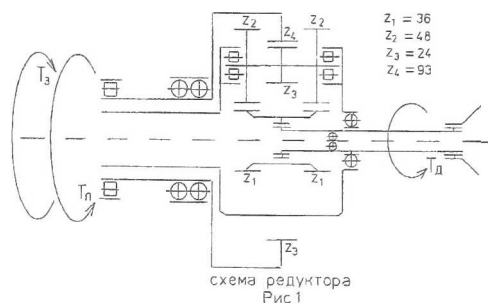


ДИНАМИЧЕСКОЕ ВОЗБУЖДЕНИЕ РЕДУКТОРОМ ТУРБОВИНТОВОГО ДВИГАТЕЛЯ

Курушин М. И., Курушин А. М.

Самарский государственный аэрокосмический университет, г.Самара

Многолетняя эксплуатация и доводка на прочность и надежность турбовинтового двигателя показали, что редуктор и турбокомпрессор и вообще весь двигатель вместе с винтами и подвеской представляют собой единую взаимно связанную упругую динамическую систему. Редуктор при определенных условиях может быть мощным динамическим возбудителем всего двигателя и его элементов. В данной работе мы хотим только показать, что приводной вал редуктора, возбуждаясь от крутильных колебаний зубчатых колес в редукторе, оказался мощным резонатором изгибных колебаний элементов всего ротора двигателя. И в этом не малая роль шлицевых соединений приводного вала. На ранней стадии доводки происходили сильный наклеп в шлицевом соединении с солнечным колесом и выкрашивание в подшипнике приводного вала, а также бринелирование подшипника рессоры измерителя крутящего момента, расположенного внутри приводного вала. Кинематическая схема дифференциального редуктора изделия показана на рис.1. Особенностью этой схемы является то, что приводной вал редуктора связан с водилом шариковым подшипником, фиксирующим его в осевом и радиальном направлениях относительно водила.



редуктора изделия показана на рис.1. Особенностью этой схемы является то, что приводной вал редуктора связан с водилом шариковым подшипником, фиксирующим его в осевом и радиальном направлениях относительно водила.

Ясно, что причиной всех этих дефектов были внутренние динамические процессы в самом редукторе.

На специальной установке из спаренных редукторов по замкнутой схеме были экспериментально замерены смещения солнечного колеса на разных режимах работы двигателя -рис.2.

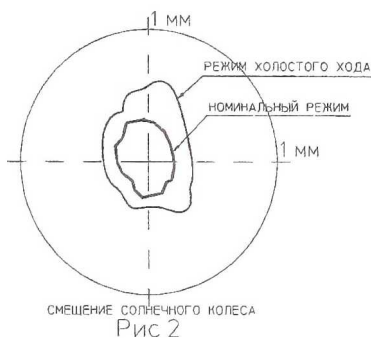
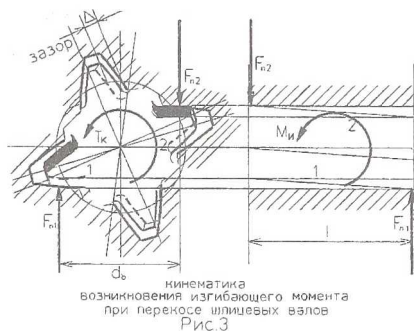


Рис 2

На режиме холостого хода смещения доходили до 0,35 мм, что вело, конечно, к перекосам в шлицевых соединениях приводного вала редуктора и к “тряске” его. Из кинематического анализа шлицевого соединения в условиях действия крутящего момента и перекоса валов, -рис.3, следовало, что в шлицах должен возникнуть реактивный изгибающий момент сопротивления перекосу, который передается на

валы.

Также экспериментально на специальной установке из элементов самого редуктора по схеме нагружения, представленной на рис.4, были определены жесткости шлицевых соединений на изгиб в условиях действия крутящих моментов. Результаты экспериментов представлены на рис.5. Видно, что в условиях действия крутящих моментов шлицевое соединение становится жесткими на изгиб и сильно сопротивляется перекосам в нем.



Минимумы возникновения изгибающего момента при перекосе шлицевых валов
Рис 3

Причем, чем больше крутящий момент, тем больше сопротивление перекосу. Зависимость реактивного изгибающего момента от перекоса в шлицевом соединении при больших перекосах, когда часть шлиц выходит из контакта, существенно нелинейная; при малых же углах перекоса, когда все шлицы находятся в контакте, ее условно можно считать линейной. Из кинематического анализа (рис.3) и экспериментально была обнаружена связь изгибных и крутильных деформаций валов в условиях перекоса в шлицевых соединениях- при перекосах в шлицах валы дополнительно закручиваются в направлении действия крутящего момента- рис.6, т.е. в условиях перекосов в шлицевых соединениях при переменном крутящем моменте возникают связанные изгибно-крутильные колебания валов.

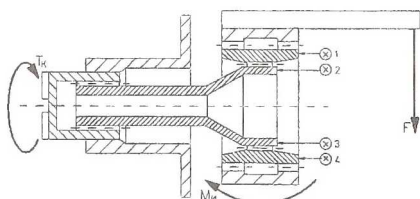


СХЕМА ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ УСТАНОВКИ
Рис 4

в условиях перекоса в шлицевых соединениях- при перекосах в шлицах валы дополнительно закручиваются в направлении действия крутящего момента- рис.6, т.е. в условиях перекосов в шлицевых соединениях при переменном крутящем моменте возникают связанные изгибно-крутильные колебания валов.

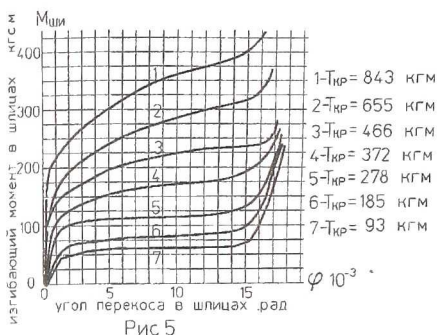


Рис 5

приводного вала. В результате обработки экспериментальных данных (рис.5) были получены следующие зависимости для определения изгибающих моментов в шлицевых соединениях от углов перекоса в них. Когда все шлицы в контакте - $M_{\varphi} = C_{\varphi} \cdot \varphi$ кг.см, где C_{φ} линей-

ная жесткость шлицевого соединения при изгибе ; φ – угол перекоса в шлицах. Выражение для жесткости шлицевого соединения при изгибе

$$C_{\varphi} = (0.111/295) \cdot (E \cdot b^4 \cdot z) / (m \cdot \cos \alpha) \text{ кг.см / } ^{\circ}\text{рад} .$$

Здесь E -модуль упругости материала шлиц, кг./см²; b -рабочая длина шлиц, см; z -число шлиц в соединении; m -модуль зацепления шлиц, см; α – угол зацепления шлиц. Это все справедливо при угле перекоса в шлицах

$$\varphi \leq (134 \cdot T) / (0.111 E z^2 \cdot b^3) \text{ рад} .$$

$$\varphi \geq (134 \cdot T) / (0.111 E z^2 \cdot b^3) \text{ рад}$$

выражение для изгибающего момента в шлицах существенно нелинейное

$$M_{\varphi} = C_{\varphi} \cdot \varphi \cdot \sin \left((210 \cdot T) / (0.111 \cdot E \cdot z^2 \cdot b^3 \cdot \varphi) \right) \text{ кг.см} .$$

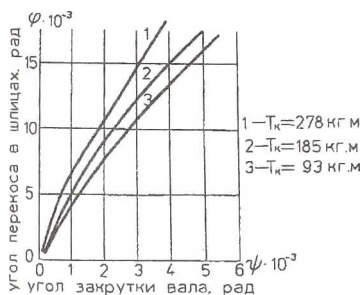


Рис. 6

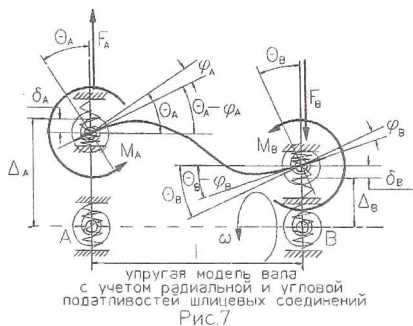
Стало ясно, что с учетом жесткости шлицевых соединений весь ротор двигателя вместе с редуктором в условиях действия крутящего момента является статически неопределимой упругой системой, а смещения солнечного колеса приводят к неравномерному распределению усилий по сателлитам, к наклепу в шлицах, к выкрашиванию и бринелированию подшипников

Экспериментов при одновременном действии на шлицевое соединение изгибающих моментов и радиальных усилий не проводилось, но используя экспериментальные данные при “чистом” изгибе, не трудно для линейной области ,когда все шлицы находятся в контакте, получить выражения:

$$C_z = (1.33 \cdot E \cdot b) / (295 \cdot m \cdot \cos \alpha) -$$

контактная жесткость пары шлиц,

кг/см²; $C_r = (0.667 \cdot E \cdot z \cdot b^2) / (295 \cdot m \cdot \cos \alpha)$ – радиальная жесткость всего шлицевого соединения, кг/см. При исследовании статики и динамики приводного вала упругая модель его была принята как балка постоянного сечения с угловой и радиальной податливостью в шлицах – рис.7.



При исследовании статических радиальных усилий и изгибающих моментов в шлицевых соединениях без учета и с учетом их податливостей задавались смещения и перекосы солнечного колеса - Δ и θ . Из условия равновесия следует –

$$F_A = F_B = F;$$

$$M_A + M_B = F \cdot l \cdot \text{Деформации в шлицах: } \delta_A = F / C_{rA};$$

$$\delta_B = F / C_{rB} \text{ - радиальные смещения; } \varphi_A = M_A / C_{\varphi A};$$

$$\varphi_B = M_B / C_{\varphi B} \text{ - углы поворота в шлицах. Условие совместности деформаций: } (\Delta_A - \delta_A) + (\theta_A - \varphi_A) \cdot l - (\Delta_B + \delta_B) = (F \cdot l^3) / (3 \cdot E \cdot J) - (M_B \cdot l^2) / (2 \cdot E \cdot J);$$

$$(\Delta_A - \delta_A) + (\theta_B - \varphi_B) \cdot l - (\Delta_B + \delta_B) = (F \cdot l^3) / (3 \cdot E \cdot J) - (M_A \cdot l^2) / (2 \cdot E \cdot J).$$

Решая совместно, находим :

$$F = \frac{(\Delta_A - \Delta_B + \theta_B \cdot l) \cdot \left(\frac{l^2}{2 \cdot E \cdot J} + \frac{l}{C_{\varphi A}} \right) + (\Delta_A - \Delta_B + \theta_B \cdot l) \cdot \left(\frac{l^2}{2 \cdot E \cdot J} + \frac{l}{C_{\varphi B}} \right)}{\left(\frac{l^3}{3 \cdot E \cdot J} + \frac{l}{C_{rA}} + \frac{l}{C_{rB}} + \frac{l^2}{C_{\varphi B}} \right) \cdot \left(\frac{l^2}{2 \cdot E \cdot J} + \frac{l}{C_{\varphi A}} \right) + \left(\frac{l}{C_{rA}} + \frac{l}{C_{rB}} - \frac{l^3}{6 \cdot E \cdot J} \right) \cdot \left(\frac{l^2}{2 \cdot E \cdot J} + \frac{l}{C_{\varphi B}} \right)}$$

$$M_A = \frac{(\Delta_A - \Delta_B + \theta_A \cdot l)}{\left(\frac{l^2}{2 \cdot E \cdot J} + \frac{l}{C_{\varphi A}} \right)} - F \cdot \frac{\left(\frac{1}{C_{rA}} + \frac{1}{C_{rB}} - \frac{l^3}{6 \cdot E \cdot J} \right)}{\left(\frac{l^2}{2 \cdot E \cdot J} + \frac{l}{C_{\varphi A}} \right)}$$

$$M_B = F \cdot l - M_A.$$

Статика при жесткой заделке в шлицах :

$$F = (12 \cdot E \cdot J / l^3) \cdot (\Delta_A - \Delta_B) + (6 \cdot E \cdot J / l^2) \cdot (\theta_A + \theta_B);$$

$$M_A = (6 \cdot E \cdot J / l^2) \cdot (\Delta_A - \Delta_B) + (4 \cdot E \cdot J / l) \cdot \theta_A + (2 \cdot E \cdot J / l) \cdot \theta_B;$$

$M_B = (6 \cdot E \cdot J / l^2) \cdot (\Delta_A - \Delta_B) + (2 \cdot E \cdot J / l) \cdot \theta_A + (4 \cdot E \cdot J / l) \cdot \theta_B$; Для приводного вала с размерами: $D=7,9$ см- наружный диаметр; $d=6$ см; -внутренний диаметр; $l=65,6$ см- расчетная длина вала; $m=0.25$ см- модуль шлиц;

$b_A=4,4$ см - длина шлиц в сопряжении с солнечным колесом; $b_B = 7$ см - длина шлиц в сопряжении с валом компрессора ; $Z_A = 50, Z_B = 30$ - число шлиц соответственно в сопряжениях с солнечным колесом и с валом компрессора; значения жесткостей шлицевых соединений получились равными: $C_{\varphi A} = 65139000$ кг.см/рад; $C_{rA} = 10150090$ кг/см; $C_{\varphi B} = 250365100$ кг.см/рад; $C_{rB} = 15185540$ кг/см. Результаты расчетов по приведенным зависимостям:

1. при абсолютно жесткой заделке в шлицах:
 - 1.1. смещение солнечного колеса $\Delta_A = 20$ мкм - $F_A = 21,7$ кг; $F_B = -21,7$ кг; $M_A = -711,5$ кг.см; $M_B = 711,5$ кг.см.
 - 1.2. перекос солнечного колеса $\Theta_A = 3,5'$ $F_A = 357$ кг; $F_B = -357$ кг; $M_A = -15614$ кг.см; $M_B = 7807$ кг.см.;
2. с учетом податливостей шлицевых соединений:
 - 2.1. смещение солнечного колеса $\Delta_A = 20$ мкм - $F_A = 17,8$ кг; $F_B = -17,8$ кг; $M_A = -558,3$ кг.см; $M_B = 606,1$ кг.см; $\varphi_A = -0,0295'$; $\varphi_B = -0,00832'$; $y_A = 0,0175$ мкм; $y_B = 0,0117$ мкм;
 - 2.2. перекос солнечного колеса $\Theta_A = 3,5'$ - $F_A = 280$ кг; $F_B = -280$ кг; $M_A = -12441$ кг.см; $M_B = 5936$ кг.см; $\varphi_A = 0,66'$; $\varphi_B = -0,082'$; $y_A = -0,28$ мкм; $y_B = 0,18$ мкм.

Видно, что учет податливости шлицевых соединений в статике снижает усилия и изгибающие моменты в них на $\approx 30\%$. Далее излагается математическое моделирование динамики приводного вала. Дифференциальные уравнения формы движения элементов приводного вала как балки постоянного сечения принималось в виде $E J \cdot \frac{d^2 y}{dx^2} = q(x)$.

Решение его принимаем в форме

$$Y = C_1 \cdot S(kx) + C_2 \cdot T(kx) + C_3 \cdot U(kx) + C_4 \cdot V(kx).$$

Здесь функции Крылова: $S(kx) = 0.5 \cdot [ch(kx) + \cos(kx)]$;
 $T(kx) = 0.5 \cdot [sh(kx) + \sin(kx)]$; $U(kx) = 0.5 \cdot [ch(kx) - \cos(kx)]$;
 $V(kx) = 0.5 \cdot [sh(kx) - \sin(kx)]$.

Производные от решения имеют вид

$$Y^1 = k \cdot [C_1 \cdot V(kx) + C_2 \cdot S(kx) + C_3 \cdot T(kx) + C_4 \cdot U(kx)];$$

$$Y^{11} = k^2 [C_1 \cdot U(kx) + C_2 \cdot V(kx) + C_3 \cdot S(kx) + C_4 \cdot T(kx)];$$

$$Y^{111} = k^3 [C_1 \cdot T(kx) + C_2 \cdot U(kx) + C_3 \cdot V(kx) + C_4 \cdot S(kx)].$$

Здесь $k = \sqrt{(m\omega^2)/(EJ)}$, где m - масса единицы длины вала; EJ - жесткость вала при изгибе; ω - круговая частота возбуждения. В линейной области колебаний, когда все шлицы находятся в контакте, граничные условия можно записать: при $x=0$. из равенства усилий следует

$$C_A [Y(0) - \Delta_A] = EJ \cdot \frac{d^3 Y}{dx^3}(0); \text{ из равенства моментов следует}$$

$$C_{\varphi A} \left[\frac{dY}{dx}(0) - \Theta_A \right] = EJ \cdot \frac{d^2 Y}{dx^2}(0); \text{ при } x=l \text{ из равенства}$$

$$\text{усилий - } C_B \cdot [Y(kl) - \Delta_B] = EJ \cdot \frac{d^3 Y}{dx^3}(kl), \text{ из равенства моментов}$$

$$C_{\varphi B} \cdot \left[\frac{dY}{dx}(kl) - \Theta_B \right] = -EJ \cdot \frac{d^2 Y}{dx^2}(kl). \text{ Подставляя общее решение в}$$

выражения для граничных условий, получим выражения для определения произвольных постоянных.

$$C_1 = \Delta_A - \frac{EJ}{C_A} k^3 C_4;$$

$$C_2 = \frac{\Theta_A}{k} + \frac{EJ}{C_{\varphi A}} \cdot k C_3;$$

$$a \cdot C_3 + b \cdot C_4 = e; \quad c \cdot C_3 + d \cdot C_4 = f; \quad \text{где}$$

$$a = \left\{ \left(\frac{EJ}{C_{\varphi A}} \right) \cdot \left[T(kl) - \frac{EJ}{C_{rB}} k^3 \cdot U(kl) \right] + \left[U(kl) - \frac{EJ}{C_{rB}} k^3 \cdot V(kl) \right] \right\};$$

$$b = \left\{ \left[V(kl) - \frac{EJ}{C_{rB}} k^3 \cdot S(kl) \right] - \frac{EJ}{C_{rA}} \cdot k^3 \cdot \left[S(kl) - \frac{EJ}{C_{rB}} k^3 \cdot T(kl) \right] \right\};$$

$$c = \left\{ \left(\frac{EJ}{C_{\varphi A}} \cdot k \right) \cdot \left[S(kl) + \frac{EJ}{C_{\varphi A}} k \cdot V(kl) \right] + \left[T(kl) + \frac{EJ}{C_{\varphi B}} k \cdot S(kl) \right] \right\};$$

$$d = \left\{ \left[U(kl) + \frac{EJ}{C_{\varphi B}} k \cdot T(kl) \right] - \left(\frac{EJ}{C_{rB}} k^3 \right) \cdot \left[V(kl) + \frac{EJ}{C_{\varphi B}} k \cdot U(kl) \right] \right\};$$

$$e = \Delta_B - \Delta_A \cdot \left[S(kl) - \frac{EJ}{C_{rB}} k^3 \cdot T(kl) \right] - \frac{\Theta_A}{k} \cdot \left[T(kl) - \frac{EJ}{C_{rB}} k^3 \cdot U(kl) \right];$$

$$f = \frac{\Theta_B}{k} - \Delta_A \cdot \left[V(kl) + \frac{EJ}{C_{\varphi B}} k \cdot U(kl) \right] - \frac{\Theta_A}{k} \cdot \left[S(kl) + \frac{EJ}{C_{\varphi B}} k \cdot V(kl) \right].$$

Частотное уравнение $a \times d - c \times b = 0$. Результаты расчетов в динамике при номинальной частоте вращения приводного вала - $n_B = 8250$ об/мин.

1.1. при смещении солнечного колеса $\Delta_A = 20$ мкм:

$$F_A = 12,1 \text{ кг}; F_B = -20,0 \text{ кг}; M_A = -513,7 \text{ кг.см}; M_B = 641,8 \text{ кг.см}; \\ \varphi_A = -0,027'; \varphi_B = -0,00880'; y_A = 19,99 \text{ мкм}; y_B = 0,013 \text{ мкм};$$

1.2. перекося солнечного колеса $\Theta_A = 3,5'$ - $F_A = 257,8$ кг; $F_B = -295,5$ кг; $M_A = -12210$ кг.см; $M_B = 6165$ кг.см; $\varphi_A = 2,81'$; $\varphi_B = -0,085'$; $y_A = -0,254$ мкм; $y_B = 0,194$ мкм.

Видно, что с учетом податливости шлицевых соединений в динамике на рабочих оборотах усилия, изгибающие моменты и деформации в шлицевых соединениях практически такие же как и в статике, т.е. эффект динамичности на рабочих оборота очень мал. Далее мы проверили возможность возбуждения приводного вала от динамических усилий в зацеплениях зубьев зубчатых колес редуктора. Частота вращения водила - $n_H = 723$ об/мин. Частота вращения солнечного колеса относительно водила $n_{BH} = 8250 - 723 = 7527$ об/мин. Частота зацеплений зубьев солнечного колеса с зубьями сателлитов в относительном вращении - $f_{z12} = (n_{BH} \cdot Z_1) / 60 = 7527 \times 36 / 60 = 4520$ Гц. Частота зацеплений зубьев

наружного колеса с зубьями шестерни-вала в относительном вращении

$$f_{z34} = (2 \cdot n_H \cdot Z_3) / 60 = 2 \times 723 \times 93 / 60 = 2240 \text{ Гц.}$$

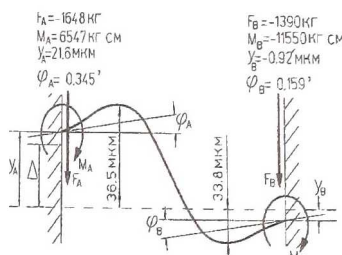
Соответствующие им частоты вращения приводного вала

$$n_{z12} = f_{z12} \cdot 60 = 4520 \times 60 =$$

$$271000 \text{ об/мин};$$

$$n_{z34} = f_{z34} \cdot 60 = 2240 \times 60 =$$

$$134000 \text{ об/мин.}$$



в динамике на зубной частоте - $n_{z3} = 134000$ об/мин при возбуждении от наружного колеса

Рис 8

Решением частотного уравнения изгибных колебаний приводного вала были определены значения частот вращения, соответствующие собственным частотам изгибных колебания его: $n_1 = 54550$ об/мин - по первой форме; $n_2 = 150950$ об/мин - по второй форме; $n_3 = 294750$ об/мин по третьей форме.

Видно, что собственные частоты изгибных колебаний приводного вала очень близки к зубным частотам возбуждения от наружного и солнечного колес. Результаты расчетов усилий изгибающих моментов и деформаций в шлицевых соединениях на частотах вращения вала, соответствующих зубным частотам приведены на рис 8, 9, 10 и 11. В качестве возбудителей задавались смещения и перекосы солнечного колеса с зубными частотами. При одинаковых величинах кинематического возбуждения опор усилия, смещения, перекосы и изгибающие моменты в шлицах превышают эти же характеристики в статике и на рабочих оборотах в десятки и сотни раз.

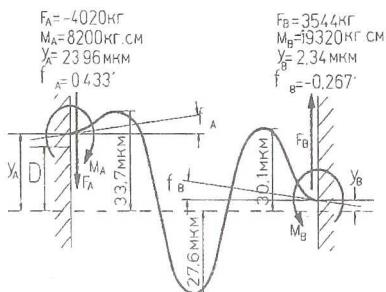
Стало ясно, что приводной вал редуктора является мощным резонатором всего двигателя, преобразуя крутильные колебания зубчатых колес в изгибные колебания элементов всего двигателя.

По результатам этих и других проведенных исследований можно сделать следующие выводы:

1. При передаче крутящего момента в шлицах происходит силовое центрирование и они становятся "жесткими" на изгиб и на радиальное смещение.

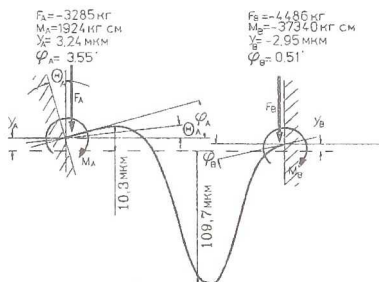
2. Вследствие этого весь ротор двигателя становится статически неопределимым и усилия в опорах (подшипниках) можно определять только как в статически неопределимой упругой системе с учетом точности изготовления деталей и узлов, точности их монтажа, а также температурных деформаций на разных режимах работы.

3. Из-за проскальзывания в подшипниках ротора двигателя, вследствие их недогрузки в условиях статической неопределимости, пришлось делать силовое смещение осей корпусов компрессора и турбины, чтобы нагреть подшипники в рабочих условиях.



в динамике на зубной частоте $n_{12} = 271000$ об/мин при возбуждении от солнечного колеса

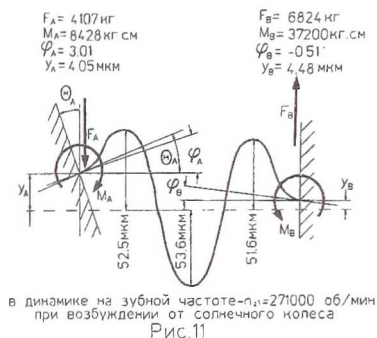
Рис 9



в динамике на зубной частоте $n_{13} = 134000$ об/мин при возбуждении от наружного колеса

Рис 10

4. В условиях перекосов шлицевых соединений имеет место связность изгибных и крутильных деформаций, а следовательно, в рабочих условиях могут возникать связные изгибно - крутильные колебания.



5. Приводной вал редуктора турбовинтового двигателя резонирует с зубными частотами в редукторе: по второй изгибной форме с наружным колесом, а по третьей изгибной форме с солнечным колесом. Этим можно объяснить такие дефекты при доводке двигателя как: наклеп в шлицах приводного вала с солнечным колесом; выкрашивание подшипника приводного вала;

бринелирование в подшипнике рессоры измерителя крутящего момента внутри приводного вала; поломки лопаток третьей ступени компрессора на частоте 2600 Гц от зубной частоты возбуждения солнечного колеса - 4770 Гц в режиме параметрической неустойчивости; трещины на многих, вплоть до девятой ступени, дисках компрессора.

6. Неправильно назначенные фланки зубьев зубчатых колес, а тем более их слесарная зачистка после контрольных испытаний, как способ борьбы с натиром, вели к повышению интенсивности динамического возбуждению двигателя;

7. Интенсивность параметрического возбуждения элементов двигателя растет с увеличением передаваемой мощности на редуктор;

8. При параметрическом возбуждении от редуктора в упругой системе двигателя возбуждение возможно по всем формам собственных колебаний его элементов, в том числе и по полуторным гармоникам, но особенно в широком диапазоне оборотов и с большой интенсивностью при частотах возбуждения в два раза больше собственной частоты детали (собственно параметрическая неустойчивость).

9. И, наконец, числа зубьев зубчатых колес в редукторе в самом начале проектирования редуктора были назначены не рационально с точки зрения динамики - числа зубьев центральных колес кратны числу сателлитов (3 сателлита). В этом случае все сателлиты одновременно входят в зацепления с центральными колесами, что создает мощные импульсы крутильно- изгибных колебаний через шлицевые соединения во всем двигателе.