

КИНЕМАТИКА ПАДАЮЩИХ ЧАСТЕЙ МОЛОТА ПРИ ВЫСОКОСКОРОСТНОЙ ШТАМПОВКЕ ДЕТАЛЕЙ

Арышенский Ю.М., Хаймович А. И., Бутаров А. Н., Краснов Ю.Н.
Самарский государственный аэрокосмический университет, г. Самара

Энергосиловые и термомеханические параметры высокоскоростной штамповки предопределяются рядом взаимосвязанных между собой величин. Причем скорости и ускорения деформирования при высокоскоростном выдавливании изделий с большими коэффициентами вытяжки в заданном интервале ковочных температур являются доминирующими.

Известные теоретические методы расчета указанных выше параметров производятся либо без изменения скорости деформирования во времени, либо требуют большого количества экспериментальных данных, получение которых затруднительно, а их достоверность проблематична [1,2].

В связи со значительным влиянием кинематических параметров при высокоскоростном формообразовании, такие параметры, как предел текучести материала заготовок, начальная скорость движения падающих частей молота, критическая скорость деформирования, связанная с действием инерционных сил, не могут быть получены без исследования закона движения падающих частей молота в процессе деформирования.

Поставленная задача будет решена, если можно будет формализовать и определить следующие величины, необходимые для описания процесса деформирования в динамике:

- начальную скорость формообразования, V_0 ;
- максимальную (пиковую) скорость деформирования, V_{\max} ;
- время пика скорости деформирования, t_{\max} ;
- время всего процесса формообразования, t_k ;

скорость и ускорение металла в очаге пластической деформации в момент времени, когда растягивающее усилие от действия инерционных сил достигает максимума.

Если найти функциональную зависимость скорости движения падающих частей молота от времени, то остальные параметры получить несложно. Будем придерживаться следующей методики:

- определим начальные условия (значения скорости деформирования в начальный и конечный момент формообразования);
- выберем аппроксимирующую зависимость, тождественно удовлетворяющую начальным условиям;

- исходя из принципа минимума функционала мощности пластической деформации, определим неизвестные коэффициенты, входящие в аппроксимирующую зависимость скорости от времени деформирования.

Условимся, что будем считать за статические те параметры, которые получены при нагружении со скоростями деформации в пределах $\xi=10^{-1} \dots 10^{-6} \text{ с}^{-1}$, а за динамические – со скоростями деформаций $\xi=10 \dots 10^4 \text{ с}^{-1}$ и больше. На ударных копрах при одноосном нагружении обычно $\xi=10 \dots 10^3 \text{ с}^{-1}$.

Как показали теоретические и экспериментальные исследования, пластическая деформация материала, к которому приложена импульсная нагрузка, превышающая статический предел текучести, возникает не мгновенно, а через некоторое время [3]. Это явление, объясняемое теорией дислокаций и получившее название «запаздывание текучести» приводит к тому, что в начальный момент времени нагружения отстает от момента приложения нагрузки на величину θ , рис. 1.

С математической точки зрения это означает, что в начальный момент времени при импульсном нагружении скорость падающих частей становится равной 0.

Разработаем математическую модель движения падающих частей молота согласно принятой методике.

Представить скорость деформирования в виде зависимости

$$v = v(t)V_{\max}, \quad (1)$$

где $v(t)$ - временная функция, $0 \leq v(t) \leq 1$.

Очевидно $v(t)$ должна удовлетворять следующим начальным условиям:

$$v(t) = \begin{cases} 0, & \text{при } t = 0 \\ 0, & \text{при } t = t_k \end{cases}, \quad (2)$$

где t_k - время деформирования.

Наиболее часто используемый метод аналитического представления функций, подобных $v(t)$ - разложение в ряд Фурье [4]. Отметим, что $v(t)$ удовлетворяет условиям Дирихле, т.е. она определена в интервале $0 - t_k$, непрерывна и монотонна. Ряд Фурье для такой функции сходится. Аналогично будет сходиться и составляющая ряда Фурье при разложении $v(t)$ по системе линейно независимых функций $\varphi_i(t)$, удовлетворяющих начальным условиям (2).

$$\varphi_i(t) = \sin\left(i\pi \frac{t}{t_k}\right).$$

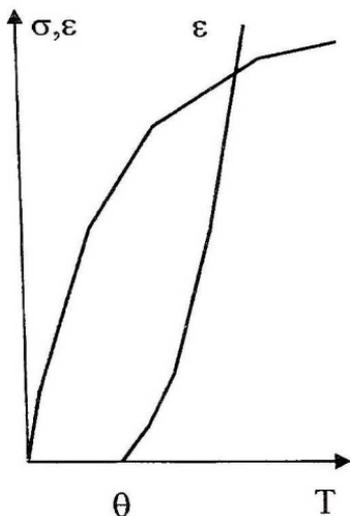


Рис. 1 Запаздывание течения при ударе

В соответствии с (1) имеем:

$$V(t) = V_{\max} \sum_{i=1}^n C_i \sin\left(i\pi \frac{t}{t_k}\right) \quad (3)$$

$$V(t_{\max}) = V_{\max}$$

Коэффициенты C_i в 3, определяющие форму и характер движения падающих частей молота при деформировании, зависят от геометрии очага пластической деформации.

Рассмотрим задачу аналитического определения значений C_i в 3, исходя из принципа минимума мощности пластической деформации в каждый момент времени деформирования. В соответствии с данным принципом определим C_i из условия, что $v(t)$ - многочлен лучшего среднеквадратичного приближения.

Для расчета коэффициентов разложения $v(t)$ в ряд 3 методом наименьших квадратов (МНК), составим уравнение движения падающих частей молота.

$$V_{\max} (M_{pr} + m_b) \dot{v}(t) + F_d(t) - F_p(t) = 0, \quad (4)$$

где M_{pr} - масса металла в очаге пластической деформации, приведенная к скорости бойка молота,

$$M_{pr} = r \frac{\iiint v_i \dot{V}(t) dW}{\dot{V}(t) V_{\max}} = \frac{r}{V_{\max}} \iiint v_i dW. \quad (5)$$

Если течение металла в очаге пластической деформации можно представить как плоское и $\phi(x_i, x_j)$ - функция тока, то из 5 по формуле Остроградского - Гаусса имеем:

$$M_{pr} = \frac{\rho}{V_{\max}} \left(\iiint_{S_p} \phi(x_i, x_j) dx_i dx_k - \iiint_{S_p} \phi(x_i, x_j) dx_j dx_k \right). \quad (6)$$

В (4) (6) за v_i и x_i приняты соответственно скорость и координата элементарного объема в очаге пластической деформации объемом W ;

$$(f, i\varphi_i) = \frac{1}{p} \sum_{k=0}^p i^2 f\left(\frac{k}{p}\right) \cos\left(i\pi \frac{k}{p}\right). \quad (11)$$

Основная сложность заключается в расчете текущих значений $M_{pr}\left(\frac{k}{p}\right) = M_{pr}(h)$ и $f\left(\frac{k}{p}\right) = f(h)$. Зависимость приведенных массы и усилия от величины хода h падающих частей можно найти аналитически, однако сам ход h через выражение (6) зависит от упомянутых величин, поэтому справедлив следующий итерационный процесс:

$$h\left(\frac{k}{p}\right) = V_{\max} \sum_{i=0}^N \frac{C_{i_0} t_{k_0}}{i\pi} \left(1 - \cos\left(i\pi \frac{k}{p}\right)\right). \quad (12)$$

Здесь и далее индексами «0» обозначены переменные, значения которых получены в предыдущей итерации.

Из условия баланса энергии найдем максимальную скорость формообразования

$$V_{\max} = \sqrt{2 \frac{A_w(t_{k_0}) - A_w(t_{\max_0})}{M_{pr_0} + m_b}}, \quad (13)$$

где t_{\max} - время достижения пика скорости;

$A_w(t)$ работа формообразования, совершенная к моменту времени t .

Согласно зависимости (13), разгон бойка молота до скорости V_{\max} , происходящий под действием потенциального усилия $F_p(t)$, к моменту времени t_{\max} закончен. Дальнейшее деформирование, если пренебречь работой, совершаемой сжатым газом в силовом цилиндре молота, происходит за счет накопленной кинетической энергии масс M_{pr} и m_b . С учетом найденного значения V_{\max} из (13), время деформирования t_k определяется из выражения (12) по формуле

$$t_k = \frac{\pi h_k h}{\sum_{i=0}^N C_{i_0} \left(1 - \cos\left(i\pi \frac{k}{p}\right)\right)}. \quad (14)$$

Для каждой k -ой точки $k=1 \dots p$ по вычисленным по зависимости (12) значениям $h\left(\frac{k}{p}\right)$ найдем массив дискретных значений работы

деформирования $A_w(h) = A_w\left(\frac{k}{p}\right)$. Аппроксимируем $A_w(h)$ p -1 сегментным полиномиальным сплайном, проходящим через точки

$A_w\left(\frac{k}{p}\right)$. Обозначим данный сплайн через $a(u_k)$, тогда действительны следующие соотношения:

$$a(u_k) = \frac{A_w(t)}{A_w(t_{k_0})}, \quad \text{где } t = t_{k_0} \left(\frac{k-1}{p} + \frac{u_k}{p} \right) \quad (15)$$

$$0 \leq u_k \leq 1; \quad 0 \leq a(u_k) \leq 1.$$

В технической литературе имеется описание большого количества алгоритмов построения сплайнов - кривых, гладко проходящих через заданное количество точек.

В качестве $a(u_k)$ можно взять кубический сплайн, способы задания которого подробно описаны, например, в [5,6]. Будем считать кубическую сплайновую аппроксимацию заданной, если в каждой точке $k, k=1 \dots p$ определены значения пар $(a(u_k), \dot{a}(u_k))$. Определим деформирующее усилие $F_d(t)$ как

$$F_d(t) = \frac{dA_w(t)}{dh(t)} = \frac{\dot{A}_w(t)}{V_{\max} v(t)}. \quad (16)$$

В соответствии с 3.15 для выбранной сплайновой аппроксимации имеем:

$$F\left(\frac{k}{p}\right) = \dot{a}(u_k) \frac{u_k A_w(t_{k_0})}{V_{\max} v_o\left(\frac{k}{p}\right)} = \dot{a}(u_k) \frac{A_w(t_{k_0})}{V_{\max} v_o\left(\frac{k}{p}\right)} \frac{p}{t_{k_0}}. \quad (17)$$

Таким образом искомая величина (11) в системе МНК -уравнений (7) принимает значение

$$f\left(\frac{k}{p}\right) = - \frac{t_{k_0}}{\pi(M_{pr_0} + m_b)V_{\max}} \left(\dot{a}(u_k) \frac{A_w(t_{k_0})}{V_{\max} v_o\left(\frac{k}{p}\right)} \frac{p}{t_{k_0}} - F_{p_0}\left(\frac{k}{p}\right) \right). \quad (18)$$

Потенциальное усилие $F_p\left(\frac{k}{p}\right)$ при $t \geq t_{\max}$ равно 0, следовательно,

значения коэффициентов C_i целесообразно определять при $\frac{k}{p} \geq \frac{t}{t_{\max}}$.

Здесь t_{\max} определяется из уравнения

$$\dot{v}(t_{\max}) = 0. \quad (19)$$

При $\frac{k}{p} \geq \frac{t}{t_{\max}}$ из 18 получаем:

$$f\left(\frac{k}{p}\right) = -\frac{p}{\pi(M_{pr_0} + m_b)V_{\max}} \dot{a}(u_k) \frac{A_w(t_{k_0})}{V_{\max} v_o \left(\frac{k}{p}\right)}. \quad (20)$$

Зависимости (10, 11, 13 и 20) при подстановке в (7) образуют замкнутую систему линейных уравнений с неизвестными коэффициентами C_i , $i=1, N$. Эта система решается методом последовательных приближений с вектором начальных значений $\vec{C}_0 = (0.7, 0.3, 0, \dots, 0)$. При таких начальных значениях итерационный процесс обычно сходится за 10 -15 итераций, как, например для высокоскоростной штамповки лопаток ВСШ.

Выводы

1. Разработана методика, позволяющая аналитически найти закон движения падающих частей высокоскоростного молота в форме ряда Фурье для непериодической функции.

2. Выведенные закономерности позволяют рассчитать скорость и ускорение металла в любой точке очага пластической деформации в каждый момент времени протекания процесса, что необходимо для расчета параметров технологических процессов высокоскоростной штамповки деталей.

Список литературы

1. Согришин Ю.П., Гришин Л.Г., Воробьев В.М., Штамповка на высокоскоростных молотах. - М.: Машиностроение, 1978. - 68с.
2. Кононенко В. Г. Высокоскоростное формоизменение и разрушение металла. -Харьков: Изд-во ХГУ, 1980. - 232с.
3. Батуев Г.С., Голубков Ю.В., Ефремов А.К., Федосов А.А. Инженерные методы исследования ударных процессов. - М.: Машиностроение, 1977. - 240с.
4. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. - М.: Наука, 1970. - 720с.
5. Фокс А., Пратт М. Вычислительная геометрия. Применение в проектировании и на производстве. -М.: Мир, 1982. - 304с.
6. Альберг Д. Нильсон Э. Уолт Д Теория слайдов и ее приложения. - М.: Мир, 1972. - 320с.