КУЙБЫШЕВСКИЙ АВИАЦИОННЫЙ ИНСТИТУТ
ТРУДЫ. ВЫПУСК XX. ЧАСТЬ I. 1965 г.
Вопросы технологии производства летательных аппаратов

А. С. ШЕВЕЛЕВ, В. Я. ФАДЕЕВ

СУММИРОВАНИЕ СИСТЕМАТИЧЕСКИХ И СЛУЧАЙНЫХ ПОГРЕШНОСТЕЙ ПРИ ОПРЕДЕЛЕНИИ ТОЧНОСТИ МЕХАНИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКИ ПО ЛИНЕЙНЫМ РАЗМЕРАМ

Погрешность обработки по линейным размерам в общем виде представляет собой сумму случайных и переменных систематических погрешностей:

$$\Delta = a + \Delta_{\text{мгн}}, \tag{1}$$

где a — величина переменных систематических погрешностей в пределах партии деталей;

$\Delta_{\text{мгн}}$ — поле мгновенного рассеивания погрешностей обработки.

Величина мгновенного рассеивания зависит от условий обработки и является суммой большого количества первичных погрешностей случайного характера, поэтому мгновенное рассеивание должно подчиняться нормальному закону распределения [1]. При оценке точности обработки, относящейся к совокупности партий, в величину мгновенного рассеивания включается погрешность настройки.

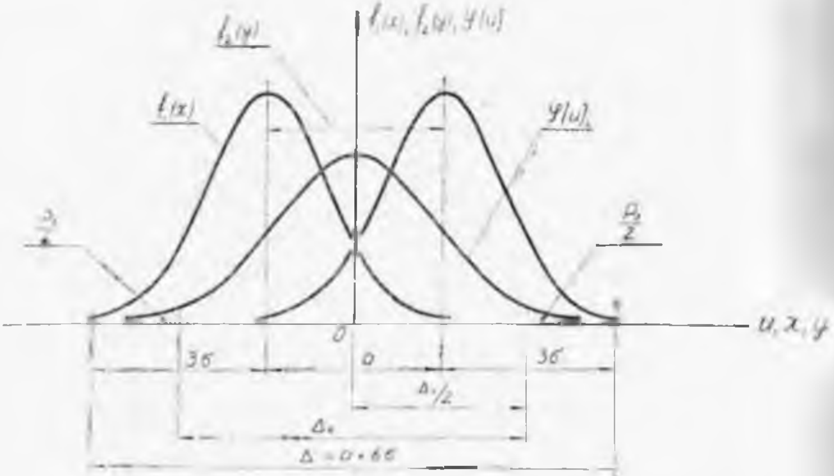
Величина переменной систематической погрешности в основном обусловливается размерным износом и увеличением силы резания P_y вследствие затупления режущего инструмента и представляет собой изменение положения центра группирования размеров за время обработки партии деталей. Характеристикой систематического изменения во времени центра группирования размеров в партии является функция $a(t)$ [2]. Для многих случаев чистовой обработки функция $a(t)$ может быть принята линейной [3].

В данной работе рассматривается вопрос теоретико-вероятностного суммирования погрешностей при изменении величины систематической погрешности во времени по линейному закону.

Для каждой детали в партии численное значение случайной и систематической погрешности является случайной величиной.

Пусть X — случайная погрешность, $У$ — систематическая U — суммарная погрешность обработки, тогда

$$U = X + Y.$$



Фиг. 1. К определению суммарной погрешности обработки.

Случайная величина X характеризуется законом распределения Гаусса:

$$f_1(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}, \quad -\infty \leqslant x \leqslant +\infty, \tag{3}$$

где σ — среднее квадратичное отклонение.

$$\sigma = \frac{\Delta_{\text{мгн}}}{6}.$$

Случайная величина Y при линейной функции $a(l)$ имеет распределение по закону равной вероятности

$$f_2(y) = \frac{1}{a}; \quad -\frac{a}{2} \leqslant y \leqslant +\frac{a}{2}. \tag{4}$$

Закон распределения случайной величины U будет представлять собой композицию нормального закона и закона равной вероятности [2] и определяется по формуле:

$$\varphi(u) = \int_{-\infty}^{+\infty} f_1(u - y) f_2(y) dy.$$

Выражая величину a в долях σ и подставляя значения функций $f_1(u-y)$ и $f_2(y)$ из (3) и (4), будем иметь:

$$\varphi(u)=\frac{1}{a\sqrt{2\pi}}\int\limits_{-\frac{a}{2}}^{+\frac{a}{2}} e^{\frac{-(u-y)^2}{2}}\,dy,$$

откуда с помощью функции Лапласа

$$F(z)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int\limits_0^z e^{-\frac{x^2}{2}}\,dx.$$

получим

$$\varphi(u)=\frac{1}{a}\left[F\left(u+\frac{a}{2}\right)-F\left(u-\frac{a}{2}\right)\right]. \qquad (5)$$

Из выражения (5) можно найти функциональную зависимость величины суммарной погрешности Δ_0 от принимаемой величины производственного риска P_0. Так как функция $\varphi(u)$ симметричная, то величину P_0, представляющую собой вероятность случайной величины u принять значение вне предела $\pm\frac{\Delta_0}{2}$, можно определить из выражения:

$$P_0=1-2\int\limits_0^{\frac{\Delta_0}{2}}\varphi(u)\,du=1-\frac{2}{a}\int\limits_0^{\frac{\Delta_0}{2}}\left[F\left(u+\frac{a}{2}\right)-F\left(u-\frac{a}{2}\right)\right]du. \qquad (6)$$

Если взять интеграл в выражении (6), то

$$P_0=1-\frac{2}{a}\left[\frac{\Delta_0+a}{2}F\left(\frac{\Delta_0+a}{2}\right)+F'\left(\frac{\Delta_0+a}{2}\right)-\right.$$

$$\left.-\frac{\Delta_0-a}{2}F\left(\frac{\Delta_0-a}{2}\right)-F'\left(\frac{\Delta_0-a}{2}\right)\right]. \qquad (7)$$

Здесь $F'(z)$ — производная функции Лапласа.

$$F'(z)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{z^2}{2}}.$$

Введем функцию вида

$$g(w)=wF(w)+F'(w). \qquad (8)$$

С помощью функции (8) выражение (7) можно записать в компактной форме:

$$P_0=1-\frac{2}{a}\left[g\left(\frac{\Delta_0+a}{2}\right)-g\left(\frac{\Delta_0-a}{2}\right)\right]. \qquad (9)$$

Обозначим отношение $\frac{a}{6\sigma} = \lambda$ и представим

$$\Delta_0 = k(a + \Delta_{мгн}),$$

где k — коэффициент суммирования [4], тогда, сделав подстановк Δ_0 в формулу (9) и имея в виду, что $\Delta_{мгн} = 6\sigma$, получи

$$P_0 = 1 - \frac{1}{3\lambda} g\{[3k(\lambda+1) + 3\lambda] - g[3k(\lambda+1) - 3\lambda]\}. \quad (11)$$

Формула (11) выражает функциональную зависимость межд коэффициентом суммирования k и величиной производственно риска P_0; соотношение λ входит в выражение в качестве пар метра.

Ниже приведены рассчитанные по формуле (11) таблица и график (фиг. 2), с помощью которых можно решать задачи, от носящиеся к расчету точности обработки:

1. определять значение погрешности обработки Δ_0 для приня той величины производственного риска P_0 при различных соотно шениях λ;

2. назначать точностные параметры технологического процес са σ и a по заданным величинам допуска на обработку δ и произ водственного риска P_0;

Таблица 1

k	λ						
	0,16	0,33	0,5	0,75	1,0	1,5	2,0
0,5	9,30	5,25	8,75	11,86	13,30	19,58	25,49
0,6	4,36	3,67	3,74	4,47	5,63	8,87	12,81
0,7	1,86	1,45	1,38	1,58	1,87	2,32	4,41
0,75	1,22	0,85	0,79	0,84	0,98	1,45	2,19
0,8	0,70	0,51	0,43	0,43	0,48	0,65	0,93
0,85	0,42	0,28	0,23	0,22	0,22	0,28	0,35
0,9	0,24	0,15	0,11	0,10	0,09	0,09	0,11
0,95	0,14	0,07	0,05	0,04	0,01	0,03	0,03

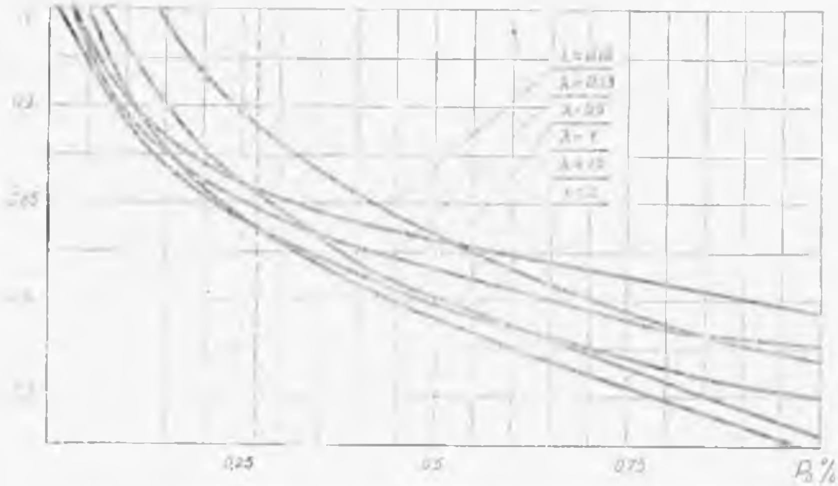
3. определять значение P_0 по заданному допуску δ и извест ным σ и a.

Величина a определяется расчетом из условия необходимог периода бесподналадочной работы:

$$a = \frac{U_0 L_{рез}}{1000} + \frac{\Delta_{ру}}{I_{сист}}, \ мм. \quad (12)$$

Здесь u_0 — относительный размерный износ, $\frac{мк}{км}$;

$L_{рез}$ — длина пути резания (*км*) за период бесподналадочно работы;



Фиг. 2. Зависимость κ от $T_в$ при различных значениях λ.

Δ_{P_y} — увеличение сил резания P_y за тот же период, *кг*;

$J_{сист}$ — жесткость системы СПИД, $\frac{кг}{мм}$.

В отдельных случаях вторым слагаемым выражения (12) можно пренебречь [3].

При отсутствии экспериментальных данных для u_0 и Δ_{P_y} величина a для действующих технологических процессов может быть найдена из функции $a(t)$, определяемой по результатам статистического анализа.

При значениях $\Delta_0 > \delta$ и невозможности по каким-либо причинам уменьшить составляющие погрешности, при настройке добиваются смещения поля рассеивания размеров в таком направлении, чтобы уменьшить неисправимый брак. Смещение поля рассеивания достигается назначением соответствующего настроечного размера $L_н$ с учетом закономерности хода процесса по времени.

При обработке наружных поверхностей (фиг. 3)

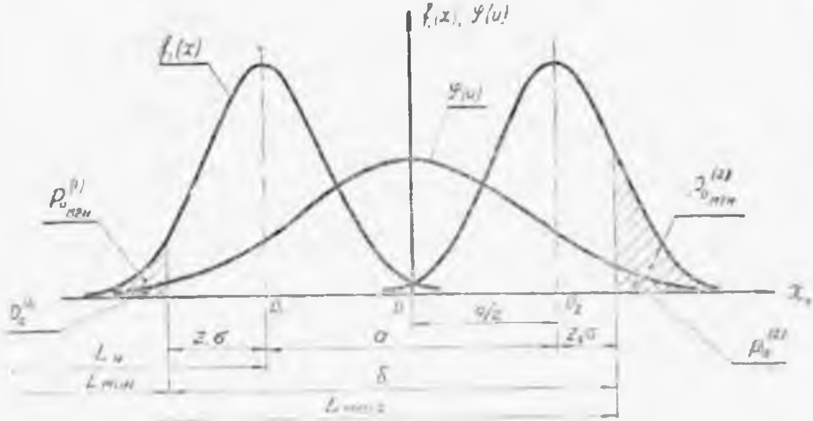
$$L_н = L_{мин} + z_1\sigma,$$

значение z_1 определяется в зависимости от принимаемой величины мгновенного производственного риска $P^{(1)}_{0_{мгн}}$ из выражения

$$P^{(1)}_{0_{мгн}} = 0{,}5 - F(z_1). \qquad (13)$$

Мгновенный производственный риск, относящийся к исправимому браку, определяется из аналогичного соотношения:

$$P^{(2)}_{0_{мгн}} = 0{,}5 - F(z_2), \qquad (14)$$



Фиг. 3. К определению зависимости $P_0 = \psi(P_{0_{мгн}}, \lambda)$.

где

$$z_2 = \frac{\delta - (a + z_1\sigma)}{\sigma}.$$

Действительная величина производственного риска P_0, представляющая собой вероятную долю брака по отношению ко всей партии, будет меньше. Так, доля исправимого брака по отношению ко всей партии при той же величине z_2 будет (фиг. 3):

$$P_0^{(2)} = 0{,}5 - \int^{\frac{a}{2}+z_2} \varphi(u)\, du.$$

Подставляя выражение функции $\varphi(u)$ из (5), будем иметь

$$P_0^{(2)} = 0{,}5 - \frac{1}{a} \int_0^{\frac{a}{2}+z_2} \left[F\left(u + \frac{a}{2}\right) - F\left(u - \frac{a}{2}\right) \right] du.$$

После интегрирования получим:

$$P_0^{(2)} = 0{,}5 - \frac{1}{a} [(z_2 + a) F(z_2 + a) + F'(z_2 + a) -$$
$$- z_2 F(z_2) - F'(z_2)].$$

С помощью функции (8) выражение (14) можно упростить:

$$P_0^{(2)} = 0{,}5 - \frac{1}{a} [g(z_2 + a) + g(z_2)],$$

т. к. из (14) следует, что

$$z_2 = F^{-1}(0{,}5 - P_{0_{мгн}}^{(2)}).$$

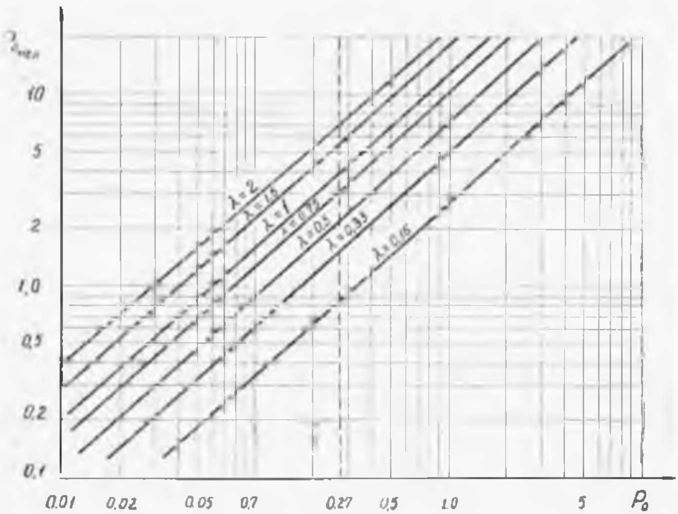
Здесь $F^{-1}(z)$ — функция, обратная функции Лапласа $F(z)$, то

$$P_0^{(2)} = 0{,}5 - \frac{1}{a} \{g [F^{-1}(0{,}5 - P_{0_{\text{мгн}}}^{(2)}) + a] - - g [F^{-1}(0{,}5 - P_{0_{\text{мгн}}}^{(2)})]\}. \quad (16)$$

Аналогичная зависимость будет между $P_0^{(1)}$ и $P_{0_{\text{мгн}}}^{(1)}$.

Таблица 2

$P_{0_{\text{мгн}}}$	λ						
	0,16	0,33	0,5	0,75	1,0	1,5	2,0
0,135	0,03	0,02	0,01	0,008	0,006	0,004	0,003
0,20	0,06	0,03	0,02	0,01	0,01	0,007	0,005
0,30	0,09	0,04	0,03	0,02	0,015	0,01	0,007
0,44	0,14	0,07	0,05	0,03	0,02	0,015	0,011
0,62	0,19	0,10	0,07	0,04	0,03	0,02	0,016
0,88	0,30	0,15	0,10	0,07	0,05	0,03	0,025
1,22	0,44	0,21	0,14	0,09	0,07	0,05	0,035
1,68	0,61	0,30	0,20	0,135	0,10	0,07	0,05
2,28	0,81	0,42	0,28	0,19	0,14	0,09	0,07
4,01	1,53	0,81	0,54	0,36	0,27	0,18	0,135
6,68	2,73	1,46	0,98	0,65	0,49	0,33	0,24
15,87	7,49	3,91	2,78	1,85	1,32	0,93	0,69



Фиг. 4. Зависимость $P_{0_{\text{мгн}}}$ от P_0 при различных значениях λ.

По формуле (16) была рассчитана таблица II и построена номограмма (фиг. 4), где значения $P_{0_{\text{мгн}}}$ и P_0 даны в процентах. С помощью таблицы II и номограммы (фиг. 4) можно определить величину производственного риска P_0 по известным величинам $P_{0_{\text{мгн}}}$.

При несимметричном расположении поля рассеивания относительно поля допуска общая доля брака будет определяться как сумма долей неисправимого $P_0^{(1)}$ и исправимого брака $P_0^{(2)}$.

$$P_0 = P_0^{(1)} + P_0^{(2)}.$$

Значения $P_0^{(1)}$ и $P_0^{(2)}$ определяются в соответствии с принятыми значениями $P_{0_{\text{мги}}}^{(1)}$ и $P_{0_{\text{мги}}}^{(2)}$ по таблице II или номограмме (фиг. 4).

ВЫВОДЫ

Полученные в результате данной работы таблицы и графики позволяют:

а) определять погрешность обработки по линейным размерам с учетом производственного риска;

б) определять процент брака в партии деталей при несимметричном расположении поля рассеивания размеров относительно поля допуска.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. П. Соколовский. Расчеты точности обработки на металлорежущих станках, Машгиз, 1952.

2. Н. А. Бородачев. Основные вопросы теории точности производства АН СССР, 1950.

3. П. А. Кораблев. Точность обработки на металлорежущих станках в приборостроении, Машгиз, 1962.

4. А. С. Шевелев, Г. П. Федорченко. Определение погрешностей расположения поверхностей, ИВУЗ, «Авиационная техника», № 3, 1961.