КУЙБЫШЕВСКИЙ АВИАЦИОННЫЙ ИНСТИТУТ
ТРУДЫ. ВЫПУСК XXIV. 1966 г.
Вопросы механики жидкостей и газов

Л. И. КУДРЯШЕВ, М. Я СЫЧЕВ

ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ МЕТОД РАСЧЕТА КОЭФФИЦИЕНТА СОПРОТИВЛЕНИЯ МАГИСТРАЛЬНЫХ ГАЗОПРОВОДОВ

Принятые обозначения

D — внутренний диаметр трубы;
l — длина участка газопровода;
P — давление;
P_1 — давление в начальном сечении;
P_2 — давление в конечном сечении;
G — массовый расход газа;
W — скорость газа, осредненная по сечению потока;
ρ — массовая плотность газа;
T_f — температура газа в газопроводе, осредненная по сечению потока;
$T_г$ — температура грунта;
$C_{f_{несж}}$ — коэффициент сопротивления трубы для несжимаемых сред;
q — тепловой поток, отнесенный к единице массы газа в единицу времени;
q_1 — тепловой поток, отнесенный к единице массы газа в единицу времени, приходящийся на единицу длины трубы;
R — удельная газовая постоянная, $\frac{м}{град}$;
λ — коэффициент теплопроводности.

Авторами работы в свое время [1] было показано, что исключение уравнения энергии из математической формулировки задачи о сопротивлении магистральных газопроводов приводит к противоречивому допущению о движении газа с постоянной скоростью, т. е. без разгона. Для преодоления этого противоречия приходится использовать известное определение академика Л. С. Лейбензона [2] о медленном течении газа по трубе.

Авторы работы, показав, что уравнение энергии необходимо для замкнутости задачи, в дальнейшем при решении задачи о сопротивлении его не использовали. Были получены результаты, указывающие на то, что в количественном отношении влияние инерционного члена в основном расчетном уравнении для пропускной способности оказалось несущественным. Если при этом в уравнение расхода

$$G = F\left[\frac{(P_1^2 - P_2^2)\,D}{g\cdot\bar{z}\,RTC_{f_{несж}}\cdot l}\right]^{0,5} \qquad (1')$$

внести многократно проверенные в опытах по течению несжимаемых сред известные выражения для $C_{f_{\text{нсж}}}$, то приходим к значительному расхождению величины расчетной пропускной способности по сравнению с фактической. Поэтому, в целях компенсации этого расхождения уравнения (1) с фактическим расходом, вводят новые зависимости для коэффициента сопротивления. В этом отношении являются показательными формулы для коэффициентов сопротивления, предложенные ВНИИГАЗом и Дру Дженеро [3] для гидравлически гладких труб, завышающие коэффициент сопротивления до 50% по сравнению с получаемым из известных уравнений Никурадзе, Филоненко, Альтшуля и других. Вряд ли такой подход позволяет раскрыть физические особенности задачи о движении сжимаемого газа в трубах большой протяженности.

В предлагаемой работе делается попытка, исходя из полной формулировки задачи о движении сжимаемого газа в трубе, решить задачу о сопротивлении газопроводов. Поскольку исходным при этом является уравнение энергии, то предлагаемый метод расчета сопротивления магистральных газопроводов назван энергетическим.

Следует обратить особое внимание на то, что в математической формулировке задачи в качестве уравнения состояния используется формально уравнение изотермического процесса. Проведенные нами опыты показали весьма незначительное изменение температуры газа по длине опытного участка. Это уже указывает на то, что не все тепло трения при течении газа переходит в работу расширения. Поэтому правильнее было бы назвать процессы такого рода почти изотермическими.

При этих допущениях математическую формулировку задачи можно приближенно записать в виде:

$$\left.\begin{aligned}
&\rho\, d\left(\frac{w^2}{2}\right) = -dp - C_{f_{\text{нсж}}}\frac{\rho w^2}{2}\cdot\frac{dx}{D} && (a)\\
&G = \rho w F && (b)\\
&dq_{\text{тр}} = di + d\left(\frac{w^2}{2}\right) + C_{f_{\text{нсж}}}\frac{w^2}{2}\cdot\frac{dx}{D} && (c)\\
&\frac{P}{\rho} = \text{const} && (d)
\end{aligned}\right| \tag{1}$$

В силу $(1, d)$, из $(1, c)$ имеем

$$dq_{\text{тр}} = d\left(\frac{w^2}{2}\right) + C_{f_{\text{нсж}}}\frac{w^2}{2}\cdot\frac{dx}{D}. \tag{2}$$

Вследствие теплоотдачи в окружающую среду не вся теплота трения, эквивалентная $C_{f_{\text{нсж}}}\frac{w^2}{2}\cdot\frac{dx}{D}$, воспринимается газом при расширении. Поэтому $dq_{\text{тр}}$ можем записать в виде:

$$dq_{\text{тр}} = \beta\cdot C_{f_{\text{нсж}}}\frac{w^2}{2}\cdot\frac{dx}{D}. \tag{3}$$

Внося (3) в (2), будем иметь:

$$-\sigma \cdot dq_{\text{тр}} = d\left(\frac{w^2}{2}\right), \tag{4}$$

где

$$\sigma = \frac{1}{\xi} - 1. \tag{5}$$

С другой стороны,

$$dq = -\sigma \cdot dq_{\text{тр}} = \frac{\bar{k} \cdot \pi \cdot D(T_f - T_\text{г})}{G \cdot g} \cdot dx. \tag{6}$$

Внося (6) в (4), получим

$$q_0' \frac{dx}{2D} = d\left(\frac{w^2}{2}\right), \tag{6}$$

где

$$q_0' = 2Dq_0; \tag{8}$$

$$q_0 = \frac{\bar{k} \cdot \pi \cdot D(T_f - T_\text{г})}{G \cdot g}. \tag{9}$$

Объединяя (1а) и (7) в одно, приходим к уравнению:

$$q_0' \frac{dx}{2D} = -\frac{dP}{\rho} - C_{f_\text{нсж}} \cdot w^2 \frac{dx}{2D}. \tag{10}$$

Учитывая (1в) и (1d), уравнение (10) можно привести к следующему безразмерному виду:

$$-\frac{\frac{P}{P_1}\, d\left(\frac{P}{P_1}\right)}{1 + \Delta \cdot \left(\frac{P}{P_1}\right)^2} = C_{f_\text{нсж}} M_1^2 \frac{dx}{2D}, \tag{11}$$

где

$$\Delta = \frac{q_0'}{C_{f_\text{нсж}} \cdot w_1^2} = \frac{8\bar{k}(T_f - T_r)}{C_{f_\text{нсж}} \cdot \rho_1 w_1^3}. \tag{12}$$

Интеграл уравнения (11) можем записать в виде:

$$\frac{1}{2}\left[1 - \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^2\right] = C_{f_\text{нсж}} \cdot \psi \cdot M_1^2 \frac{l}{2D}, \tag{13}$$

где

$$\psi = \frac{1 - \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^2}{\ln\left[\frac{1 + \Delta}{1 + \Delta\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^2}\right]^{\frac{1}{\Delta}}}. \tag{14}$$

Из выражения (13), с помощью (1в) и (1, d), легко получаем уравнение для массового расхода:

$$G = F\sqrt{\frac{(P_1^2 - P_2^2)\, D}{gRTC_{f_\text{нсж}}\psi \cdot l}}. \tag{15}$$

При достаточно малом значении комплекса $\Delta \cdot \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^2$ поправку «ψ» можем записать в виде:

$$\psi = \frac{1}{1 - \frac{\Delta}{2}\left[1 + \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^2\right] + \frac{\Delta^2}{3}\left[1 + \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^2 + \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^4\right] - \frac{\Delta^3}{4}\left[1 + \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^2 + \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^4 + \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^6\right] + \frac{\Delta^4}{5}\left[1 + \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^2 + \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^4 + \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^6 + \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^8\right]}. \tag{16}$$

Действительно, если $\Delta \cdot \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^2 < 1$, то уравнение (11) можем записать в виде:

$$-\left[1 - \Delta\left(\frac{P}{P_1}\right)^2 + \Delta^2\left(\frac{P}{P_1}\right)^4 \cdots\right]\frac{P}{P_1}\, d\left(\frac{P}{P_1}\right) = C_{f_{\text{нсж}}} M_1^2 \frac{dx}{2D}. \tag{17}$$

Поскольку ряд, заключенный в квадратные скобки, сходится, его можно интегрировать почленно.

В результате получаем:

$$\frac{1}{2}\left[1 - \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^2\right] - \frac{\Delta}{4}\left[1 - \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^4\right] + \frac{\Delta^2}{6}\left[1 - \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^6\right] \cdots = C_{f_{\text{нсж}}} M_1^2 \frac{dx}{2D}$$

или

$$\frac{1}{2}\left[1 - \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^2\right]\left\{1 - \frac{\Delta}{2}\left[1 + \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^2\right] + \frac{\Delta^2}{3}\left[1 + \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^2 + \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^4\right] + \cdots\right\} =$$

$$= C_{f_{\text{нсж}}} \cdot M_1^2 \frac{l}{2D}. \tag{18}$$

Записав уравнение (18) в виде (13), можно непосредственно вычислить поправку «ψ». Следует отметить, что вычисление поправки «ψ» по уравнению (16) предпочтительней, чем вычисление по соотношению (14), если $\Delta \leqslant 0{,}5$. При больших же значениях, ряд, стоящий в знаменателе выражения (16), становится медленно сходящимся.

Для определения коэффициента диссипации энергии β составим уравнение баланса энергии. Для этой цели перепишем (13) в виде:

$$\left[1 - \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^2\right] = 2C_{f_{\text{нсж}}} \cdot \psi \cdot M_1^2 \frac{l}{2D}, \tag{19}$$

и учитывая уравнение состояния, будем иметь:

$$\Delta p = P_1 - P_2 = \frac{2C_{f_{\text{нсж}}} \cdot \psi}{1 + \frac{P_2}{P_1}} \cdot \frac{w^2}{2g} \cdot \frac{l}{D} \tag{20}$$

или

$$h = \frac{\Delta P}{\gamma} = \frac{2C_{f_{\text{нсж}}} \cdot \psi}{1 + \frac{P_2}{P_1}} \cdot \frac{w_1^2}{2g} \cdot \frac{l}{D}. \tag{21}$$

На основании (3) и (21) можем найти количество тепла, выделяемого 1 *кг* газа за счет трения и участвующего в теплообмене:

$$q = \frac{Q}{G} = h = \beta \frac{2C_{f\,неж} \cdot \psi}{1 + \frac{P_2}{P_1}} \cdot \frac{w_1^2}{2g} \cdot \frac{l}{D} \tag{22}$$

и на 1 погонный метр газопровода:

$$q_1 = \frac{q}{l} = \beta \frac{2C_{f\,неж} \cdot \psi}{1 + \frac{P_2}{P_1}} \cdot \frac{w_1^2}{2gD}. \tag{23}$$

Поскольку $q_0 = q_1$, то, сопоставляя (9) и (23), приходим для определения „σ" к уравнению вида

$$\sigma = \frac{\overline{k}\,\pi D^2 (T_f - T_r)}{\frac{2C_{f\,неж}}{1 + \frac{P_2}{P_1}} \cdot \frac{w_1^2}{2} \cdot G}. \tag{24}$$

Коэффициент теплопередачи определяется из уравнения:

$$\overline{K} = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{1}{\alpha_2}}. \tag{25}$$

Коэффициент теплообмена от газа к стенке трубы находим из известного уравнения:

$$N_u = 0{,}023 Re^{0,8} \cdot Pr^{0,4}. \tag{26}$$

Коэффициент передачи тепла от внешней поверхности трубы к поверхности земли находится согласно решения Форигестнера по формуле:

$$\alpha_2 = \frac{2}{D_{вн} \ln \left[\frac{H + \sqrt{H^2 - \frac{D^2_{вн}}{2}}}{\frac{D_{вн}}{2}} \right]}, \tag{27}$$

где H — глубина залегания трубы по центру.

Покажем теперь, что из рассмотренного нами энергетического метода расчета магистральных газопроводов следует, как предельный случай, обычный прием подхода к решению задачи о медленном течении газа, определенного в свое время акад. Л. С. Лейбензоном [2]. Действительно, если записать уравнение баланса энергии (23) в виде:

$$q_1 = \frac{2C_{f\,неж} \cdot \psi}{1 + \frac{P_2}{P_1}} \cdot \frac{w_1^2}{2g} = m \frac{P_1}{\rho_1 \cdot g \cdot l} \ln \frac{P_2}{P_1}, \tag{28}$$

где m — коэффициент, учитывающий долю тепла трения, идущую на изотермическое расширение газа при движении, или

$$q_1 = \frac{2C_{f_{\text{н.ж}}}}{1+\frac{P_2}{P_1}} \cdot \frac{w_1^2}{2gD}\left|1 - m\frac{D}{l} \cdot \frac{P_1\left(1+\frac{P_2}{P_1}\right)}{C_{f_{\text{н.ж}}} \cdot \psi \cdot \rho_1 w_1^2} \cdot \ln\frac{P_1}{P_2}\right| \tag{29}$$

следовательно,

$$\beta = 1 - \frac{D}{l} \cdot \frac{P_1\left(\frac{P_2}{P_1}\right)}{C_{f_{\text{н.ж}}} \cdot \psi \cdot w_1^2 \cdot \rho_1} \cdot \ln\frac{P_1}{P_2} \tag{30}$$

или, все равно,

$$\beta = 1 - m\frac{D}{l} \cdot \frac{1+\frac{P_2}{P_1}}{C_{f_{\text{н.ж}}} \cdot \psi \cdot M_1^2} \cdot \ln\frac{P_1}{P_2}. \tag{31}$$

Если $\frac{D}{l} \to 0$, то $\beta \to 1$. Это означает, что только для трубопроводов бесконечной длины имеет место условие:

$$dq_{\text{тр}} = C_{f_{\text{н.ж}}} \cdot \frac{w^2}{2} \cdot \frac{dx}{D} \tag{32}$$

и как следствие этого, $dq = 0$. Последнее имеет место, когда $T_f = T_{\text{г}}$. В силу этого обращается в нуль и «Δ». Следствием является и то, что система (1) переходит в известную:

$$\left.\begin{aligned}
0 &= -dp - C_{f_{\text{н.ж}}} \frac{\rho w^2}{2} \cdot \frac{dx}{D} && (a)\\
G &= \rho WF = \text{const} && (b)\\
\frac{P}{\rho} &= \text{const} && (c)
\end{aligned}\right| \tag{33}$$

Из интегрирования этой системы приходим к известному уравнению для определения пропускной способности.

Уравнение (31) позволяет оценить длину, при которой теплоотдача в окружающую среду будет влиять на коэффициент сопротивления. Для этой цели положим, например, $\beta = 0{,}95$. В этих условиях коэффициент m и поправка ψ близки к единице. Внося эти величины в (31), находим:

$$\left(\frac{l}{D}\right)_{\text{пред}} = 1{,}05 \; \frac{1+\frac{P_2}{P_1}}{C_{f_{\text{н.ж}}} \cdot M_1^2} \ln\frac{P_1}{P_2}. \tag{34}$$

На основании этого соотношения нетрудно убедиться, что для существующих газопроводов имеет место неравенство:

$$\frac{l}{D} < \left(\frac{l}{D}\right)_{\text{пред.}}$$

Внося значение $\beta=0{,}95$ в (5), найдем, что $\sigma=1{,}05$. Соответственно этому из (24), после элементарных преобразований получим:

$$\Delta = 0{,}05 \frac{\psi}{1+\frac{P_2}{P_1}}. \tag{36}$$

Поскольку Δ в данном случае оказывается величиной достаточно малой, то (16) можем приблизительно записать в виде:

$$\psi = \frac{1}{1-\frac{\Delta}{2}\left[1+\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^2\right]}. \tag{37}$$

Объединяя (36) и (37) в одно и решая относительно приходим к следующему выражению для поправок:

$$\psi = 20\frac{1+\frac{P_2}{P_1}}{1+\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^2}\left[1-\sqrt{1-\frac{1}{10}\cdot\frac{1+\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^2}{1+\frac{P_2}{P_1}}}\right]. \tag{38}$$

Например, для отношения $\frac{P_2}{P_1}=0{,}671$, имеем: $\psi=1{,}015$; $\Delta=0{,}0315$.

Малость величин Δ и ψ для труб большой протяженности указывает на то, что причину отклонения расчетной производительности от фактической эксплуатационной следует искать, в первую очередь, в структурной форме турбулентного течения сжимаемого газа в трубах*.

Для проверки основных положений рассмотренного энергетического метода нами были проведены специальные исследования на двух опытных участках, специально выделенных для этой цели трестом «Куйбышевгоргаз». Основные расчетные характеристики опытного участка следующие:

$$\psi = 1{,}015; \quad \Delta = 0{,}0315.$$

$$D = 309\ мм;\ H = 1{,}95\ м;\ l = 5424\ м;\ R = 41{,}934\ \frac{м}{°C};$$

$$\lambda_f = 27\cdot10^{-3}\ \frac{ккал}{м\cdot час\ °C};\ \mu = 1{,}06\cdot10^{-6}\frac{кг\ сек}{м^2};\ \lambda_r = 0{,}6\ \frac{ккал}{м\cdot час\ °C}$$

$$Pr = 0{,}746.$$

Основные результаты шести опытов сведены в табл. 1.

Коэффициент сопротивления по опытным данным находился из выражения:

$$C_f = B\frac{\nu^2}{G^2}, \tag{39}$$

где

$$B = \frac{(P_1^2-P_2^2)\cdot D\cdot 10^8}{gRT_f}. \tag{40}$$

---

*См. статью: Л. И. Кудряшев, Н. Я. Сычев. Особенности расчета магистральных газопроводов. Настоящий сборник, стр. 189—197.

Таблица 1

№ опыта	P_1, *ата*	P_2, *ата*	$\frac{P_2}{P_1}$	T_{f_1}, °C	T_{f_2}	T_r, °C	V, *нм³/час*
1	3,850	3,246	0,842	11,0	11,9	9,4	10341
2	3,700	3,000	0,812	11,0	11,7	9,6	11050
3	3,350	2,968	0,881	11,3	12,4	9,5	7983
4	3,350	2,770	0,826	11,14	11,74	9,5	8710
5	3,800	3,268	0,859	11,00	12,00	9,6	9601
6	3,850	3,240	0,840	11,00	11,85	9,6	10707

Расчеты чисел Re производились по выражению:

$$Re = \frac{\gamma \cdot V \cdot D}{g \cdot F \cdot \mu}.$$

Подстановка данных таблицы 1 в это выражение показала, что в обоих случаях имеет место неравенство: $Re < Re_{пер}$. Поэтому для сопоставления с опытным коэффициентом использовались уравнения ВНИИГАЗ и Никурадзе для гидравлически гладких труб:

$$C_f = \frac{0,224}{Re^{0,185}}. \tag{41}$$

$$C_f = 0,00332 + \frac{0,221}{Re^{0,237}}. \tag{42}$$

Величины Δ, φ, σ, β, σ_1, σ_2 и $\overline{K}$ находились соответственно по выражениям (5), (12), (14), (24), (25), (26) и (27). Результаты расчета сведены в таблицу 2.

Таблица 2

№ опыта	Re	$C_f \cdot$ (35)	$C_f \cdot$ (41)	$C_f \cdot$ (42)	$\alpha_н$, $\frac{ккал}{м^2 час °C}$	$\alpha_{вн}$, $\frac{ккал}{м^2 час °C}$	$\overline{k}$, $\frac{ккал}{м^2 час °C}$	Δ	φ	σ	β	$C_{f_{оп.ж}}$
1	$1,08 \cdot 10^6$	0,0185	0,01685	0,01148	524	1,145	1,142	0,563	1,47	0,1255	0,897	0,0169
2	$1,14 \cdot 10^6$	0,0164	0,01705	0,01134	563	1,145	1,142	0,404	1,33	0,0895	0,92	0,0148
3	$8,37 \cdot 10^5$	0,01695	0,01805	0,01212	437	1,145	1,142	1,23	1,58	0,264	0,79	0,0191
4	$9,1 \cdot 10^5$	0,0204	0,01775	0,01181	458	1,145	1,142	0,657	1,57	0,377	0,726	0,0186
5	$1,005 \cdot 10^6$	0,0179	0,0174	0,01169	490	1,145	1,142	0,622	1,525	0,372	0,729	0,0178
6	$1,125 \cdot 10^6$	0,0185	0,01695	0,01132	564	1,145	1,142	0,46	1,62	0,216	0,822	0,0189

В таблице 3 приведены результаты сопоставления рассчитанного коэффициента сопротивления энергетическим методом по сравнению с опытным и рассчитанным по уравнению ВНИИГАЗ.

Таблица 3

№ п/п	Расхождение коэффициента сопротивления, рассчитанного по энергетическому методу, с опытом, %	Расхождение коэффициента сопротивления по формулам ВНИИГАЗ с опытом, %	Расхождение коэффициента сопротивления, рассчитанного по энергетическому методу, и формула ВНИИГАЗ, %
1	−8,65	−8,65	0 %
2	−9,54	+4,26	−13,4
3	+12,7	+6,5	+5,53%
1	−8,8	−12,7	+4,5
5	−5,6	−2,8	+2,3
6	+2,16	−8,1	+11,2

ЛИТЕРАТУРА

1. Л. И. Кудряшев, М. Я. Сычев. К теории газодинамического расчета магистральных газопроводов. Известия высших учебных заведений, «Нефть и газ», № 1, 1960.

2. Л. С. Лейбензон. Собрание трудов, т. 3. Нефтепромысловая механика, издание АН СССР, 1955.

3. И. Е. Ходанович. Аналитические основы проектирования и эксплуатации магистральных газопроводов. Гостоптехиздат, 1961.