

$$M = \mu_0 \cdot \pi \cdot R^2 \cdot H_{\text{вн}} (I_0 + I_1 \cdot \mu),$$

где μ - магнитная проницаемость ферромагнитного материала, R - диаметр контура.

Необходимо вычислить I_1 . Его можно найти, зная поток Φ и индуктивность L нашей т.н. ферромагнитной катушки:

$$I_1 = \frac{\Phi}{L}$$

Поток Φ вычисляется по формуле:

$$\Phi = \mu_0 \frac{H_z(R_2) + H_z(R_1)}{2} \pi \cdot (R_2^2 - R_1^2)$$

Индуктивность нашей ферромагнитной катушки вычисляется по формуле:

$$L = d \cdot \mu_0 \cdot R \left(\ln 8 \frac{R}{r_{\text{пр}}} - 1.75 \right),$$

где $r_{\text{пр}}$ - радиус сечения проводника, d - высота ферромагнитного кольца, R_1 и R_2 - его внутренний и внешний радиусы, R - радиус токонесящего контура.

Исходя из расчетов, пластина из материала, имеющего $\mu=15000$, толщиной в 1 мм позволяет увеличить момент в 1.2 раза

Список использованных источников

1. Коваленко А.П. Магнитные системы управления космическими летательными аппаратами. М.: Машиностроение, 1975. - 248 с.
2. Отчет о НИР «Разработка теоретических и экспериментальных методов определения на борту КА микро- и виброускорений». Москва. Институт проблем механики РАН, 1996.
3. Бранец В.Н., Шмыглевский И.П. Применение кватернионов в задачах ориентации твердого тела.- М.: Наука, 1973. - 320 с.
4. Модель верхней атмосферы для баллистических расчетов. ГОСТ 22721-77. М.: Изд-во стандартов, 1978.
5. В.И. Абрашкин, В.Л. Балакин, И.В. Белоконов, К.Е. Воронов, В.В. Иванов, А.С. Зайцев, А.Е. Казакова, В.В. Сазонов, Н.Д. Семкин. Определение вращательного движения спутника «Фотон-12» по данным бортовых измерений магнитного поля Земли. Препринт Института прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН, 2000 г., №60.

УДК 533.77

РАСЧЁТ ЭКВИВАЛЕНТНЫХ ЕМКОСТЕЙ УСКОРЯЮЩЕГО ТРАКТА УСКОРИТЕЛЯ ВЫСОКОСКОРОСТНЫХ ПЫЛЕВЫХ ЧАСТИЦ

Пняков А.В.

Для расчёта искажений выходного напряжения усилителя высоковольтной пачки импульсов необходимо определить его эквивалентную

нагрузку. На рисунке 1 приведёна конструкция вакуумной камеры, которая состоит из самой вакуумной камеры 2, четырёх токоведущих шин 1 и цилиндрических электродов 3.

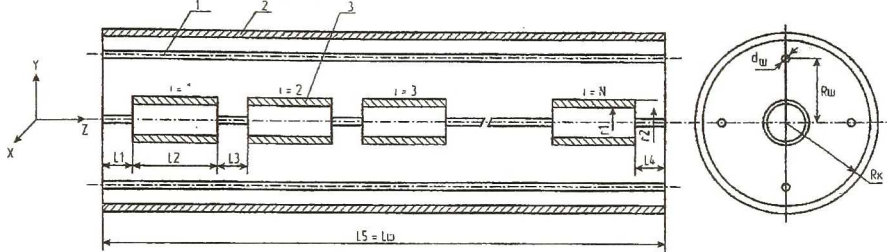


Рисунок 1 – Конструкция вакуумной камеры

Все чётные и нечётные цилиндрические электроды соответственно соединены между собой и с соответствующими токоведущими шинами (чётные электроды с шинами, находящимися в плоскости YOZ, а нечётные с шинами плоскости XOZ). Напряжение на шины подаётся от источников относительно земли, поэтому справедлива следующая эквивалентная схема включения, представленная на рисунке 2.

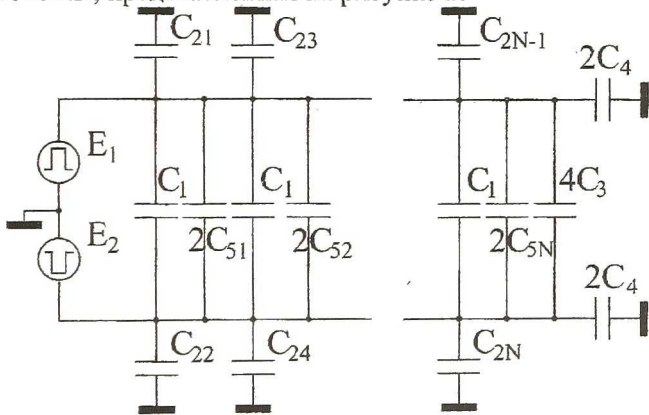


Рисунок 2 – Эквивалентная схема включения ускорительного тракта.

На рисунке 2 приняты следующие обозначения :

C_1 – ёмкость между двумя цилиндрическими электродами;

C_{2i} – ёмкость между i – ым цилиндрическим электродом и вакуумной камерой;

C_3 – ёмкость между парой токоведущих шин;

C_4 – ёмкость между токоведущей шиной и вакуумной камерой;

C_{5i} – ёмкость между токоведущей шиной и i - ым цилиндрическим электродом.

Расчёт ёмкости ускоряющего промежутка будем проводить методом средних потенциалов (методом Хоу). Как известно поверхность проводника эквипотенциальна и распределение плотности заряда по поверх-

ности проводника неравномерно. По методу Хоу принимается не отвечающее действительности предположение о равномерном распределении заряда по поверхности проводника.

Допустим, что заряд равномерно распределён по поверхности первого электрода с поверхностной плотностью заряда σ_1 . Таким образом, наведённый первым электродом потенциал на малый участок торцевой поверхности dS_2 с координатами $[\rho_2; \theta_2]$ второго электрода определится как :

$$\varphi_{12} = \frac{\sigma_1}{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon \cdot \varepsilon_0} \int_0^{2\pi} \int_{r_1}^{r_2} \frac{d\rho_1 \rho_1 d\theta_1}{R}, \quad (1)$$

где R – расстояние от малого участка торцевой поверхности первого электрода

dS_1 до малого участка торцевой поверхности второго электрода dS_2 .

Зная координаты начала и конца вектора легко вычислить его модуль:

$$R = \sqrt{L_3^2 + \rho_1^2 + \rho_2^2 - 2 \cdot \rho_1 \cdot \rho_2 \cdot \cos(\theta_2 - \theta_1)}. \quad (2)$$

Среднее значение потенциала наведённого первым электродом по всей поверхности второго электрода составит:

$$\varphi_{12 \text{ ср}} = \frac{1}{\pi \cdot (r_2^2 - r_1^2)} \int_0^{2\pi} \int_{r_1}^{r_2} \varphi_{12} d\rho_2 \rho_2 d\theta_2. \quad (3)$$

Таким образом, подставляя (1) в (3), окончательно имеем:

$$\varphi_{12 \text{ ср}} = \frac{\sigma_1}{4 \cdot \pi^2 \cdot \varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot (r_2^2 - r_1^2)} \times \int_0^{2\pi} \int_{r_1}^{r_2} \int_0^{2\pi} \int_{r_1}^{r_2} \frac{d\rho_1 \rho_1 d\theta_1 d\rho_2 \rho_2 d\theta_2}{\sqrt{L_3^2 + \rho_1^2 + \rho_2^2 - 2 \cdot \rho_1 \cdot \rho_2 \cdot \cos(\theta_2 - \theta_1)}}. \quad (4)$$

Так как электроды одинаковы и соосны, то $\varphi_{12 \text{ ср}} = \varphi_{21 \text{ ср}}$. Тогда потенциальные коэффициенты $\varphi_{12 \text{ ср}}$ и $\varphi_{21 \text{ ср}}$ определяются по формуле:

$$a_{12} = a_{21} = \frac{\varphi_{12 \text{ ср}}}{\sigma_1 \cdot \pi \cdot (r_2^2 - r_1^2)}. \quad (5)$$

Таким образом, потенциальный коэффициент будет равен:

$$a_{12} = \frac{1}{4 \cdot \pi^3 \cdot \varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot (r_2^2 - r_1^2)^2} \times \quad (6)$$

$$\times \int_0^{2\pi} \int_{\eta_1}^{r_2} \int_0^{2\pi} \int_{\eta_1}^{r_2} \frac{d\rho_1 \rho_1 d\theta_1 d\rho_2 \rho_2 d\theta_2}{\sqrt{L_3^2 + \rho_1^2 + \rho_2^2 - 2 \cdot \rho_1 \cdot \rho_2 \cdot \cos(\theta_2 - \theta_1)}}$$

Определить потенциальные коэффициенты a_{11} и a_{22} , которые также равны можно по формуле:

$$a_{11} = a_{22} = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot L_2} \left[\operatorname{Arsh} \frac{L_2}{r_2} + \frac{r_2}{L_2} - \sqrt{\left(\frac{r_2}{L_2} \right)^2 + 1} \right] \cdot (7)$$

Для расчёта ёмкости между электродами воспользуемся методом наложений:

$$\begin{cases} \varphi_1 = a_{11} \cdot \tau_1 \cdot L_3 + a_{12} \cdot \sigma_1 \cdot S_1 \\ \varphi_1 = a_{12} \cdot \sigma_2 \cdot S_2 + a_{22} \cdot \tau_2 \cdot L_3 \end{cases} \quad (8)$$

Решая систему (9) и полагая заряды на электродах равными по модулю и разными по знакам, окончательно для ёмкости имеем:

$$C_1 = \frac{1}{2(a_{11} - a_{12})} \cdot (9)$$

Так как интеграл в (4) сводится к эллиптическому интегралу, который вычисляется приближённо (табулирован в математических справочниках), то его определение возможно лишь приближённым машинным методом.

В общем случае оценить ёмкость между цилиндрическим электродом и вакуумной камерой можно по формулам для цилиндрического конденсатора или коаксиального кабеля. Так как длина внутреннего электрода намного меньше длины вакуумной камеры, то и ёмкость между цилиндрическим электродом и вакуумной камерой будет зависеть от положения цилиндрического электрода (в данном случае, вследствие соосности всех электродов, определяемая ёмкость будет зависеть от координаты Z , то есть от номера электрода).

Как и в предыдущем случае воспользуемся методом средних потенциалов и принципом наложения.

Потенциальные коэффициенты находятся по следующим формулам:

$$a_{11} = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot L_2} \left[\operatorname{Arsh} \frac{L_2}{r_2} + \frac{r_2}{L_2} - \sqrt{\left(\frac{r_2}{L_2} \right)^2 + 1} \right], \quad (9)$$

$$a_{22} = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot L_5} \left[\operatorname{Arsh} \frac{L_5}{R_K} + \frac{R_K}{L_5} - \sqrt{\left(\frac{R_K}{L_5} \right)^2 + 1} \right], \quad (10)$$

$$a_{12} = \frac{1}{16 \cdot \pi^2 \cdot \varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot R_K^2 \cdot L_5^2} \times \quad (11)$$

$$\times \int_0^{L_5} \int_0^{\pi - \operatorname{Arcsin} \frac{r_2}{R_K}} \int_{Z_{Hi}}^{Z_{Ki}} \int_0^{2\pi} \frac{r_2 d\theta_2 dz_2 R_K d\theta_1 dz_1}{\sqrt{(z_2 - z_1)^2 + r_2^2 + R_K^2 - 2 \cdot r_2 \cdot R_K \cdot \cos(\theta_2 - \theta_1)}}.$$

В формуле (11) Z_{Hi} и Z_{Ki} координата начала и конца i -ого цилиндрического электрода:

$$Z_{Hi} = (i-1) \cdot (L_2 + L_3) + L_1, \quad (12)$$

$$Z_{Ki} = Z_{Hi} + L_2. \quad (13)$$

Окончательно для ёмкости C_2 имеем :

$$C_2 = \frac{1}{a_{11} + a_{22} - 2a_{12}}. \quad (14)$$

Расчёт ёмкости между парой токоведущих шин проведён в /1/, поэтому воспользуемся готовыми формулами. Потенциальные коэффициенты определяются по формулам:

$$a_{11} = a_{22} = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot L_5} \left[\operatorname{Arsh} \frac{L_5}{r_{ш}} + \frac{r_{ш}}{L_5} - \sqrt{\left(\frac{r_{ш}}{L_5} \right)^2 + 1} \right], \quad (15)$$

$$a_{12} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot L_5} \left[\operatorname{Arsh} \frac{L_5}{R_{ш} \sqrt{2}} + \frac{R_{ш} \sqrt{2}}{L_5} - \sqrt{\left(\frac{R_{ш} \sqrt{2}}{L_5} \right)^2 + 1} \right]. \quad (16)$$

Ёмкость определяется по формуле:

$$C_3 = \frac{1}{2(a_{11} - a_{12})}. \quad (17)$$

Расчёт ёмкости между токоведущей шиной и вакуумной камерой можно произвести как для двух цилиндров, один из которых находится внутри другого. Решение этой задачи сводится к нахождению электростатических осей цилиндров, а также расстоянию между ними.

Для токоведущей шины положение электростатической оси определится как:

$$H_{ш} = \frac{R_K^2 - r_{ш}^2 - R_{ш}^2}{2R_{ш}}. \quad (17)$$

Для вакуумной камеры электростатическая ось определится как

$$H_K = R_{ш} - \frac{R_K^2 - r_{ш}^2 - R_{ш}^2}{2R_{ш}}. \quad (18)$$

Расстояние между электростатическими осями определяется по формуле:

$$h = \sqrt{H_{III}^2 - r_{III}^2}. \quad (19)$$

Тогда ёмкость между токоведущей шиной и вакуумной камерой находится по формуле:

$$C_4 = \frac{2 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon \cdot L_5}{\ln \left(\frac{(H_{III} + h) \cdot R_K}{(H_K + h) \cdot r_{III}} \right)}. \quad (20)$$

Расчёт ёмкости между токоведущей шиной и цилиндрическим электродом схож с расчётом ёмкости между двумя токоведущими шинами. Поэтому сразу приведём конечные формулы для потенциальных коэффициентов и для ёмкости.

$$a_{11} = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon \cdot \epsilon_0 \cdot L_5} \left[\operatorname{Arsh} \frac{L_5}{r_{III}} + \frac{r_{III}}{L_5} - \sqrt{\left(\frac{r_{III}}{L_5} \right)^2 + 1} \right], \quad (21)$$

$$a_{22} = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon \cdot \epsilon_0 \cdot L_2} \left[\operatorname{Arsh} \frac{L_2}{r_2} + \frac{r_2}{L_2} - \sqrt{\left(\frac{r_2}{L_2} \right)^2 + 1} \right], \quad (22)$$

$$a_{12} = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon \cdot \epsilon_0 \cdot L_5} \left\{ \operatorname{Arsh} \frac{L_2}{R_{III}} + \frac{L_5}{L_2} \operatorname{Arsh} \frac{L_5}{R_{III}} - \left(\frac{L_5}{L_2} - 1 \right) \cdot \operatorname{Arsh} \frac{L_5 - L_2}{R_{III}} + \frac{R_{III}}{L_2} + \sqrt{\left(\frac{R_{III}}{L_2} \right)^2 + \left(\frac{L_5}{L_2} - 1 \right)^2} - \left[\sqrt{\left(\frac{R_{III}}{L_2} \right)^2 + 1} - \sqrt{\left(\frac{R_{III}}{L_2} \right)^2 + \left(\frac{L_5}{L_2} \right)^2} \right] \right\}, \quad (23)$$

$$C_5 = \frac{1}{a_{11} + a_{22} - 2a_{12}}. \quad (24)$$

Если размеры цилиндрических электродов, расстояние между ними диктуются из условия фокусировки ускоряемых частиц, а диаметр токоведущих шин из условия максимальной плотности тока, то положение токоведущих шин и диаметр вакуумной камеры можно подобрать таким, чтобы минимизировать все ёмкости ускоряющего тракта. Очевидно, что минимизировать одновременно все ёмкости не представляется возможным, поэтому минимизировать в первую очередь требуется те ёмкости, к значению которых наиболее критичны выходные каскады усилителя пачки высоковольтных импульсов. Для проектируемого ускорителя построены зависимости суммарных эквивалентных емкостей от положения токоведущих шин, которые представлены на рисунке 3, где $C1'$, $C2'$ – эквивалентные ёмкости между каждой из двух соединённых между собой групп элементов конструкции ускорительного тракта и корпусом вакуумной камеры; $C3'$ – эквивалентная ёмкость между группами элементов.

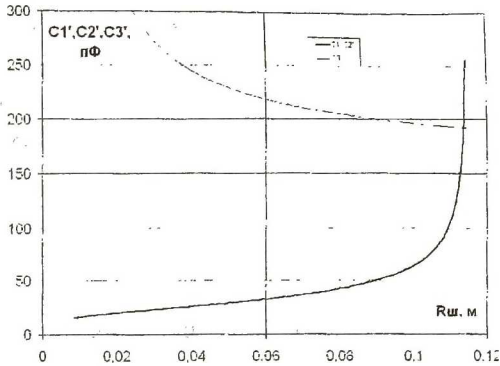


Рисунок 3 – Зависимости эквивалентных емкостей от положения токоведущих шин

Список использованных источников

1. Говорков В.А. Электрические и магнитные поля. М.: Энергия, 1968.
2. А.А. Детлаф, Б.М. Яворский. Курс физики. М.: В.Ш., 2000.

УДК 669.713.7

РАСЧЁТ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ ОТ СЕТОЧНОГО ЭЛЕКТРОДА ДИСКОВОЙ ФОРМЫ ВРЕМЯПРОЛЁТНОГО МАСС-СПЕКТРОМЕТРА

Пияков И.В.

При проектировании ионно-оптической схемы времяпролётного масс-спектрометра возникает задача определения электрического поля от полезадающих элементов. Одним из таких элементов является сетчатый электрод дисковой формы. На рис.1 представлена схема расположения исследуемых электродов.

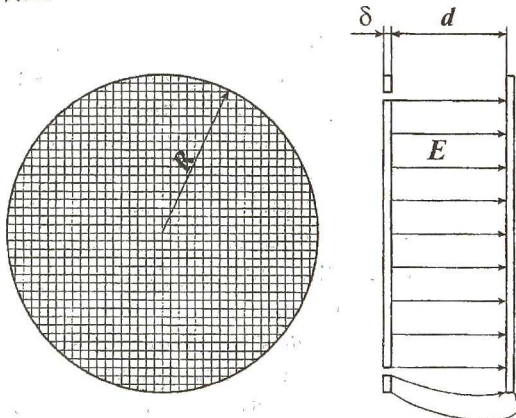


Рисунок 1 – Схема исследуемых электродов