

Ю. М. АРЫШЕНСКИЙ, В. В. УВАРОВ, И. И. КАЛУЖСКИЙ

ОСОБЕННОСТИ ПЛАСТИЧЕСКОГО ФОРМОИЗМЕНЕНИЯ ЛИСТОВЫХ АНИЗОТРОПНЫХ МЕТАЛЛОВ

При анализе процессов листовой штамповки изотропного материала часто необходимо знать величины главных деформаций рассматриваемого участка детали, а также характеристики материала в виде кривой упрочнения $\sigma_1 = \Phi(\epsilon_1)$. Затем, используя основные уравнения теории пластичности изотропных сред, можно определить искомые величины (например, σ_1 , σ_2 , ϵ_1 и т. д.).

В том случае, когда металл является ортогонально анизотропным (ортотропным), следует использовать теорию пластичности анизотропных сред, а для этого нужно иметь коэффициенты поперечной деформации и кривые упрочнения в разных направлениях [1].

Если главные оси деформаций совпадают с главными осями анизотропии в плоскости листа (вдоль и поперек проката), то для использования основных уравнений ортотропных сред необходимо знать два независимых коэффициента поперечной деформации μ_{21} и μ_{12} . Здесь первый индекс показывает направление поперечного сжатия, а второй — направление действия силы при линейном растяжении.

Когда материал является трансверсально изотропным (свойства в плоскости листа одинаковы), достаточно знать коэффициент поперечной деформации в одном из любых направлений плоскости листа $\mu_1 = \mu_{21} = \mu_{12}$.

В общем случае, когда главные оси деформаций не совпадают с главными осями анизотропии, а образуют с ними угол φ , приходится определять значения коэффициентов $\mu_{\text{ЕК}}$ в этих же направлениях.

Покажем, что достаточно знать коэффициенты $\mu_{\text{ек}}$ в трех направлениях (испытания вдоль, поперек проката и под углом 45°), чтобы определить их значения во всех других направлениях. При этом можно также указать взаимосвязь кривых упрочнения в любом из направлений.

Запишем уравнения связи между компонентами напряжений и деформаций ортотропного тела для плоского напряженного состояния в главных осях [1]:

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{E'_1} \sigma_1 - \frac{\mu'_{12}}{E'_2} \sigma_2, \quad (1)$$

$$\varepsilon_2 = -\frac{\mu'_{21}}{E'_1} \sigma_1 + \frac{1}{E'_2} \sigma_2.$$

Здесь $E'_1 = \frac{\sigma_{i1}}{\varepsilon_{i1}}$ и $E'_2 = \frac{\sigma_{i2}}{\varepsilon_{i2}}$ — модули пластичности в направлениях 1 и 2.

Форма записи уравнения (1) аналогична записи обобщенного закона Гука для ортотропного тела [2] и отличается лишь тем, что вместо модулей упругостей E_1 и E_2 в уравнения входят модули пластичности E'_1 и E'_2 . Поэтому формулы преобразования при повороте осей на угол φ в принципе остаются такими же:

$$\frac{1}{E'_{1\varphi}} = \frac{\cos^4 \varphi}{E'_1} + \left(\frac{1}{G'_{12}} - \frac{2\mu'_{21}}{E'_1} \right) \sin^2 \varphi \cos^2 \varphi \frac{\sin^4 \varphi}{E'_2}; \quad (2)$$

$$\frac{1}{E'_{2\varphi}} = \frac{\sin^4 \varphi}{E'_1} + \left(\frac{1}{G'_{12}} - \frac{2\mu'_{21}}{E'_1} \right) \sin^2 \varphi \cos^2 \varphi \frac{\cos^4 \varphi}{E'_2}; \quad (3)$$

$$\mu'_{21\varphi} = E'_{1\varphi} \left[\frac{\mu'_{21}}{E'_1} - \frac{1}{4} \left(\frac{1 + \mu'_{21}}{E'_1} + \frac{1 + \mu'_{12}}{E'_2} - \frac{1}{G'_{12}} \right) \sin^2 2\varphi; \quad (4)$$

$$\mu'_{12\varphi} = \mu'_{21\varphi} \cdot \frac{E'_{2\varphi}}{E'_{1\varphi}}. \quad (5)$$

Здесь $\mu'_{21\varphi}$, $\mu'_{12\varphi}$; $E'_{1\varphi}$, $E'_{2\varphi}$ — соответственно коэффициенты поперечной деформации и модули пластичности в направлениях, смещенных на угол φ , а G'_{12} — модуль пластического сдвига.

Выражение (4) с учетом того, что $\frac{\mu'_{21}}{E'_2} = \frac{\mu'_{21}}{E'_1}$ можно записать:

$$\mu'_{21\varphi} = \frac{E'_{1\varphi}}{E'_1} \left[\mu'_{21} - \frac{1}{4} \left(1 + \frac{\mu'_{21}}{\mu'_{12}} + 2\mu'_{21} - \frac{E'_1}{G'_{12}} \right) \sin^2 2\varphi \right]. \quad (6)$$

Подставив в формулу (6) значение $E'_{1\varphi}$ из (2), после преобразования получим:

$$\mu'_{21\varphi} = \frac{\mu'_{21} - \frac{1}{4} \left(1 + \frac{\mu'_{21}}{\mu'_{12}} + 2\mu'_{21} - \frac{E'_1}{G'_{12}} \right) \sin^2 2\varphi}{\cos^4 \varphi + \frac{1}{4} \left(\frac{E'_1}{G'_{12}} - 2\mu'_{21} \right) \sin^2 2\varphi + \frac{\mu'_{21}}{\mu'_{12}} \sin^4 \varphi}. \quad (7)$$

или

$$\mu_{21} \varphi = \frac{\mu_{21} - \frac{1}{4} \left(1 + \frac{\mu_{21}}{\mu_{12}} + 2\mu_{21} - \frac{E'_1}{G'_{12}} \right) \sin^2 2\varphi}{1 - \left(1 - \frac{\mu_{21}}{\mu_{12}} \right) \sin^2 \varphi - \frac{1}{4} \left(1 + \frac{\mu_{21}}{\mu_{12}} + 2\mu_{21} + \frac{E'_1}{G'_{12}} \right) \sin^2 2\varphi}. \quad (7a)$$

Отношение $\frac{E'_1}{G'_{12}}$ может быть найдено из дополнительного условия. Для этого необходимо определить коэффициент поперечной деформации под любым углом φ , отличным от 0 и 90° . Наиболее удобным и часто встречающимся в практике является испытание под углом $\varphi = 45^\circ$. В этом случае из выражения (7a) найдем:

$$\frac{E'_1}{G'_{12}} = \frac{\left(1 - 2\mu_{21} + \frac{\mu_{21}}{\mu_{12}} \right) (1 + \mu')}{1 - \mu'}, \quad (8)$$

где μ' — коэффициент поперечной деформации при испытании под углом $\varphi = 45^\circ$.

Подставив последнее выражение в форму (7a) и произведя ряд преобразований, получаем:

$$\mu_{21} \varphi = \frac{2\mu_{21} (\mu' - 1) - \left(\mu' - 2\mu_{21} + \mu' \frac{\mu_{21}}{\mu_{12}} \right) \sin^2 2\varphi}{2(\mu' - 1) + 2(\mu' - 1) \left(\frac{\mu_{21}}{\mu_{12}} - 1 \right) \sin^2 \varphi - \left(\mu' - 2\mu_{21} + \mu' \frac{\mu_{21}}{\mu_{12}} \right) \sin^2 2\varphi}. \quad (9)$$

Полученная функциональная зависимость обязательно имеет стационарные точки при $\varphi = 0$ и 90° . При промежуточных значениях угла φ' также может быть стационарная точка. Значение этого угла определяется из выражения:

$$\cos 2\varphi = \frac{1 - 2\mu_{21} + \frac{\mu_{21}}{\mu_{12}}}{\frac{\mu_{21}}{\mu_{12}} - 1} \pm \sqrt{\left(\frac{1 - 2\mu_{21} + \frac{\mu_{21}}{\mu_{12}}}{\frac{\mu_{21}}{\mu_{12}} - 1} \right)^2 - \frac{2\mu_{21} (1 - \mu')}{\mu' \left(1 + \frac{\mu_{21}}{\mu_{12}} \right) - 2\mu_{21}}}. \quad (10)$$

Отметим, что абсолютная величина выражения

$$K = \frac{1 - 2\mu_{21} + \frac{\mu_{21}}{\mu_{12}}}{\frac{\mu_{21}}{\mu_{22}} - 1}$$

больше единицы, следовательно, знак перед корнем всегда следует выбирать противоположным члену K .

Причем, в интервале φ от 0 до 90° может быть только одна стационарная точка, либо таких точек не имеется (случай отрицательного подкоренного выражения или $\cos 2\varphi$ получается боль-

шим единицы). Последнее имеет место, когда выполняются следующие условия:

$$3 + \frac{\mu_{21}}{\mu_{12}} > \frac{2\mu'}{1+\mu'} \left(\frac{1}{\mu_{21}} + \frac{1}{\mu_{12}} + \frac{2\mu_{21}}{\mu'} \right) \quad \text{при } \mu_{21} > \mu_{12} \quad (11)$$

$$3 + \frac{\mu_{12}}{\mu_{21}} < \frac{2\mu'}{1+\mu'} \left(\frac{1}{\mu_{21}} + \frac{1}{\mu_{12}} + \frac{2\mu_{12}}{\mu'} \right)$$

либо

$$3 + \frac{\mu_{21}}{\mu_{12}} < \frac{2\mu'}{1+\mu'} \left(\frac{1}{\mu_{21}} + \frac{1}{\mu_{12}} + \frac{2\mu_{21}}{\mu'} \right) \quad \text{при } \mu_{12} > \mu_{21} \quad (12)$$

$$3 + \frac{\mu_{12}}{\mu_{21}} > \frac{2\mu'}{1+\mu'} \left(\frac{1}{\mu_{21}} + \frac{1}{\mu_{12}} + \frac{2\mu_{12}}{\mu_{12}} \right)$$

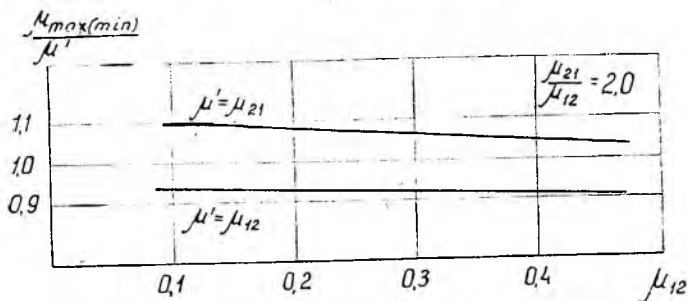


Рис. 1. Изменение соотношения экстремальных значений $\frac{\mu_{21}}{\mu}$ в зависимости от величины μ_{12}

Проверку существования экстремальных точек, естественно, следовало бы производить лишь в том случае, когда значения μ' находятся внутри интервала μ_{21} и μ_{12} . Однако практически даже в крайних случаях $\mu' = \mu_{21}$ или $\mu' = \mu_{12}$ максимальные либо минимальные значения $\mu_{21}\varphi$ в стационарной точке мало отличаются от значения μ' . Поэтому экстремальные значения $\mu_{21}\varphi$ можно не принимать во внимание (рис. 1).

В общем случае из анализа выражения (9) следует, что характер кривых $\mu_{21}\varphi = f(\varphi)$ в зависимости от соотношения коэффициентов μ_{21} , μ_{12} , μ' может быть весьма различным (например, рис. 2), однако наблюдаются определенные закономерности:

1. Если $\mu_{12} > \mu' > \mu_{21}$ или $\mu_{21} > \mu' > \mu_{12}$, то практически максимумы или минимумы наблюдаются лишь при $\varphi = 0$ и 90° .

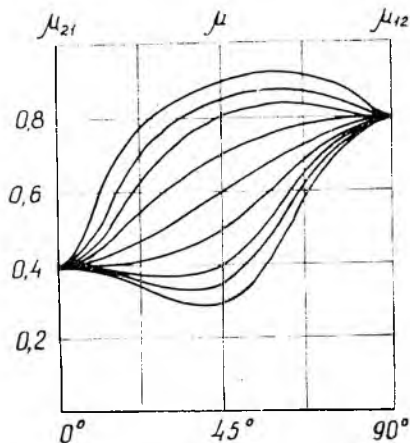


Рис. 2. Характер кривых $\mu_{21}\varphi = f(\varphi)$ в зависимости от соотношения коэффициентов μ_{21} , μ' , μ_{12}

2. Если $\mu' > \mu_{21} > \mu_{12}$, то в точках $\varphi = 0$ и 90° — минимумы, а при промежуточных значениях угла φ' , лежащего в интервале $0-45^\circ$, наблюдается максимум.

При $\mu_{21} > \mu_{12} > \mu'$ в точках $\varphi = 0$ и 90° — максимумы, а при промежуточных значениях φ' в интервале $45-90^\circ$ — минимум.

При $\mu_{12} > \mu_{21} > \mu'$ в точках $\varphi = 0$ и 90° — максимумы, при промежуточном угле φ' в интервале $0-45^\circ$ — минимум.

При $\mu' > \mu_{12} > \mu_{21}$ в точках $\varphi = 0$ и 90° — минимумы, а при промежуточном значении φ' в интервале $45-90^\circ$ — максимум.

Таблица 1

Листовой металл	Экспериментальные данные					Результаты вычислений по формулам		
	μ_{21}	μ_{12}	μ'	$\mu_{22,5^\circ}$	$\mu_{67,5^\circ}$	$\mu_{22,5^\circ}$	$\mu_{67,5^\circ}$	φ'
Алюминиевый сплав АМЦАМ	0,218	0,247	0,49	0,373	0,392	0,375	0,403	46,5°
Сталь 08 кп	0,567	0,68	0,413	0,508	0,585	0,500	0,584	42,5°
Латунь отожженная	0,464	0,447	0,508	0,478	0,486	0,488	0,478	42°
Латунь х.к с обжатием 60%	0,45	0,537	0,596	0,524	0,566	0,521	0,578	52°

Таблица 2

Листовой металл	Экспериментальные данные*					Результаты вычислений по формулам			
	μ_{21}	μ_{12}	μ'	μ_{30°	μ_{60°	μ_{30°	μ_{60°	φ'	
Стали для глубокой вытяжки	№ 1	0,35	0,43	0,42	0,405	0,44	0,406	0,434	67,5°
	№ 2	0,44	0,57	0,425	0,415	0,51	0,414	0,49	35°
	№ 3	0,45	0,46	0,51	0,497	0,485	0,496	0,502	42°
	№ 4	0,49	0,61	0,537	0,52	0,575	0,51	0,563	нет
	№ 5	0,62	0,62	0,52	0,535	0,56	0,55	0,55	45°
Цинк		0,324	0,418	0,342	0,35	0,315	0,35	0,319	76,5°
Нержавеющие стали	А — (17Cr)	0,447	0,634	0,5	—	0,57	0,465	0,567	нет
	Б — (17Cr)	0,474	0,67	0,497	—	0,578	0,47	0,568	27°
	С — (17Cr)	0,37	0,52	0,48	—	0,51	0,432	0,507	нет
Алюминиевые сплавы	A510	0,31	0,35	0,38	0,355	0,373	0,358	0,379	50,5°
	A511	0,28	0,425	0,425	0,38	0,43	0,372	0,447	61,5°
	A512	0,29	0,41	0,43	0,39	0,426	0,38	0,442	57,5°
	ASG	0,36	0,40	0,37	0,365	0,38	0,354	0,38	8,5°
	AG1	0,41	0,495	0,32	0,35	0,394	0,341	0,404	41,5°
	AG3	0,35	0,40	0,49	0,45	0,465	0,453	0,473	49,5°
	AG5	0,40	0,403	0,49	0,41	0,465	0,47	0,472	45°
	AGU4	0,375	0,40	0,44	0,416	0,42	0,417	0,419	55,5°

* Экспериментальные данные зарубежных исследователей

3. Если $\mu' > \mu_{12} = \mu_{21}$, то в точках $\varphi = 0$ и 90° — минимумы, а в точке $\varphi' = 45^\circ$ — максимумы, при $\mu' < \mu_{12} = \mu_{21}$ наблюдается обратное.

4. Если $\mu_{21} = \mu_{12} = \mu' \neq 0,5$, то функциональная зависимость выражается в виде прямой линии (трансверсально-изотропное тело).

5. Если $\mu_{21} = \mu_{12} = \mu' = 0,5$ — имеем случай изотропного материала.

Для подтверждения полученных теоретических зависимостей авторы использовали ряд экспериментальных работ [3], [4], [5]. В таблицах 1 и 2 приводятся экспериментальные данные и расчетные значения, вычисленные по формулам (9), (10).

Из сравнения результатов видно достаточно точное совпадение теоретических и экспериментальных данных.

В заключение укажем на некоторые примеры практического использования разработанных положений. Как известно, глубокая вытяжка сопровождается образованием фестонов (ушек) на изделии. Основной причиной этого явления считается анизотропия в плоскости листового материала (изменение величины $\mu_{\text{ек}}$) [4], [3].

Таким образом, используя основные формулы (9), (10) и проведя испытания в трех направлениях, можно судить об изменении $\mu_{\text{ек}}$ в плоскости листа, а следовательно, и о характере фестонообразования.

В случае штамповки деталей сложных форм проводят анализ напряженно-деформированного состояния с помощью координатных сеток. Это позволяет уточнить геометрию детали и правильно спроектировать штамповую оснастку. Полученные зависимости дают возможность использовать указанный метод и для анизотропных материалов.

ЛИТЕРАТУРА

1. И. И. Калужский, Ю. М. Арышевский, В. В. Уваров. Некоторые вопросы пластичности анизотропных сред. Тезисы докладов научно-технической конференции. Куйбышевский авиационный институт, 1967.

2. С. Г. Лехницкий. Анизотропные пластинки. ОГИЗ, Гостехиздат, 1947.

3. С. П. Яковлев, В. В. Шевелев. Об учете исходной анизотропии листа при глубокой вытяжке. Кузнечно-штамповочное производство, 1968, № 1.

4. L. Lilet and M. Wybo. An investigation into the effect of plastic anisotropy and rate of Work—hardening in deep drawing. Sheet Metal Ind., 1964, 41 № 450.

5. Экспресс-информация. Серия «Технология и оборудование кузнечно-штамповочного производства», 1965, № 14.