

Рисунок 3 – Зависимости эквивалентных емкостей от положения токоведущих шин

#### Список использованных источников

1. Говорков В.А. Электрические и магнитные поля. М.: Энергия, 1968.
2. А.А. Детлаф, Б.М. Яворский. Курс физики. М.: В.Ш., 2000.

УДК 669.713.7

## РАСЧЁТ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ ОТ СЕТОЧНОГО ЭЛЕКТРОДА ДИСКОВОЙ ФОРМЫ ВРЕМЯПРОЛЁТНОГО МАСС-СПЕКТРОМЕТРА

Пияков И.В.

При проектировании ионно-оптической схемы времяпролётного масс-спектрометра возникает задача определения электрического поля от полезадающих элементов. Одним из таких элементов является сетчатый электрод дисковой формы. На рис.1 представлена схема расположения исследуемых электродов.

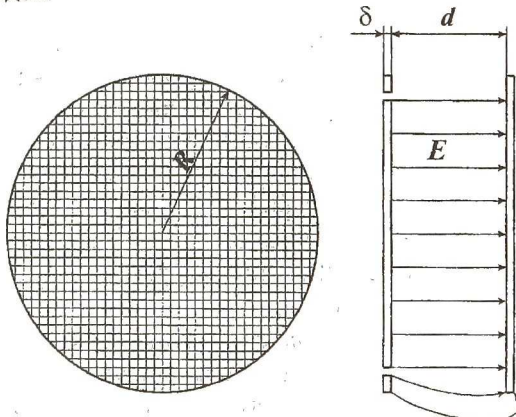


Рисунок 1 – Схема исследуемых электродов

Определим ёмкость. Для этого определим эффективную площадь диска.

$$S_{\text{э}} = k\pi R^2, \quad (1)$$

где  $k$  – коэффициент заполнения диска металлом.

$$k = \frac{S - S_{\text{МЕ}}}{S}, \quad (2)$$

где  $S_{\text{МЕ}}$  – площадь, занимаемая металлом.

Рассмотрим элементарную ячейку сетки (Рис.2). Общая площадь ячейки  $S_{\text{я}}$  вычисляется в виде:

$$\begin{aligned} S_{\text{я}} &= 4 \times \frac{(h-\delta)^2}{4} + 4 \times \frac{\delta(h-\delta)}{2} + \delta^2, \\ S_{\text{я}} &= (h-\delta)^2 + 2\delta(h-\delta) + \delta^2, \\ S_{\text{я}} &= h^2. \end{aligned} \quad (3)$$

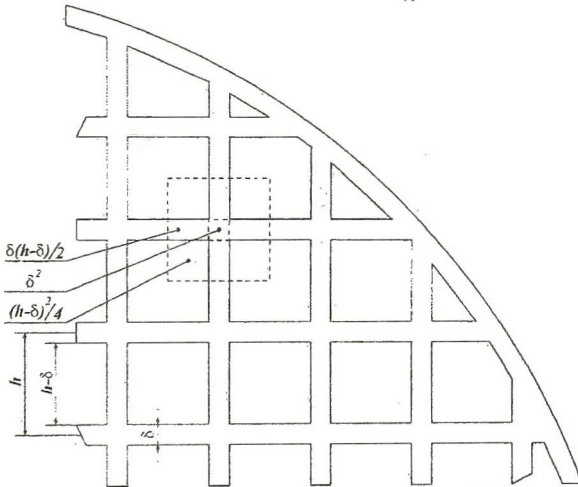


Рисунок 2 – Структура сеточного электрода

Площадь проводящей части ячейки  $S_{\text{МЕ1}}$  равна:

$$S_{\text{МЕ1}} = \delta^2 + 2\delta(h-\delta). \quad (4)$$

Учитывая, что размеры ячейки малы по сравнению с радиусом электрода, примем:

$$k = \frac{S_{\text{я}} - S_{\text{МЕ1}}}{S_{\text{я}}},$$

тогда

$$k = \frac{h^2 - \delta^2 - 2\delta(h-\delta)}{h^2}, \text{ или } k = \left(\frac{h-\delta}{h}\right)^2. \quad (5)$$

По (1) вычислим:

$$S_{\text{э}} = \pi R^2 \left( \frac{h-\delta}{h} \right)^2. \quad (6)$$

Ёмкость, вычисленная по формуле для плоского конденсатора без учёта краевых эффектов, вычисляется по формуле:

$$C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S_{\text{э}}}{d}. \quad (7)$$

Присутствие краевых эффектов внесёт в (7) поправку. Согласно [1], поправка имеет вид:

$$C_{\text{п}} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon L}{2\pi} \ln \left( \frac{\sqrt{S_{\text{э}}}}{d} \right), \quad (8)$$

где  $L$  – периметр электрода.

Объединив (6), (7) и (8) получим:

$$C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon \pi R^2 \left( \frac{h-\delta}{h} \right)^2}{d} + \varepsilon_0 \varepsilon R \ln \left( \frac{\sqrt{\pi R^2 \left( \frac{h-\delta}{h} \right)^2}}{d} \right). \quad (9)$$

Зная ёмкость (9), можно определить суммарный заряд на электроде:

$$Q = UC, \text{ или} \\ Q = U \left[ \frac{\varepsilon_0 \varepsilon \pi R^2 \left( \frac{h-\delta}{h} \right)^2}{d} + \varepsilon_0 \varepsilon R \ln \left( \frac{\sqrt{\pi R^2 \left( \frac{h-\delta}{h} \right)^2}}{d} \right) \right]. \quad (10)$$

Согласно [2] поверхностная плотность заряда диска (рис.3) вычисляется:

$$\sigma_1 = \sigma_2 = \frac{Q}{4\pi \varepsilon_0 R \sqrt{R^2 - \rho^2}}, \quad (11)$$

Поле от точки  $C(\rho, \alpha, 0)$  в точке  $A(r, 0, z)$  направлено по линии  $|CA|$  и численно равно:

$$|d\vec{E}| = \frac{dq}{4\pi \varepsilon_0 |CA|^2}, \quad (12)$$

Поле от половины диска  $0 \leq \alpha \leq \pi$  и поле от половины диска  $\pi \leq \alpha \leq 2\pi$  в точке  $A$  компенсируются во всех направлениях кроме осей  $z$  и  $r$ .

Длина проекции  $|OC|$  на ось  $r$   $|OD| = -\rho \cos \alpha$

Расстояние между проекциями точек  $A$  и  $C$  на ось  $r$  запишется в виде  $|BD| = r - \rho \cos \alpha$ .

Тогда  $|AD| = |AD| = \sqrt{(r - \rho \cos \alpha)^2 + z^2}$ .

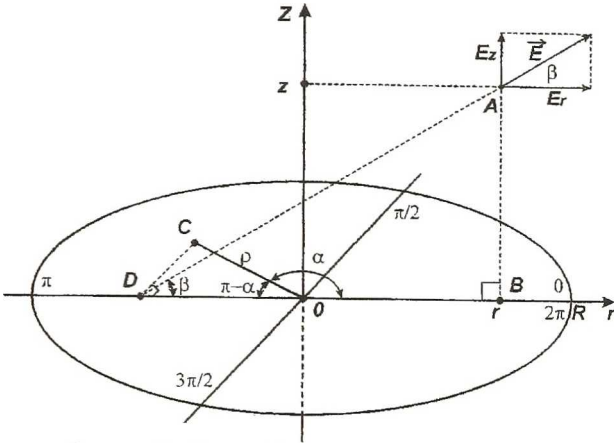


Рисунок 3 – Схема обозначений для расчёта поля

Для получения функции электрического поля проинтегрируем (12) по поверхности одной стороны диска, выразив  $dq$  через  $\sigma$  согласно (11):

$$|\vec{E}| = \frac{Q}{16\pi^2 \varepsilon_0 R} \iint_0^{2\pi R} \frac{\rho \, dp \, d\alpha}{\sqrt{R^2 - \rho^2} \left[ (r - \rho \cos \alpha)^2 + z^2 \right]}, \quad (13)$$

Разложим поле (13) на составляющие:

$$\begin{cases} E_z = E \sin \beta \\ E_r = E \cos \beta \end{cases} \quad (14) \quad \text{и определим:} \quad \begin{cases} \sin \beta = \frac{z}{\sqrt{(r - \rho \cos \alpha)^2 + z^2}} \\ \cos \beta = \frac{r - \rho \cos \alpha}{\sqrt{(r - \rho \cos \alpha)^2 + z^2}} \end{cases} \quad (15)$$

Тогда с учётом (15) поле (14) примет вид:

$$\begin{cases} E_z(r, z) = \frac{zQ}{16\pi^2 \varepsilon_0 R} \iint_0^{2\pi R} \frac{\rho \, dp \, d\alpha}{\left[ (r - \rho \cos \alpha)^2 + z^2 \right] \sqrt{\left[ (r - \rho \cos \alpha)^2 + z^2 \right] \times (R^2 - \rho^2)}} \\ E_r(r, z) = \frac{Q}{16\pi^2 \varepsilon_0 R} \iint_0^{2\pi R} \frac{(r - \rho \cos \alpha) \rho \, dp \, d\alpha}{\left[ (r - \rho \cos \alpha)^2 + z^2 \right] \sqrt{\left[ (r - \rho \cos \alpha)^2 + z^2 \right] \times (R^2 - \rho^2)}} \end{cases} \quad (16)$$

Поскольку решение уравнений (16) в аналитическом виде затруднено на практике применяется численное решение. Для этого была написана программа на языке Borland Delphi 5.5.

#### Список использованных источников

1. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. Электродинамика сплошных сред. – М.: Наука, 1982г.
3. В.А. Говорков Электрические и магнитные поля. М.: Энергия, 1968.
4. А.А. Детлаф, Б.М. Яворский. Курс физики. М.: В.Ш., 2000.