

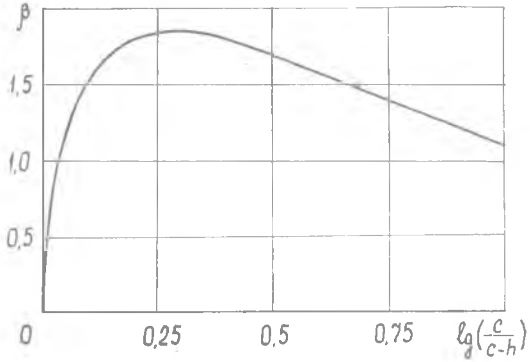
Тогда

$$B = \frac{4{,}0}{u} = 3{,}72\sqrt{(c-h)h}. \tag{17}$$

График $\beta = \frac{B}{c} = f\left(\frac{c}{c-h}\right)$ в полулогарифмических координатах изображен на фиг. 3.

Далее определим значения местных фиктивных площадей сечения на участке $-B < z < B$ из условия $P = \sigma_z F_z$, где $F_a < F_z < F$. Введя обозначение $\Phi = \frac{\sigma_z^{(1)}}{\sigma_z}$, получим выражение для F_z:

$$F_z = 4(c-h)H + 4(r+h)H\Phi. \tag{18}$$



Фиг. 3.

Из рассмотрения фиг. 1 следует:

$$\sigma_z^{(1)} = \sigma_z^{(2)} - \sigma_m \xi,$$

$$4\sigma_z^{(2)} Hc + \sigma_z^{(1)} 4rH = P,$$

$$4\sigma_z (c-h) H + 4\sigma_z^{(1)} H (r+h) = P.$$

Используя эти соотношения и проведя преобразования, получим:

$$F_z = 4HL\left[\frac{L-(r+h)}{L-(1-\xi)(r+h)}\right]. \tag{19}$$

Определим приведенную жесткость образца $E\,F_{\text{пр}}$, под которой будем понимать жесткость образца постоянного сечения, имеющего равную с данным образцом деформацию [2]:

$$F_{\text{пр}} = \frac{Pl}{\Delta l E}, \tag{20}$$

где Δl — удлинение поврежденного образца. Величину Δl найдем из равенства:

$$\Delta l = \int_{-B}^{B} \frac{Pdz}{EF_z} - + \frac{P}{EF}(l-2B) = \frac{PB(r+h)(1-e^{-4})}{2EF\,[L-(r+h)]} + \frac{Pl}{EF}. \tag{21}$$

Учитывая (20) и (21), а также обозначения

$$\bar{B} = \frac{B}{l}; \quad \bar{F}_{\text{пр}} = \frac{F_{\text{пр}}}{F},$$

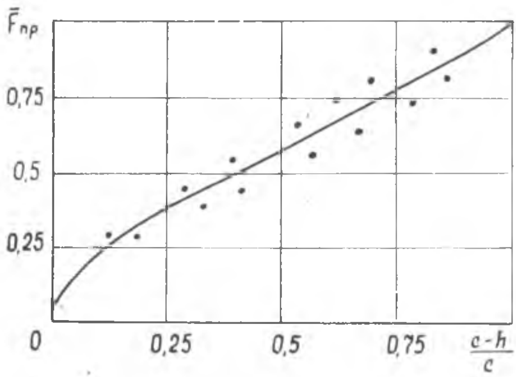
…олучим

$$\bar{F}_{\text{пр}} = \frac{L-(r+h)}{\bar{B}(r+h)(1-e^{-4})+[L-(r+h)]}. \qquad (22)$$

График функции $\bar{F}_{\text{пр}} = f\left(\frac{c-h}{c}\right)$ приведен на фиг. 4. В работе …2| показано, что

$$\bar{F}_{\text{пр}} = \frac{P(t)}{P(0)}, \qquad (23)$$

…де $P(t)$ значение внешней нагрузки в момент времени t, соответ…твующий $F_{\text{пр}}$. Выражение (23) может служить для оценки паде-



Фиг. 4.

…ия нагрузки с развитием трещины. Из этой же работы следует, что … процессе эксперимента значение $F_{\text{пр}}$ может быть определено из …ыражения

$$\bar{F}_{\text{пр}} = \frac{\left(\frac{\sigma}{\sigma_{\text{р}}}\right)_t}{\left(\frac{\sigma}{\sigma_{\text{р}}}\right)_0},$$

…де σ — напряжение, замеряемое в неповрежденном сечении об…азца, переменное во времени, и $\sigma_{\text{р}}$ — напряжение в тарировочной …алочке, не зависящее от повреждения.

Значения $F_{\text{пр}}$, полученные из эксперимента, показаны на фиг. 4.

ЛИТЕРАТУРА

1. Расчеты на прочность в машиностроении под ред. С. Д. Пономарева, т. 2. …ашгиз, 1958.

2. А. С. Мостовой, Б. А. Лавров. Влияние усталостной трещины на …згибную жесткость образца. Труды КуАИ, вып. 29, Куйбышев, 1967.

…5576