МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ТЕЧЕНИЙ РАБОЧЕЙ СРЕДЫ В ГИДРОСИСТЕМАХ ДВИГАТЕЛЕЙ И ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ УСТАНОВКАХ

Загузов И. С., Федечев А.Ф., Поляков К.А.
Самарский государственный университет, г. Самара

Разработанная нелинейная модель предназначена для исследования нестационарных течений вязкой сжимаемой жидкости в топливных трактах авиационных и ракетных двигателей, а также наземных энергетических установок с учетом возможных кавитационных явлений и теплопроводности стенок трубопроводов.

Данная математическая модель позволяет рассчитывать динамические характеристики рабочей среды на различных режимах работы, в частности, при внесении на входе в гидросистему возмущений в виде колебаний давления, а также при расположении на выходе из системы отсечного клапана, регулирующего расход жидкости.

Уравнения одномерного нестационарного течения в каналах, отражающие законы сохранения массы, импульса и энергии, можно записать в следующем виде:

$$\begin{aligned} &\frac{\partial \rho}{\partial t}+\frac{\partial(\rho \upsilon)}{\partial x}=0; \\ &\frac{\partial(\rho \upsilon)}{\partial t}+\frac{\partial(p+\rho \upsilon^2)}{\partial x}=-\rho g \operatorname{tg}(\theta)-\rho\lambda\frac{\upsilon|\upsilon|}{2D}; \qquad (1) \\ &\frac{\partial T}{\partial t}+\upsilon\frac{\partial T}{\partial x}=\alpha(T_w-T), \end{aligned}$$

где ρ, υ, p - соответственно плотность, скорость, давление жидкости, g - ускорение свободного падения, α - коэффициент теплообмена, λ - коэффициент сопротивления, T - температура жидкости, D - внутренний диаметр трубы, T_w - температура стенок трубы, x - координата по оси трубы, t - координата по времени, θ - угол наклона трубы к горизонту.

Пусть в начальный момент времени жидкость течет с постоянной скоростью υ_n при заданной температуре и заданном перепаде давления, где P_n - начальное давление на входе в гидросистему. В начальном сечении тракта ($x = 0$) задаются температура T и закон изменения давления $P=A\cdot\sin\omega t$, где A - амплитуда возмущающих колебаний, ω - круговая частота колебаний. В конечном сечении ($x = L$), с помощью клапана регулируют скорость подачи рабочей среды $\upsilon = \upsilon_n - \frac{\upsilon_n - \upsilon_k}{t_k} \cdot t$, где υ_k - конечная скорость после прикрытия клапана, t_k - время срабатывания клапана.

Широко применяемые одномерные модели течения могут дать достаточно точные результаты только для квазистационарных процессов. При наличии же определенной нестационарности процесса наблюдается заметное расхождение расчетных и экспериментальных результатов. Для устранения этого расхождения было предложено, оставаясь в рамках одномерной нелинейной модели, использовать для вычисления напряжения трения результаты решения осесимметричной задачи о турбулентном движении жидкости в трубе по двухслойной схеме. В вязком пограничном слое рассматривается Ньютоновская реологическая модель, а в ядре турбулентного потока - Ка́рмановская. Такой подход позволяет получить более точные значения коэффициента гидравлического сопротивления для нестационарного течения по сравнению с существующими на основе гипотезы квазистационарности.

В данной работе вводится формула для определения коэффициента гидравлического сопротивления с учетом эффекта нестационарности:

$$\lambda_{\text{нест}} = \lambda_{\text{кв.ст}} + 1{,}28r\frac{\partial \upsilon}{\partial t}\Big/\upsilon^2,$$

где $\lambda_{\text{к в.с т.}} = \frac{64}{Re}$, если Re<2300; или $\lambda_{\text{кв.ст.}} = \frac{0{,}3164}{\sqrt[4]{Re}}$, если Re≥2300.

Введем обозначение M=ρυ и перейдем к безразмерным координатам: $\bar{x} = \frac{x}{L}$ (L - длина трубопровода); $\bar{t} = \frac{c_0}{L}t$; $\bar{c} = \frac{c}{c_0}$; c - скорость звука; $\bar{\rho} = \frac{\rho}{\rho_0}$; $\bar{\upsilon} = \frac{\upsilon}{\upsilon_0}$; $\bar{p} = \frac{p}{c_0\rho_0\upsilon_0}$; $\bar{g} = \frac{L}{\upsilon_0 c_0}g$; $\bar{\lambda} = \frac{\upsilon_0 L}{2D_0 c_0}\lambda$; $\bar{D} = \frac{D}{D_0} =$; $\bar{T} = \frac{T}{T_0}$;
$\bar{\alpha} = \frac{DLT_0}{c_0\rho_0\upsilon_0}\alpha$; $\bar{c}_p = \frac{T_0}{c_0\upsilon_0}c_p$; $\bar{M} = \frac{M}{\rho_0\upsilon_0}$.

Здесь индекс 0 означает, что величина взята в начальный момент времени t_0. В безразмерных координатах система (1) принимает вид:

$$\frac{\partial \bar{M}}{\partial \bar{x}} = b_4\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial \bar{t}};$$

$$\frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{x}} = b_1\frac{\partial \bar{M}}{\partial \bar{t}} + b_2\frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{t}} + b_3\bar{M} + \bar{G}; \qquad (2)$$

$$\frac{\partial\overline{T}}{\partial\overline{t}} = a_5\left(\overline{T}_{ст} - \overline{T}\right) + a_6\frac{\partial\overline{T}}{\partial\overline{x}},$$

где $\overline{G} = -\overline{\rho}\overline{g}\cdot tg(\theta)$; $b_1=1$; $b_2 = \frac{\upsilon_0\overline{\upsilon}}{c_0}$; $b_3 = -(\overline{\lambda}|\overline{\upsilon}| + \frac{\upsilon_0}{c_0}\frac{\partial\overline{\upsilon}}{\partial\overline{x}})$; $b_4=-1$;

$$a_5 = \pi\frac{\upsilon_0}{c_0}\frac{\overline{\alpha}}{\overline{c}_p\overline{\rho}};\; a_6 = -\frac{\upsilon_0}{c_0}\overline{\upsilon} = -\frac{\upsilon_0}{c_0}\frac{\overline{M}}{\overline{\rho}}.$$

Аппроксимируя первые два уравнения системы (2) неявной разностной схемой, а третье уравнение явной разностной схемой, получим систему алгебраических уравнений:

$$M_{i+1}^{j+1} = M_i^{j+1} + B_i P_i^{j+1} + E_i;$$

$$P_{i+1}^{j+1} = C_i M_i^{j+1} + D_i P_i^{j+1} + f_i; \tag{3}$$

$$T_i^{j+1} = (a_5\overline{T}_{ст} - a_5 T_i^j + \frac{T_i^j}{\Delta t} + a_6\frac{T_i^j - T_{i-1}^j}{\Delta x})\Delta t,$$

где $C_i = b_1\frac{\Delta x}{\Delta t} + b_3\Delta x$; $D_i = 1 + b_2\frac{\Delta x}{\Delta t}$; $f_i = -\frac{\Delta x}{\Delta t}b_1 M_i^j - \frac{\Delta x}{\Delta t}b_2 P_i^j + \Delta x G_i^j$.

Третье уравнение решается независимо от первых двух и служит только для определения температуры. Первые два уравнения системы будем решать методом прогонки. Для этого предположим, что имеет место рекуррентное соотношение:

$$P_i^{j+1} = R_i \cdot M_i^{j+1} + S_i \tag{4}$$

с неопределенными коэффициентами R_i, S_i.

Подставляя выражение $P_{i+1}^{j+1} = R_{i+1}\cdot M_{i+1}^{j+1} + S_{i+1}$ во второе уравнение системы (3) и воспользовавшись соотношением (4), получим рекуррентные формулы для R_{i+1} и S_{i+1}:

$$R_{i+1} = \frac{C_i + D_i R_i}{1 + B_i R_i};$$

$$S_{i+1} = -R_{i+1}(E_i + B_i S_i) + D_i S_i + f_i;\quad i = \overline{1,N}.$$

После определения прогоночных коэффициентов R_{i+1}, S_{i+1} обратной прогонкой находим искомые значения расхода и давления вдоль магистрали:

$$M_i^{j+1} = \frac{M_{i+1}^{j+1} - B_i S_i - E_i}{1 + B_i R_i};$$

$$P_i^{j+1} = R_i\cdot M_i^{j+1} + S_i;\quad i = \overline{1,N}$$

Очень важное значение имеют работы по созданию математической модели течений жидкости в криогенных трубопроводах систем топливопитания космических аппаратов (КА). Значительную часть программ космических исследований в последние годы составляют разработки ракетных систем, работающих на жидком водороде и жидком кислороде. Жидкий водород как наиболее эффективное химическое топливо представляет практический интерес не только для ракетной техники, но также и для авиации, крупного наземного и водного транспорта, а также для автомобильного транспорта. При сгорании водорода и кислорода образуются только пары воды, поэтому его применение в двигателях массового наземного или околоземного транспорта наиболее перспективно с точки зрения решения экологических проблем, связанных с сохранением окружающей среды.

Во многих случаях в трубопроводах, предназначенных для транспортировки криогенных жидкостей, может присутствовать газовая фаза, например, вследствие кавитации, выделения газа в переходных процессах, связанных с падением давления и др. При наличии кавитации движущаяся по трубе среда представляет собой газожидкостную смесь. В отличие от однофазной жидкости, в которой скорость распространения возмущений давления постоянна, в газожидкостной смеси она зависит от давления. По этой причине коэффициенты основных уравнений являются функциями давления, и аналитическое исследование нестационарных процессов в двухфазных течениях представляет собой гораздо более сложную и трудоёмкую задачу, чем для однофазных потоков. К тому же рост крутизны волнового фронта поля давления может приводить к образованию скачков (ударных волн) и тем самым ограничивает возможность использования метода характеристик, наиболее часто применяемого для решения основных уравнений. Если отдельные компоненты смеси имеют различные скорости (модель раздельного течения), то по сравнению со случаем равенства скоростей (модель однородного течения) сложности ещё более возрастают.

Когда объем газа мал, а газожидкостная смесь однородна, можно считать, что она ведёт себя подобно жидкости. Такое предположение существенно упрощает анализ и в большинстве технических приложений приводит к неплохим результатам. Неустановившиеся течения однородных газожидкостных потоков описываются нелинейной гиперболической системой дифференциальных уравнений в частных производных, точные решения которой неизвестны. Поэтому для её исследования используют численные методы. Зависимость коэффициентов этих уравнений от давления осложняет их численное решение. Поскольку в неустановившемся режиме могут образовываться ударные волны, наиболее предпочтительны лишь такие численные методы, которые позволяют выполнять расчёты ударных волн без использования каких-либо специальных приёмов. В данной работе для анализа неустановившихся двухфазных потоков используется неявная разностная схема, которая решается методом прогонки.

Нелинейная модель течения вязкой сжимаемой жидкости в криогенных трубопроводах предназначена для изучения динамических процессов в топливных системах КА. Особое внимание при математическом моделировании обращено на учёт влияния нестационарной кавитации, возникающей при колебаниях рабочей среды в виде нарушения сплошности капельной жидкости и образования кавитационных каверн. Основные особенности, вносимые кавитацией в динамику криогенных топливопроводов, состоят в уменьшении собственных частот колебаний рабочей среды из-за снижения скорости звука, изменении фазовых соотношений между колебаниями давления и скорости жидкости в различных сечениях трубопровода, возможности возникновения неустойчивости в топливной системе.

Одномерное двухфазное течение описывается системой уравнений, аналогичной системе (1) для каждой фазы. Кроме этих уравнений, необходимо записать определяющие соотношения для переноса массы, количества движения и энергии на поверхностях раздела и других граничных поверхностях, а также условие трения на стенке. Чаще всего вместо уравнений для жидкой и газовой фаз записывают одно уравнение для псевдожидкой газовой смеси, к которому необходимо добавить условие отсутствия скольжения. Такое предположение вполне оправдано для систем с очень низким объёмным газосодержанием и мелкими пузырями.

Нестационарные уравнения неразрывности, записанные отдельно для газовой и жидкой фаз, имеют вид:

$$\frac{\partial\left(\rho_g \alpha \Omega\right)}{\partial t}+\frac{\partial\left(\rho_g \alpha \Omega \upsilon_g\right)}{\partial x}=\Gamma\Omega, \tag{5}$$

$$\frac{\partial\left[\rho_l (1-\alpha) \Omega\right]}{\partial t}+\frac{\partial\left[\rho_l (1-\alpha) \Omega \upsilon_l\right]}{\partial x}=-\Gamma\Omega. \tag{6}$$

Здесь Ω - площадь поперечного сечения трубопровода, ρ_g, ρ_l и υ_g, υ_l - плотности и средние скорости газовой и жидкой фаз, Γ - поток массы между двумя фазами, α - истинное объёмное газосодержание.

Если скольжение между двумя фазами очень мало или вообще отсутствует ($\upsilon_g \approx \upsilon_l = \upsilon$), сложением уравнений (5) и (6) получим

$$\frac{\partial\left(\left[\rho_g \alpha+\rho_l (1-\alpha)\right] \Omega\right)}{\partial t}+\frac{\partial\left(\left[\rho_g \alpha+\rho_l (1-\alpha)\right] \Omega \upsilon\right)}{\partial x}=0 \tag{7}$$

Введем среднюю плотность газовой смеси:

$$\rho_m = \rho_g \alpha + \rho_l (1-\alpha) \tag{8}$$

и запишем уравнение неразрывности для всей смеси:

$$\frac{\partial(\rho_m \Omega)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_m \Omega \upsilon)}{\partial x} = 0 . \tag{9}$$

Уравнение движения для двухфазного потока имеет вид

$$D_i = 1 + b_2 \frac{\Delta x}{\Delta t}, \tag{10}$$

где P - абсолютное давление, τ_w - напряжение трения на стенке (границе). Соотношение для напряжения трения на стенке имеет следующий вид:

$$\tau_w = \frac{\lambda}{8} \rho_l (1-\alpha) \upsilon_l^2 , \tag{11}$$

где λ - коэффициент гидравлического сопротивления.

Поскольку α весьма мало ($1-\alpha \approx 1$), напряжение трения на стенке можно аппроксимировать соотношением $\tau_w \approx \frac{\lambda}{8} \rho_l \upsilon^2$. Если считать, что жидкость действует как большой сток тепла, выражение для скорости звука в однородной смеси с очень малым α при изотермических условиях можно упростить:

$$c_m = \frac{1}{\sqrt{r_m \left[\frac{a}{P} + \frac{1}{r_l c_l^2} \right]}}, \tag{12}$$

где c_l - скорость распространения возмущений в однофазной жидкой среде.

С учетом выражения для плотности псевдожидкой газожидкостной смеси ρ_m и скорости распространения возмущений в ней c_m основные уравнения для двухфазной смеси с низким α и незначительным скольжением принимают вид:

$$\begin{aligned} &\frac{\partial(\rho_m)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_m \upsilon)}{\partial x} = 0; \\ &\frac{\partial(\rho_m \upsilon)}{\partial t} + \frac{\partial(P + \rho_m \upsilon^2)}{\partial x} + \rho_m \lambda \frac{\upsilon|\upsilon|}{2D} = 0 \end{aligned} \tag{13}$$

Если необходимо учесть влияние массовых (гравитационных) сил смеси в трубопроводе, то во втором уравнении системы (1.13) необходимо ввести член $\rho_m g \cdot tg(\theta)$

Для определения трех неизвестных функций υ, P и α необходимо еще одно уравнение. Таковым является уравнение состояния газовой фазы, которое в изотермическом случае имеет вид $\alpha P=\alpha_0 P_0$, где индексом 0 отмечены значения при t=0.

Введем обозначение: $M = \rho_m \upsilon$. Переход к безразмерным координатам осуществляется так же, как и в общей задаче, с добавлением: $\overline{c}_m = \dfrac{c_m}{c_0}$. Дальнейший ход решения задачи аналогичен предыдущему.

Пакет прикладных программ, разработанный на основе предложенной математической модели, позволяет рассчитывать значения основных параметров рабочей среды по длине гидросистемы в конкретный момент времени или в определенной точке тракта в течение заданного времени, а также исследовать поведение этих параметров при возникновении кавитационных явлений.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ВЛИЯНИЯ ПОВЕРХНОСТИ С ИСКУССТВЕННЫМ ПОКРЫТИЕМ НА АКУСТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ДОЗВУКОВОЙ РЕАКТИВНОЙ СТРУИ

Загузов И.С., Калабухов В.Н.
Самарский государственный университет, г.Самара

Существенным недостатком методов расчета шума реактивной струи является неточное определение влияния поверхности с искусственным покрытием (поверхности земли) на уровни шума реактивной струи. Следует также учитывать, что встречающиеся на практике источники и приемники звука практически всегда имеют вполне определенные характеристики направленности, что может изменить характер звукового поля вблизи поверхности с искуственным покрытием. Исследования последних лет [1] показали, что эмпирические зависимости, используемые в расчетных методах, нуждаются в корректировке.

Влияние поверхности с искусственным покрытием на шум турбулентного газового потока может проявляться различными способами. Во-первых, шум реактивной струи отражается и дифрагирует у поверхности земли как на акустической границе, во-вторых, за счет вязкости газа вблизи поверхности земли образуется пограничный слой, являющийся источником дополнительного шума.