КУЙБЫШЕВСКИЙ АВИАЦИОННЫЙ ИНСТИТУТ
ТРУДЫ. ВЫПУСК XX. ЧАСТЬ I. 1965 г.
Вопросы технологии производства летательных аппаратов

В. И. АЛЕКСАНДРОВ, В. Г. ГОЛОВАЧЕВ, А. И. ОКУНЕВ,
Б. И. ПЕТРОВ, В. Г. ФИЛИМОШИН, В. М. ТУРАПИН

К ВОПРОСУ О РАСЧЕТЕ НЕКОТОРЫХ ПАРАМЕТРОВ ПРОЦЕССА ЭЛЕКТРОХИМИЧЕСКОЙ РАЗМЕРНОЙ ОБРАБОТКИ

Эффективность метода электрохимической размерной обработки значительно возрастает при правильном выборе параметров и режимов процесса.

В настоящей работе на примере обработки плоских поверхностей приводится расчет некоторых параметров рассматриваемого процесса.

ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Основной закон электрохимического растворения описывается уравнением:

$$dv = C_k I dt, \tag{1}$$

где v — объем растворенного металла;

I — сила тока;

C_k — условный коэффициент электрохимического растворения.

Коэффициент C_k определяется из выражения:

$$C_к = K \cdot C_0, \tag{2}$$

где C_0 — электрохимический эквивалент обрабатываемого материала;

K — коэффициент эффективности процесса, учитывающий частичное рассеивание тока в местах крепления детали и внутри самой установки. Величина этого коэффициента зависит от конструкции установки, типа обрабатываемых деталей и определяется опытным путем.

По литературным данным чистые металлы имеют значения C_0 (в мм³ на *ампер-минуту*): алюминий — 2,1; кобальт — 2,05; железо — 2,2; молибден — 1,95; титан — 2,18; хром — 2,24; медь — 2,2; никель — 2,05; вольфрам — 1,98.

Для сплавов величину C_0 можно в первом приближении рассчитывать пропорционально химическому составу. Однако этот вопрос требует более внимательного изучения.

Преобразуем уравнение (1) к виду, более удобному для дальнейших исследований. Учитывая, что

$$\frac{dv}{F} = dx,$$

где F — площадь электрода, получим

$$dx = C_k \frac{I}{F} dt, \tag{3}$$

или

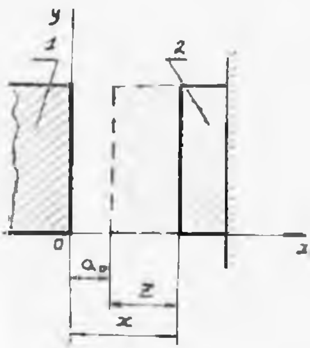
$$\frac{dx}{dt} = v_{\text{э.х.р.}} = C_k \frac{I}{F}, \tag{4}$$

где $v_{\text{эхр}}$ — скорость электрохимического растворения.

Таким образом, скорость электрохимического растворения пропорциональна плотности тока.

ОБРАБОТКА НА УСТАНОВКЕ С НЕПОДВИЖНЫМ ЭЛЕКТРОДОМ-ИНСТРУМЕНТОМ (КАТОДОМ)

Схема обработки и соответствующие обозначения приведены на фиг. 1. Пунктиром показано положение детали 2 при $t=0$, сплошными линиями — в момент времени t.



Фиг. 1.

Здесь x, y — неподвижная система координат с началом на электроде-инструменте;

a_0 — начальный зазор;

a — текущий зазор.

В рассматриваемом случае зазор a равен координате x, тогда

$$R = \frac{x}{\varkappa \cdot F},$$

где $\varkappa$ — удельная проводимость электролита.

Ток в рабочей цепи определится из выражения

$$I = \frac{E'}{R + R_{\text{вн}}}, \tag{5}$$

где $E' = E - e$; e — Э. Д. С. поляризации.

Подставляя в выражение (5) значение R, получим:

$$I = \frac{E' \varkappa F}{x + R_{\text{вн}} \cdot \varkappa F}. \tag{6}$$

Уравнение (3) после подстановки в него значения I из формулы (6) примет вид

$$dx = \frac{C_k E' \varkappa}{x + R_{\text{вн}} \cdot \varkappa F} \cdot dt.$$

Интегрируя данное выражение от 0 до t и от x_0 до x, получим

$$x = \sqrt{(B_1 + x_0)^2 + 2A_1 t} - B_1, \qquad (7)$$

где введенные для краткости константы A_1 и B_1 имеют следующие значения:

$$A_1 = C_k E^1 \cdot \varkappa \left[\frac{мм^2}{мин}\right];$$

$$B_1 = R_{\text{вн}} \cdot \varkappa F \ [мм].$$

Скорость электрохимического растворения

$$v_{\text{эхр}} = \frac{dx}{dt} = \frac{A_1}{\sqrt{(B_1 + x_0)^2 + 2A_1 t}}. \qquad (8)$$

Время снятия припуска $z = x - x_0$:

$$t = \frac{1}{2A_1}(x^2 - x_0^2) + \frac{B_1}{A_1}(x - x_0). \qquad (9)$$

Выражения (7) и (9) даже для такого простейшего случая получаются достаточно сложными. При рассмотрении следующих задач это может привести к значительным математическим трудностям. Учитывая сказанное, получим более простое выражение, полагая, что напряжение на электродах U_0 постоянно и не зависит от величины зазора. Тогда

$$I = \frac{U_0 \varkappa F}{x}$$

и

$$dx = C_\kappa U_0 \varkappa \frac{1}{x} \cdot dt. \qquad (10)$$

Интегрируя уравнение (10) от 0 до t и от x_0 до x, получим

$$x = \sqrt{x_0^2 + 2At}; \qquad (11)$$

$$\frac{dx}{dt} = v_{\text{эхр}} = \frac{A}{\sqrt{x_0^2 + 2At}}; \qquad (12)$$

$$t = \frac{1}{2A}(x^2 - x_0^2), \qquad (13)$$

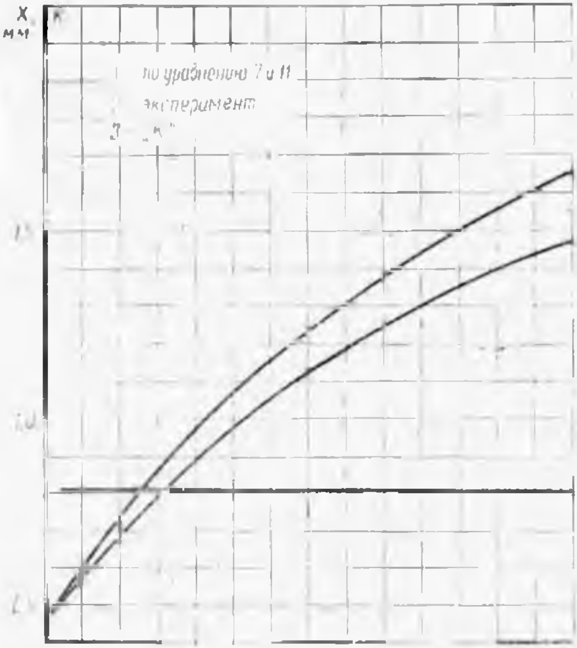
где $A = C_k U_0 \varkappa$ назовем характеристикой режима.

Для оценки величины погрешности, внесенной принятым допущением, сделаем расчет одного из режимов обработки, принимая $K = 1$.

Исходные данные: $E = 15$ *в*; $U_0 = 11{,}8$; $R_{\text{вн}} = 1.59 \cdot 10^{-3}$ *ом*; $C_0 = 2{,}05 \frac{мм}{а \cdot мин}$; $\varkappa = 0{,}01085 \frac{1}{ом \cdot мм}$; $x_0 = 0{,}47$ *мм*; $e = 1{,}4$ *в*. Результаты расчета приведены в таблице 1.

По результатам таблицы 1 построен график, приведенный на фиг. 2 (кривые 1, 2). Как видно, результаты расчета величины x по формулам (7) и (11) практически совпадают.

Из формулы (13), если ее написать дважды для 100% эффек-



Фиг. 2.

Таблица 1

t [*мин*] / Параметры процесса	0	1	2	3	4	4,5
x [*мм*] по формуле (11) $k = 1$.	0,47	0,86	1,135	1,35	1,53	1,615
x [*мм*] по формуле (7) $k = 1$ . .	0,47	0,87	1,15	1,37	1,55	1,64
x [*мм*] — эксперимент	0,47	0,8	1,06	1,26	1,41	1,46

тивности процесса, т. е. при $K = 1$ и $K \cdot 100\%$ эффективности, и принять, что последний случай совпадает с контрольным экспериментом для плоских образцов, можно получить выражение для коэффициента K

$$t_{100} = \frac{1}{2C_0 U_0 \varkappa}(x^2 - x_0^2), \tag{14}$$

$$t_k = t_э = \frac{1}{2kC_0 \cdot U_0 \varkappa}(x^2 - x_0^2). \tag{14a}$$

Разделив первое выражение на второе при равных x и x_0, получим

$$k = \frac{t_{100}}{t_э}. \qquad (15)$$

Таким образом, если известны из экспериментов x_0, x и $t_э$, то, подсчитав по выражению (14) t_{100}, можно определить коэффициент K. Расчет коэффициента K по формуле (15) показывает, что его значения постоянны и не зависят от величины зазора. В нашем случае $K = 0{,}8$. На фиг. 2 значения коэффициента K отображены прямой 3. Легко видеть, что учет значения коэффициента K при расчете по формуле (11) или (7) дает совпадение расчетных данных с экспериментальными.

Рассмотрение самого простого случая обработки с неподвижными электродами следует считать как апробацию принятого метода. Сравнение полученных результатов с экспериментом показывает, что основные уравнения в приближенном решении дают достаточно хорошие результаты.

ОБРАБОТКА НА УСТАНОВКЕ С ПОДВИЖНЫМ ЭЛЕКТРОДОМ-ИНСТРУМЕНТОМ.

Схема обработки и соответствующие обозначения приведены на фиг. 3. Пунктиром показано положение электрода-инструмента *1* и детали *2* при $t=0$, сплошными линиями — в момент времени t.

Берем основное уравнение в виде (4).

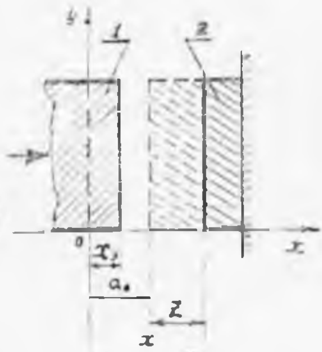
Для определения плотности тока используем приближенное уравнение (10), где a — зазор; $a = x - x_э$.

Координату электрода считаем заданной функцией времени $x_э = \xi(t)$.

Подставляя в основное уравнение, имеем:

$$\frac{dx}{dt} = \frac{A}{x - \xi(t)}, \qquad (16)$$

или $x'[x - \xi(t)] = A$, т. е. обыкновенное дифференциальное уравнение, нелинейное, с переменными коэффициентами, являющееся частным случаем уравнения Абеля 2-го рода.



Фиг. 3.

Подстановкой $a = x - \xi$ это уравнение приводится к виду

$$a(a' + \xi') = A. \qquad (17)$$

В общем виде уравнения (16) и (17) не интегрируются. Общий интеграл можно найти только при некоторых частных видах функции $\xi(t)$. Например, для $\xi(t) = \xi_0 = \mathrm{const}$, т. е. для случая с неподвижными электродами сразу получается решение $x = \xi_0 + \sqrt{(x_0 - \xi_0)^2 + 2At}$, которое при $\xi_0 = 0$ переходит в уже полученное уравнение (11).

Рассмотрим случай движения электрода с постоянной скоростью. Принимаем $\xi(t) = V \cdot t$, где $V = \mathrm{const}$, т. к. в уравнении (16) даже при линейной функции ξ переменные не разделяются, то основное уравнение берем в виде (17), т. е. физически переходим от уравнения с переменной координатой x к переменной—зазору a. Итак $a(a' + \xi') = A$; $\xi' = V = \mathrm{const}$;

$$\frac{da}{dt} = \frac{A}{a} - V, \tag{18}$$

т. е. скорость изменения зазора равна скорости электрохимического растворения минус скорость движения электрода.

При интегрировании уравнения (18) методически удобнее рассмотреть раздельно три случая.

Первый случай. $\frac{da}{dt} = 0$, т. е. зазор постоянен, $V = V_{эхр}$. Обозначая установившийся зазор в этом случае через a_y, получим

$$\frac{A}{a_y} = V; \text{ или } a_y = \frac{A}{V}, \tag{19}$$

т. к. $x = \xi + a$ и

$$\frac{dx}{dt} = V + \frac{da}{dt}, \tag{20}$$

то в данном случае $\frac{dx}{dt} = V$ и

$$x = x_0 + Vt. \tag{21}$$

Время снятия припуска $z = x - x_0$; $t = \frac{z}{V}$.

Второй случай. Начальный зазор больше установившегося, т. е. $a_0 > a_y$; в этом случае $\frac{A}{x_0} < V$ и $\frac{da}{dt} < 0$.

Из уравнения (18) имеем $\frac{da}{dt} = \frac{A - aV}{a}$ или, учитывая, что $\frac{A}{V} = a_y$, получим

$$\frac{a\,da}{a - a_y} = V \cdot dt. \tag{22}$$

Интегрируя от a_0 до a и от 0 до t, имеем

$$(a_0 - a) + a_y \cdot \ln \frac{a_0 - a_y}{a - a_y} = Vt. \tag{23}$$

Вводя безразмерные величины зазоров $\bar{a} = \frac{a}{a_y}$ и $\bar{a}_0 = \frac{a_0}{a_y}$, а также безразмерное время $\bar{t} = \frac{t}{\tau}$, где $\tau = \frac{a_y}{V}$, получим окончательно

$$(\bar{a}_0 - \bar{a}) + \ln \frac{\bar{a}_0 - 1}{\bar{a} - 1} = \bar{t}. \tag{24}$$

Отсюда видно, что зазор a асимптотически приближается с течением времени к a_y. Свяжем зазоры со снимаемым припуском $x - x_0$. Из кинематики видно, что $x_0 = a_0$, а $x = Vt + a$, т. е.

$$z = Vt - (a_0 - a). \tag{25}$$

Подставляя $a_0 - a$ из (23) и приводя к безразмерному виду, получим

$$\bar{z} = \ln \frac{\bar{a}_0 - 1}{\bar{a} - 1}. \tag{26}$$

Отсюда связываем текущий зазор со снимаемым припуском

$$\bar{a} - 1 = \frac{\bar{a}_0 - 1}{e_{\text{xp}} \bar{z}}. \tag{27}$$

Из выражения (25) найдем время съема припуска

$$\bar{t} = \bar{z} + (\bar{a}_0 - \bar{a}), \tag{28}$$

или, если нужно найти координату x,

$$x = \bar{a}_0 + \bar{t}. \tag{29}$$

Таким образом, последовательность расчета времени снятия припуска z такова:

1. находим постоянные A, a_y, τ, $\bar{a}_0$, $\bar{z}$;

2. находим безразмерный зазор в конце обработки $\bar{a}$ из выражения (27);

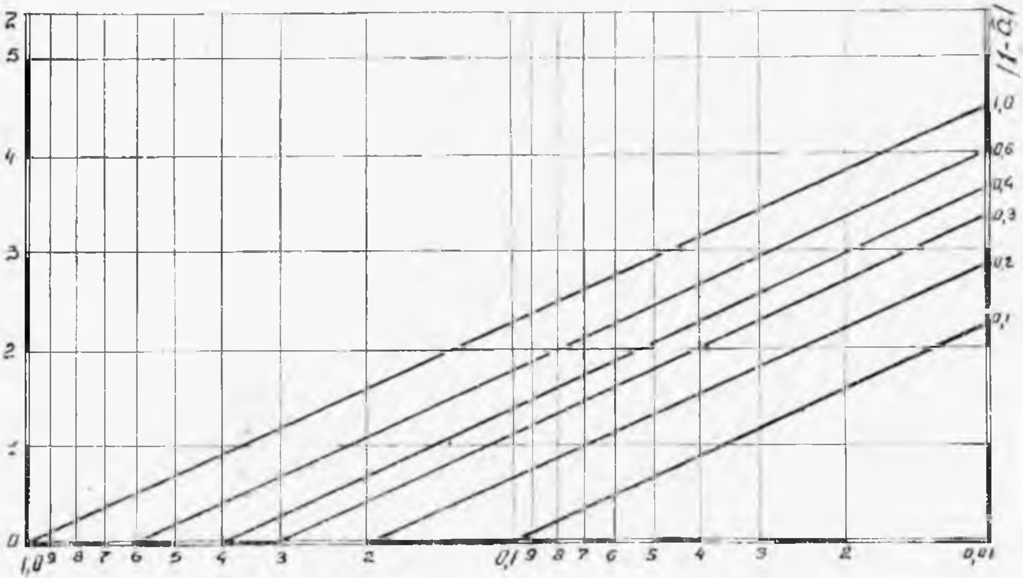
3. находим время съема припуска из выражения (28).

Для вычисления $\bar{a}$ можно воспользоваться номограммой, приведенной на фиг. 4. Номограмма построена в полулогарифмических координатах. По оси абсцисс отложена величина $\bar{z}$, по оси ординат — модуль величины $(1 - \bar{a}_0)$. Параметром служит модуль $(1 - \bar{a}_0)$. Точки при $\bar{z} = 0$ соответствуют начальному относительному зазору $(1 - \bar{a}) = (1 - \bar{a}_0)$. Точки при $(1 - \bar{a}) = 0{,}1$ вычисляются по выражению $\bar{z} = 2{,}3 \lg \frac{(1 - \bar{a}_0)}{0{,}1}$.

Третий случай. Начальный зазор меньше установившегося, т. е. $a_0 < a_y$, $\frac{A}{a} > 0$, $\frac{da}{dt} > 0$. Разделяя в уравнении (18) переменные и интегрируя от 0 до t и от a_0 до a, имеем:

$$a_y \cdot \ln \frac{a_y - a_0}{a_y - a} - (a - a_0) = Vt. \tag{30}$$

Переходя к безразмерным величинам, получим:



Фиг. 1.

$$\ln \frac{1-\bar{a}_0}{1-\bar{a}} - (\bar{a} - \bar{a}_0) = \bar{t}, \tag{31}$$

т. е., как и во втором случае, зазор, увеличиваясь асимптотически, приближается к a_y. Связывая зазоры с припуском, имеем

$$z = Vt + (a - a_0). \tag{32}$$

Подставляя $a - a_0 = a_y \ln \frac{a_y - a_0}{a_y - a} - Vt$ и приводя к безразмерному виду, имеем

$$\bar{z} = \ln \frac{1-\bar{a}_0}{1-\bar{a}}. \tag{33}$$

Выражаем текущий зазор:

$$1 - \bar{a} = \frac{1-\bar{a}_0}{\exp \bar{z}}. \tag{34}$$

Из выражения (32) находим $\bar{t} = \bar{z} - (\bar{a} - \bar{a}_0)$.

Последовательность расчета времени снятия припуска аналогична вышеприведенной.

Полученные результаты исследований могут быть использованы при разработке инженерных методов расчета основных параметров процесса электрохимической размерной обработки