Раздел I. ТЕХНОЛОГИЯ ХОЛОДНОЙ ОБРАБОТКИ ДАВЛЕНИЕМ

Ю. М. Арышенский, В. В. Уваров, И. И. Калужский

РАСЧЕТ ПРУЖИНЕНИЯ ПРИ ОБТЯЖКЕ С РАСТЯЖЕНИЕМ

Анализ упругой отдачи при обтяжке с растяжением проводим на основе теоремы о разгрузке А. А. Ильюшина [1].

Помимо общепринятых допущений технической теории оболочек [1], [2], считаем, что обшивка в продольном направлении имеет радиус R_1, а в поперечном — R_2; из-за незначительной кривизны и малой толщины изделия радиус нейтральной поверхности примерно равен радиусу срединной поверхности.

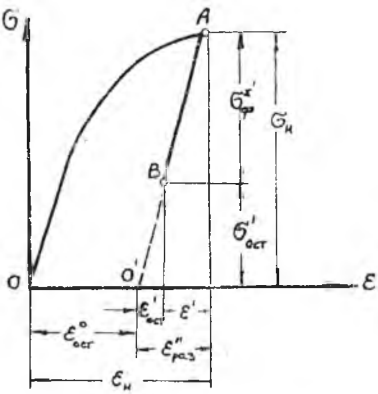

Рис. 1. Схема разгрузки

Рассмотрим схему разгрузки (рис. 1).

Остаточная упругая деформация определится из следующей алгебраической суммы:

$$\varepsilon'_{1\text{ост}} = \varepsilon'_{1\text{ф}} + \varepsilon^0_{1\text{раз}},$$

$$\varepsilon'_{2\text{ост}} = \varepsilon'_{2\text{ф}} + \varepsilon^0_{2\text{раз}}.$$

Используя гипотезу нормалей и закон Гука для ортотропного тела, получим

$$\varepsilon'_{1\text{ост}} = \varepsilon'_1 + \varkappa_1 Y - \left(\frac{\sigma_{1\text{н}}}{E_1} - \nu_2 \frac{\sigma_{2\text{н}}}{E_2}\right),$$

$$\varepsilon'_{2\text{ост}} = \varepsilon'_2 + \varkappa_2 Y - \left(\frac{\sigma_{2\text{н}}}{E_2} - \nu_1 \frac{\sigma_{1\text{н}}}{E_1}\right),$$

где E_1 и E_2 — модули упругости соответствующих направлений;

$\nu_1 = \nu_{21}$ и $\nu_2 = \nu_{12}$ — коэффициенты Пуассона;

$\varkappa_1$ и $\varkappa_2$ — изменение кривизны вследствие разгрузки;

ε_1' и ε_2' — упругие деформации срединной поверхности;

Y — расстояние рассматриваемого волокна от срединного.

Остаточные упругие напряжения вычисляются также по закону Гука. Используя уравнения (1), найдем:

$$\sigma'_{1\text{ост}} = \frac{E_1}{1-\nu_1\nu_2}\left[\left(\varepsilon'_1 \nu_2 \varepsilon'_2\right) + \left(\varkappa_1 + \nu_2\varkappa_2\right)Y\right] - \sigma_{1\text{н}},$$

$$\sigma'_{2\text{ост}} = \frac{E_2}{1-\nu_1\nu_2}\left[\left(\varepsilon'_2 + \nu_1\varepsilon'_1\right) + \left(\varkappa_2 + \nu_1\varkappa_1\right)Y\right] - \sigma_{2\text{н}}. \quad (2)$$

Отсюда определим величину изгибающих моментов:

$$M'_{1\text{ост}} = \frac{E_1 S^3 b}{12\,(1-\nu_1\nu_2)}\left(\varkappa_1 + \nu_2\varkappa_2\right) - M_{1\text{н}},$$

$$M'_{2\text{ост}} = \frac{E_2 S^3 b}{12\,(1-\nu_1\nu_2)}\left(\varkappa_2 + \nu_1\varkappa_1\right) - M_{2\text{н}}. \quad (3)$$

При развитых пластических деформациях схема напряженного состояния срединной поверхности оболочки близка к линейной, поэтому примем, что $\varepsilon_2 = -\mu_{21}\varepsilon_1$. Здесь ε_1 и ε_2 — пластические деформации срединного слоя; μ_{21} — коэффициент поперечной деформации (первый индекс показывает направление сжатия образца, а второй — направление действия линейного растяжения).

Используя гипотезу Кирхгофа-Лява [2] и уравнения связи между напряжениями и деформациями в случае плоского напряженного состояния, когда металл ортотропен [3], получим:

$$\sigma_{1\text{н}} = \frac{E_1'}{1-\mu_{12}\mu_{21}}\left[(1-\mu_{12}\mu_{21})\,\varepsilon_1 + Y\left(\frac{1}{R_1} + \frac{\mu_{12}}{R_2}\right)\right];$$

$$\sigma_{2\text{н}} = \frac{E_2'}{1-\mu_{12}\mu_{21}}\,Y\left(\frac{1}{R_2} + \frac{\mu_{21}}{R_1}\right), \quad (4)$$

где E_1' и E_2' — модули пластичности указанных направлений.

Применив выражение (4), вычислим величину моментов, возникающих при нагрузке:

$$M_{1\text{н}} = K_1\varepsilon_1^{n-1}\left(\frac{1}{R_1} + \frac{\mu_{12}}{R_2}\right)\frac{1}{1-\mu_{12}\mu_{21}}\,\frac{bS^3}{12};$$

$$M_{2\text{н}} = K_1\varepsilon_1^{n-1}\left(\frac{1}{R_2} + \frac{\mu_{21}}{R_1}\right)\frac{\mu_{12}}{\mu_{21}}\,\frac{1}{1-\mu_{12}\mu_{21}}\,\frac{bS^3}{12}. \quad (5)$$

При выводе был использован степенной закон упрочнения

$$\sigma_{i1} = K_1\varepsilon_{i1}^{n}.$$

Подставляя уравнения (5) в соотношения (3), получаем следующее выражение остаточных моментов:

$$M'_{1\text{ост}} = \frac{bS^3}{12}\left[\frac{E_1}{1-\nu_1\nu_2}\left(\varkappa_1 + \nu_2\varkappa_2\right) - \frac{E_1'}{1-\mu_{12}\mu_{21}}\left(\frac{1}{R_1} + \frac{\mu_{12}}{R_2}\right)\right];$$

$$M'_{2\text{ост}} = \frac{bS^3}{12}\left[\frac{E_2}{1-\nu_1\nu_2}\left(\varkappa_2 + \nu_1\varkappa_1\right) - \frac{E_2'}{1-\mu_{12}\mu_{21}}\left(\frac{1}{R_2} + \frac{\mu_{21}}{R_1}\right)\right]. \quad (6)$$

Изменения кривизны $\varkappa_1$ и $\varkappa_2$ вычислены из условия равенства нулю остаточных моментов. При этом их величина будет несколько завышена. Тогда

$$\varkappa_1 = \frac{E_1'}{E_1}\left[\frac{1}{R_1}\left(1-\mu_{12}\nu_1\right) + \frac{\mu_{12}}{R_2}\left(1-\frac{\nu_1}{\mu_{21}}\right)\right]\frac{1}{1-\mu_{12}\mu_{21}};$$

$$\varkappa_2 = \frac{E_2'}{E_2}\left[\frac{1}{R_2}\left(1-\mu_{21}\nu_2\right) + \frac{\mu_{21}}{R_1}\left(1-\frac{\nu_2}{\mu_{12}}\right)\right]\frac{1}{1-\mu_{12}\mu_{21}}. \quad (7)$$

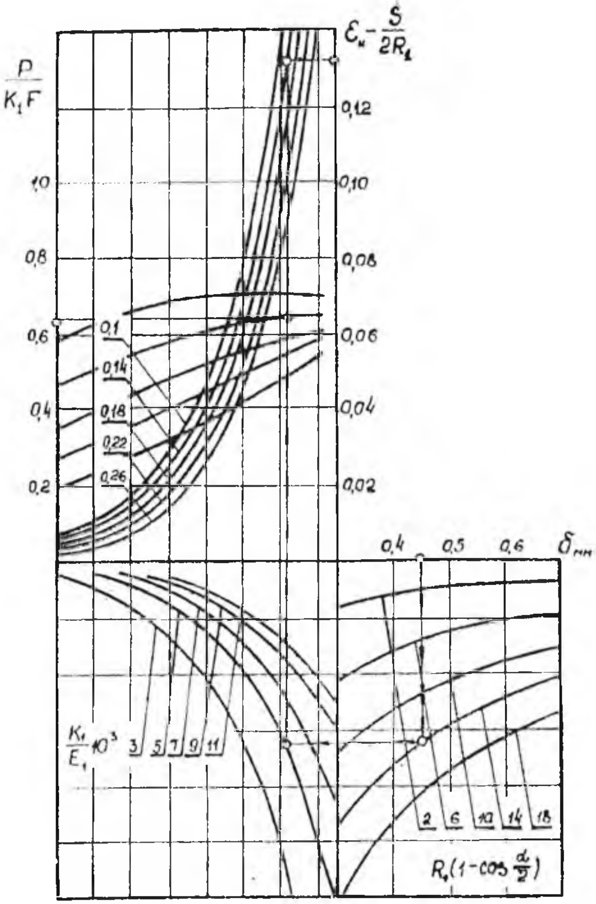

Рис. 2. Номограмма для расчета пружинения

Используя формулы и экспериментальные данные, приведенные в работе [4], можно показать, что $\nu_1 \simeq \mu_{21}$, а $\nu_2 \simeq \mu_{12}$. Тогда уравнения (7) упрощаются

$$\varkappa_1 = \frac{E_1'}{E_1} \cdot \frac{1}{R_1};$$

$$\varkappa_2 = \frac{E_2'}{E_2} \cdot \frac{1}{R_2}, \tag{8}$$

или

$$\frac{1}{R_{1\text{ост}}} = \left(1 - \frac{E_1'}{E_1}\right)\frac{1}{R_1};$$

$$\frac{1}{R_{2\text{ост}}} = \left(1 - \frac{E_2'}{E_2}\right)\frac{1}{R_2}. \tag{8a}$$

Известно, что с увеличением деформации происходит уменьшение модуля пластичности E', в то время как модуль упругости остается постоянным. Следовательно, отношение $\frac{E'}{E}$ уменьшается и, как видно из уравнений (8а), это приведет к повышению точности изготовления оболочки.

Заметим, что значение E' должно учитывать влияние анизотропии свойств металла и второй кривизны обшивки.

```
'BEGIN''REAL' A, D, DELTA, N, F1, F2 ;
   P0042 (A,D,DELTA,N) ;
   'BEGIN' 'FOR'A := 0,003 , A+0,002 'WHILE'0,011 'DO'
     'BEGIN''FOR' D:=2 , D+4 WHILE 18 'DO'
       'BEGIN''FOR'DELTA:= 0,2, DELTA+0,5 WHILE'0,7'DO'
         'BEGIN''FOR'N := 0,1, N+0,04'WHILE' 0,26'DO'
           'BEGIN' F1:=(A×(1+D/DELTA)↑(1/(1-N))
             'BEGIN' F2:=(A×(1+D/DELTA))↑(N/(1-N))×
               ×(1-(A×(1+D/DELTA))↑(1/(1-N)) ;
               P1024(1,F1,F2) ;
             'END';
           'END';
         'END';
       'END';
     'END';
   'END';
'END';'STOP';
```

В практике вместо изменения кривизны часто задается допуск δ на величину зазора между изделием и макетом. Из чисто геометрических соображений можно получить приближенные соотношения

$$\delta_1 \approx \left(R_{1_{\text{ост}}} - R_1\right)\left(1 - \cos\frac{\alpha}{2}\right);$$

$$\delta_2 \approx \left(R_{2_{\text{ост}}} - R_2\right)\left(1 - \cos\frac{\beta}{2}\right). \tag{9}$$

Углы α, β соответствуют углам облегания оболочки по пуансону в продольном и в поперечном направлениях.

Контроль процесса обтяжки производится или по величине усилия, возникающего при деформировании, или по значениям результирующих деформаций на поверхности обшивки. Поэтому необходимо знать взаимосвязь усилия или деформации наружных волокон с геометрическими параметрами детали и допустимым отклонением δ.

Если контроль процесса проводят по деформациям, то эта взаимосвязь, вытекающая из уравнений (8) и (9), выразится следующей формулой:

$$\varepsilon_{\text{н}} = \frac{S}{2R_1} = \left(\frac{K_1}{E_1}\right)^{\frac{1}{1-n}}\left[1 + \frac{R_1}{\delta_1}\left(1 - \cos\frac{\alpha}{2}\right)\right]^{\frac{1}{1-n}}. \tag{10}$$

В тех случаях, когда контроль процесса осуществляется по усилию, для определения его величины P можно использовать выражение

$$\frac{P}{K_1 f}=\left(\frac{K_1}{E_1}\right)^{\frac{n}{1-n}}\left[1+\frac{R_1}{\delta_1}\left(1-\cos\frac{\alpha}{2}\right)\right]^{\frac{n}{1-n}}\left\{1-\left(\frac{K_1}{E_1}\right)^{\frac{1}{1-n}}\times\right.$$

$$\left.\times\left[1+\frac{R_1}{\delta_1}\left(1-\cos\frac{\alpha}{2}\right)\right]^{\frac{1}{1-n}}\right\}, \qquad (11$$

где f — площадь поперечного сечения обшивки.

В целях уменьшения объема технологических расчетов формулы (10) и (11) представим в виде номограммы (рис. 2). В общем же случае для определения P и $\varepsilon_н$ можно применить вычисления на ЭВЦМ.

В статье представлена программа расчета уравнений (10) — F_1 и (11) — F_2, написанная на алгоритмическом языке АЛГОЛ-60 для ЭВЦМ «БЭСМ-4» (транслятор ТА—1М).

ЛИТЕРАТУРА

1. Ильюшин А. А. Пластичность. М., Гостехиздат, 1948.
2. Власов В. З. Общая теория оболочек и ее применение в технике. М., Гостехиздат, 1949.
3. Арышенский Ю. М., Калужский И. И., Уваров В. В. Некоторые вопросы теории пластичности ортотропных сред. Известия вузов «Авиационная техника» № 2, 1969.
4. Надаи А. Пластичность и разрушение твердых тел, т. 2. М., «Мир», 1969.

В. В. Уваров, Ю. М. Арышенский, В. И. Мордасов

О НАПРЯЖЕНИЯХ И ДЕФОРМАЦИЯХ ПРИ ПЛАСТИЧЕСКОМ ФОРМОИЗМЕНЕНИИ АНИЗОТРОПНЫХ ТОНКОСТЕННЫХ ТРУБ В КОНИЧЕСКИХ МАТРИЦАХ

В производстве деталей летательных аппаратов широкое применение находят процессы деформирования, связанные с обжимом, раздачей, волочением тонкостенных трубных заготовок. Последние, как правило, обладают резко выраженной анизотропией свойств. Анизотропия материала, как и другие параметры процесса, оказывает заметное влияние на величину и характер возникающих напряжений и деформаций. Этот факт нашел отражение в некоторых опубликованных работах [1], [2], [3]. Однако, несмотря на принципиальную возможность учета анизотропии, все же имеется ряд вопросов, требующих дальнейших исследований в направлении обобщения методики решения и нахождения приемов получения конечных зависимостей для неупрочняемых и упрочняемых металлов.

Положим в основу анализа процесса формоизменения тонкостенной трубной заготовки метод совместного решения уравне-