КУЙБЫШЕВСКИЙ АВИАЦИОННЫЙ ИНСТИТУТ
ТРУДЫ. ВЫПУСК XXIV. 1966 г.
Вопросы механики жидкостей и газов

Л. И. КУДРЯШЕВ, А. А. ГУСАКОВ

О ВЛИЯНИИ КОНВЕКТИВНОГО ТЕПЛООБМЕНА НА ТЕПЛООТДАЧУ НАГРЕТЫХ ЧАСТИЦ ВЕСЬМА МАЛОГО РАЗМЕРА

Необходимость теоретического расчета высокоэффективных в тепловом отношении теплообменных устройств, в том числе, например, камер сгорания двигателей, сделала актуальной задачу об определении теплоотдачи твердых и жидких нагретых частиц очень малого диаметра. Предшествующее сжиганию распыление топлива в относительно большом объеме приводит к значительному измельчению топливных частиц, в процессе сгорания перемещающихся во взвешенном состоянии в газовой среде.

Малый диаметр частиц даже при значительных относительных скоростях их движения делает возможным сравнительно простое математическое моделирование этого, самого по себе сложного физического процесса. Будем рассматривать отдельную, нагретую до постоянной температуры T_w частицу шаровой формы с достаточно малым средне-статистическим диаметром $2R$, обтекаемую газовым потоком, имеющим среднюю постоянную температуру T_∞. Очевидно, числа Рейнольдса, соответствующие рассматриваемому течению, будут малыми, меньшими 1.

Для частиц, обтекаемых потоком при очень малых числах Рейнольдса, обычно при определении коэффициента теплоотдачи α пользуются известной теоретической схемой Нуссельта [1], в соответствии с которой теплообмен происходит исключительно теплопроводностью через газовую сферу неограниченно большого радиуса. Использование этой схемы даже при числах Рейнольдса значительно меньших 1 неизбежно приводит к существенной погрешности. Существующие экспериментальные решения указанной задачи [2, 3] весьма немногочисленны и при числах Рейнольдса меньших 1 не могут считаться в достаточной степени достоверными из-за большой сложности точной постановки эксперимента и неизбежных ошибок, возникающих в процессе снятия результатов.

Предлагаемое приближенное теоретическое решение поставленной задачи основано на использовании интегрального соотношения типа Т. Кармана. В этом соотношении толщина пограничного слоя δ заменяется искомой величиной толщины так называемой области влияния (обозначим ее также δ), в которой решение исходной системы дифференциальных уравнений сравнимо по точности с решением той же системы в реальной неограниченной области.

Если, следуя Стоксу [4], пренебречь в уравнениях движения вязкой жидкости инерционными членами по сравнению с вязкими, что будет справедливо при числах Рейнольдса $Re<1$; кроме того, в уравнении теплового баланса пренебречь изменением теплопроводности в тангенциальном направлении по сравнению с конвективным теплообменом в том же направлении, то систему дифференциальных уравнений, описывающих задачу в сферических координатах с учетом осевой симметрии в безразмерной форме можно записать в виде:

$$\frac{\partial P'}{\partial \xi} = \frac{2}{Re}\left[\frac{\partial^2 v'_\xi}{\partial \xi^2} + \frac{1}{\xi^2}\frac{\partial^2 v'_\xi}{\partial \Theta^2} + \frac{2}{\xi}\frac{\partial v'_\xi}{\partial \xi} + \frac{\operatorname{ctg}\Theta}{\xi^2}\frac{\partial v'_\xi}{\partial \Theta} - \frac{2}{\xi^2}\frac{\partial v'_\Theta}{\partial \Theta} - \frac{2v'_\xi}{\xi^2} - \frac{2\operatorname{ctg}\Theta}{\xi^2} v'_\Theta\right] = -\frac{1}{2}\frac{Gr}{Re^2}\vartheta\cos\Theta; \quad (1)$$

$$\frac{1}{\xi}\frac{\partial P'}{\partial \Theta} = \frac{2}{Re}\left[\frac{\partial^2 v'_\Theta}{\partial \xi^2} + \frac{1}{\xi^2}\frac{\partial^2 v'_\Theta}{\partial \Theta^2} + \frac{2}{\xi}\frac{\partial v'_\Theta}{\partial \xi} + \frac{\operatorname{ctg}\Theta}{\xi^2}\frac{\partial v'_\Theta}{\partial \Theta} + \frac{2}{\xi^2}\frac{\partial v'_\xi}{\partial \Theta} - \frac{v'_\Theta}{\xi^2\sin^2\Theta}\right] = \frac{1}{2}\frac{Gr}{Re^2}\vartheta\sin\Theta; \quad (2)$$

$$\frac{\partial v'_\xi}{\partial \xi} + \frac{1}{\xi}\frac{\partial v'_\Theta}{\partial \Theta} + \frac{2v'_\xi}{\xi} + \frac{v'_\Theta\operatorname{ctg}\Theta}{\xi} = 0; \quad (3)$$

$$v'_\xi\frac{\partial \vartheta}{\partial \xi} + \frac{v'_\Theta}{\xi}\frac{\partial \vartheta}{\partial \Theta} = \frac{2}{Pe}\left[\frac{1}{\xi^2}\frac{\partial}{\partial \xi}\left(\xi^2\frac{\partial \vartheta}{\partial \xi}\right)\right], \quad (4)$$

при следующих граничных условиях:

$$\left.\begin{aligned} & v'_\xi = v'_\Theta = 0;\ \vartheta = 1 \quad \text{при } \xi = 1 \\ & v'_\xi \to \cos\Theta;\ v'_\Theta \to -\sin\Theta;\ \vartheta \to 0;\ \frac{\partial \vartheta}{\partial \xi} \to 0;\ \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial \xi^2} \to 0 \\ & \qquad \text{при } \xi \to \infty \end{aligned}\right| \quad (5)$$

В соотношениях (1)—(5) использованы следующие обозначения: $\xi = \frac{r}{R}$, где r — сферическая координата; Θ — сферическая координата, определяющая угол, отсчитываемый против часовой стрелки от радиуса, проходящего через хвостовую критическую точку частицы; $v'_\xi = \frac{v_r}{v_\infty}$ и $v'_\Theta = \frac{v_\Theta}{v_\infty}$ — сферические составляющие скорости потока в исследуемой точке, отнесенные к величине v_∞ скорости невозмущенного набегающего потока;

$P = \frac{p}{\rho v_\infty^2}$ — безразмерное давление в данной точке, равное давлению, отнесенному к удвоенному скоростному напору набегающего потока;

$\vartheta = \frac{T - T_\infty}{T_w - T_\infty}$ — безразмерная температура, где T — температура в данной точке потока;

$Re = \frac{v_\infty 2R}{\nu}$ — безразмерный критерий Рейнольдса, где ν — коэффициент кинематической вязкости газа;

$Gr = \frac{g\beta (T_w - T_\infty)(2R)^3}{\nu^2}$ — безразмерный критерий Грасгофа, где g — ускорение земного тяготения, β — коэффициент объемного расширения газа;

$Pe = \frac{v_\infty \cdot 2R}{a}$ — безразмерный критерий Пекле, в котором a — коэффициент температуропроводности газа.

В уравнениях (1) и (2) верхние знаки перед последними членами правой части соответствуют случаю совпадения направлений свободной и вынужденной конвекции, а нижние знаки — взаимной противоположности указанных направлений.

Решение системы (1)—(4) даже в представленном упрощенном виде приводит к весьма значительным математическим трудностям из-за наличия членов, определяющих свободное конвективное движение (в уравнениях (1) и (2). В предлагаемой работе мы ограничимся случаем довольно значительных скоростей v при сравнительно небольших перепадах температур $\Delta T = T_w - T_\infty$, когда отношение коэффициентов в уравнениях (1) и (2).

$$\frac{\frac{1}{2}\frac{Gr}{Re^2}}{\frac{2}{Re}} = \frac{Gr}{4Re} = \frac{g}{\nu}\frac{\beta \cdot \Delta T \cdot R^2}{v_\infty},$$

представляет собой пренебрежимо малую величину, иначе говоря, ограничимся случаем, когда

$$Gr << 4Re. \qquad (6)$$

При этом система уравнений (1)—(5) распадается на две самостоятельные:

гидродинамическую

$$
\left.
\begin{aligned}
&\frac{\partial P'}{\partial \xi} = \frac{2}{Re}\left[\frac{\partial^2 v'_\xi}{\partial \xi^2} + \frac{1}{\xi^2}\frac{\partial^2 v'_\xi}{\partial \Theta^2} + \frac{2}{\xi}\frac{\partial v'_\xi}{\partial \xi} + \frac{\operatorname{ctg}\Theta}{\xi^2}\frac{\partial v'_\xi}{\partial \Theta} - \right.\\
&\qquad\left. - \frac{2}{\xi^2}\frac{\partial v'_\Theta}{\partial \Theta} - \frac{2v'_\xi}{\xi^2} - \frac{2\operatorname{ctg}\Theta}{\xi^2}\, v'_\Theta\right];\\
&\frac{1}{\xi}\frac{\partial P'}{\partial \Theta} = \frac{2}{Re}\left[\frac{\partial^2 v'_\Theta}{\partial \xi^2} + \frac{1}{\xi^2}\frac{\partial^2 v'_\Theta}{\partial \Theta^2} + \frac{2}{\xi}\frac{\partial v'_\Theta}{\partial \xi} + \frac{\operatorname{ctg}\Theta}{\xi^2}\frac{\partial v'_\Theta}{\partial \Theta} + \right.\\
&\qquad\left. + \frac{2}{\xi^2}\frac{\partial v'_\xi}{\partial \Theta} - \frac{v'_\Theta}{\xi^2 \sin^2\Theta}\right];\\
&\frac{\partial v'_\xi}{\partial \xi} + \frac{1}{\xi}\frac{\partial v'_\Theta}{\partial \Theta} + \frac{2v'_\xi}{\xi} + \frac{v'_\Theta \operatorname{ctg}\Theta}{\xi} = 0,
\end{aligned}
\right| \tag{7}
$$

решаемую при граничных условиях:

$$
\left.
\begin{aligned}
&v'_\xi = v'_\Theta = 0 \ \text{при}\ \xi = 1;\\
&v'_\xi \to \cos\Theta; \quad v'_\Theta \to -\sin\Theta \quad \text{при}\ \xi \to \infty;
\end{aligned}
\right\} \tag{8}
$$

и тепловую

$$
\left.
\begin{aligned}
&v'_\xi \frac{\partial \vartheta}{\partial \xi} + \frac{v'_\Theta}{\xi}\frac{\partial \vartheta}{\partial \Theta} = \frac{2}{Pe}\left[\frac{1}{\xi^2}\frac{\partial\left(\xi^2 \frac{\partial \vartheta}{\partial \xi}\right)}{\partial \xi}\right];\\
&\frac{\partial v'_\xi}{\partial \xi} + \frac{1}{\xi}\frac{\partial v'_\Theta}{\partial \Theta} + \frac{2v'_\xi}{\xi} + \frac{v'_\Theta \operatorname{ctg}\Theta}{\xi} = 0,
\end{aligned}
\right| \tag{9}
$$

при граничных условиях

$$
\left.
\begin{aligned}
&\vartheta = 1 \ \text{при}\ \xi = 1;\\
&\vartheta \to 0;\ \frac{\partial \vartheta}{\partial \xi} \to 0\ \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial \xi^2} \to 0 \ \text{при}\ \xi \to \infty
\end{aligned}
\right\} \tag{10}
$$

Решение системы (7) при граничных условиях (8) было выполнено Стоксом [4]. При этом для поля скоростей были получены следующие соотношения:

$$
\left.
\begin{aligned}
&v'_\xi(\xi,\Theta) = \left(1 - \frac{3}{2}\frac{1}{\xi} + \frac{1}{2}\frac{1}{\xi^3}\right)\cos\Theta;\\
&v'_\Theta(\xi,\Theta) = -\left(1 - \frac{3}{4}\frac{1}{\xi} - \frac{1}{4}\frac{1}{\xi^3}\right)\sin\Theta.
\end{aligned}
\right| \tag{11}
$$

Таким образом, решение поставленной задачи сводится к решению системы (9) при граничных условиях (10). Систему (9) в результате очевидных преобразований можно привести к виду:

$$
\xi^2 v'_\xi \frac{\partial \vartheta}{\partial \xi} + \xi v'_\Theta \frac{\partial \vartheta}{\partial \Theta} = \frac{2}{Pe}\,\frac{\partial\left(\xi^2 \frac{\partial \vartheta}{\partial \xi}\right)}{\partial \xi}; \tag{12}
$$

$$
\frac{\partial}{\partial \xi}\left(\xi^2 v'_\xi\right) + \frac{\partial}{\partial \Theta}\left(\xi v'_\Theta\right) + \xi v'_\Theta \operatorname{ctg}\Theta = 0. \tag{13}
$$

Отметим, что искомая функция $\vartheta(\xi, \Theta)$, исходя из самой физической природы явления, с геометрической точки зрения для любого фиксированного Θ должна представлять собой гладкую кривую, монотонно убывающую от $\vartheta = 1$ (при $\xi = 1$) до $\vartheta = 0$ (при $\xi \to \infty$). Интенсивность этого процесса будет увеличиваться с возрастанием числа Pe. Однако при любых, даже достаточно малых числах Pe должна существовать такая конечной толщины область (мы назовем ее областью влияния), в пределах которой температура потока будет убывать от величины, равной температуре на поверхности обтекаемой частицы, до значения, практически не отличающегося от температуры набегающего потока. Обозначим толщину области влияния через δ.

Совершенно очевидно,

$$\delta = \delta(\Theta, Pe).$$

Учитывая это, целесообразно заменить переменную ξ новой переменной $\eta = \frac{y}{\delta}$, где $y = r - R$ — расстояние от поверхности частицы до рассматриваемой точки потока. Переменные ξ и η связаны между собой следующим очевидным соотношением

$$\xi = 1 + \rho \cdot \eta, \tag{14}$$

где:

$$\rho = \frac{\delta}{R}.$$

С учетом (14) граничные условия (10) можно переписать в виде:

$$\left.\begin{aligned} &\vartheta = 1, \quad \text{при } \eta = 0; \\ &\vartheta = 0; \quad \frac{\partial \vartheta}{\partial \eta} = 0; \quad \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial \eta^2} = 0 \text{ при } \eta = 1, \end{aligned}\right\} \tag{15}$$

а уравнения (12) и (13) записать в форме

$$(1 + \rho\eta)^2 \, v'_\eta \frac{\partial \vartheta}{\partial \eta} + \rho(1 + \rho\eta) v'_\Theta \frac{\partial \vartheta}{\partial \Theta} = \frac{2}{Pe} \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \eta} \left[(1 + \rho\eta)^2 \frac{\partial \vartheta}{\partial \eta} \right]; \tag{16}$$

$$\frac{\partial}{\partial \eta} \left[(1 + \rho\eta)^2 v'_\eta \right] + \frac{\partial}{\partial \Theta} \left[\rho (1 + \rho\eta) v'_\Theta \right] + \rho (1 + \rho\eta) v'_\Theta \operatorname{ctg} \Theta = 0. \tag{17}$$

Здесь для удобств обозначено

$$v'_\eta = v'_\xi.$$

Умножая обе части (17) на ϑ, затем складывая почленно с (16), умножая обе части полученной суммы на $d\eta$ и интегрируя в пределах изменения η, получим интегральное соотношение

$$\frac{d}{d\Theta} \left[\rho \int_0^1 (1 + \rho\eta) v'_\Theta \vartheta \, d\eta \right] + \rho \cdot \operatorname{ctg} \Theta \int_0^1 (1 + \rho\eta) v'_\Theta \vartheta \, d\eta =$$

$$= - \frac{2}{Pe} \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \vartheta}{\partial \eta} \right)_{\eta = 0}. \tag{18}$$

Входящую под знак интеграла величину v'_Θ можно записать по (11) с учетом (14) в виде:

$$v'_\Theta(\eta, \Theta) = -\left[1 - \frac{3}{4}\frac{1}{1+\rho\eta} - \frac{1}{4}\frac{1}{(1+\rho\eta)^3}\right]\sin\Theta. \qquad (19)$$

Граничные условия (15) дают возможность представить искомую функцию ϑ в виде полинома третьей степени относительно переменной η

$$\vartheta = A_0 + A_1\eta + A_2\eta^2 + A_3\eta^3,$$

где A_0, A_1, A_2, A_3 — коэффициенты, определяемые по (15).

Вычисляя эти коэффициенты, получим

$$\vartheta = 1 - 3\eta + 3\eta^2 - \eta^3. \qquad (20)$$

С учетом (19) и (20)

$$\rho\int_0^1 (1+\rho\eta)\, v'_\Theta\, \vartheta\, d\eta = -\lambda(\rho)\sin\Theta,$$

и интегральное соотношение (18) приводится к следующему дифференциальному уравнению относительно функции $\rho(\Theta, Pe)$:

$$\rho\frac{d\lambda(\rho)}{d\Theta} + 2\operatorname{ctg}\Theta\rho\lambda(\rho) = -\frac{6}{Pe\cdot\sin\Theta}, \qquad (21)$$

где

$$\lambda(\rho) = \frac{\rho^2}{20} + \frac{\rho}{16} - \frac{1}{4} - \frac{9}{8}\frac{1}{\rho} - \frac{3}{4}\frac{1}{\rho^2} +$$
$$+ \frac{3}{4}\frac{(\rho+1)^2}{\rho^3}\ln(\rho+1). \qquad (22)$$

Уравнение (21) — нелинейное обыкновенное дифференциальное уравнение, сравнительно легко допускающее лишь численное интегрирование. Однако, если учесть, что в рассматриваемом диапазоне изменения чисел Рейнольдса $\rho = \frac{\delta}{R}$ достигает значительной величины, уравнение (21) можно линеаризовать, допуская при этом погрешность, не превосходящую погрешности принятого метода и неограниченно убывающую с уменьшением числа Re. Действительно, примем

$$\rho\frac{d\lambda(\rho)}{d\Theta} \approx \frac{1}{3}\frac{d\varphi(\rho)}{d\Theta};$$

$$\rho\cdot\lambda(\rho) \approx \frac{1}{2}\varphi(\rho),$$

где

$$\varphi(\rho) = \frac{\rho^3}{10} + \frac{3\rho^2}{32}.$$

Тогда уравнение (21) можно записать в виде:

$$\frac{d\varphi}{d\Theta} + 3\operatorname{ctg}\Theta\cdot\varphi = -\frac{18}{Pe}\cdot\frac{1}{\operatorname{Sin}\Theta}. \qquad (23)$$

В результате интегрирования полученного линейного уравнения (23) приходим с учетом значения величины $\varphi(\rho)$ к алгебраическому уравнению

$$16\rho^3 + 15\rho^2 - \frac{1440}{Pe}\cdot\frac{C - \Theta + \frac{\sin 2\Theta}{2}}{\sin^3\Theta} = 0. \qquad (24)$$

Здесь C — постоянная интегрирования, определяемая из условия минимальности величины ρ (минимальности толщины области влияния) у передней по отношению к набегающему потоку критической точки частицы, т. е., иначе говоря, из условия:

$$\frac{d\rho}{d\Theta} = 0, \quad \text{при } \Theta = \pi.$$

Легко определить, что записанному условию будет соответствовать $C = \pi$, а уравнение (24) можно переписать, следовательно, в виде

$$\rho^3 + \frac{15}{16}\rho^2 - \frac{90}{Pe}\,\frac{\pi - \Theta + \dfrac{\sin 2\Theta}{2}}{\sin^3\Theta} = 0. \tag{25}$$

Уравнение (25) в рассматриваемом диапазоне чисел Pe ($Pe \leqslant 1$) имеет один действительный корень, который с допустимой погрешностью можно записать в следующем приближенном виде:

$$\rho = \frac{f(\Theta)}{\sqrt[3]{Pe}} - \frac{5}{16}, \tag{26}$$

где

$$f(\Theta) = 4{,}481\,\frac{\sqrt[3]{\pi - \Theta + \dfrac{\sin 2\Theta}{2}}}{\sin\Theta}.$$

Приближенные значения функции $f(\Theta)$ в зависимости от величины Θ и соответствующие значения величины ρ, характеризующей области влияния для ряда чисел Pe, приведены в таблице 1.

Таблица 1

Θ	π	$\frac{7}{8}\pi$	$\frac{3}{4}\pi$	$\frac{5}{8}\pi$	$\frac{1}{2}\pi$	$\frac{3}{8}\pi$	$\frac{1}{4}\pi$	$\frac{1}{8}\pi$	$0{,}016\pi$
$f(\Theta)$ / ρ при:	3,89	3,94	4,16	4,57	5,19	6,41	9,00	17,05	141
$Pe = 0{,}1$	8,10	8,19	8,68	9,56	10,90	13,57	19,14	36,5	322
$Pe = 0{,}3$	5,51	5,58	5,90	6,51	7,45	9,28	13,14	25,3	2,11
$Pe = 0{,}5$	4,60	4,67	4,93	5,45	6,25	7,78	11,04	21,2	178
$Pe = 0{,}7$	4,08	4,13	4,38	4,84	5,55	6,93	9,83	18,8	159
$Pe = 0{,}9$	3,72	3,78	4,00	4,42	5,08	6,34	9,03	17,4	146

При определении коэффициента теплоотдачи нагретой частицы используется соотношение, предложенное впервые Л. И. Кудряшевым [5]:

$$\overline{Nu} = 2 + 2\left(\overline{\frac{1}{\rho}}\right). \tag{27}$$

Здесь $\overline{Nu}$ — осредненное по поверхности обтекаемой частицы значение критерия Нуссельта; $\left(\overline{\frac{1}{\rho}}\right)$ — осредненное по той же поверхности значение величины $\frac{1}{\rho}$. Определяя по (26) локальное значение величины $\frac{1}{\rho}$:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{16\sqrt[3]{Pe}}{16 f(\Theta) - 5\sqrt[3]{Pe}},$$

находим ее осредненное значение как величину

$$\left(\overline{\frac{1}{\rho}}\right) = \frac{\int\limits_0^{\pi} \frac{1}{\rho} \sin\Theta\, d\Theta}{\int\limits_0^{\pi} \sin\Theta\, d\Theta} = 8 \cdot J(Pe) \cdot \sqrt[3]{Pe}, \tag{28}$$

где

$$J(Pe) = \int\limits_0^{\pi} \frac{\sin\Theta\, d\Theta}{16 f(\Theta) - 5\sqrt[3]{Pe}}. \tag{29}$$

Подставляя значение $\left(\overline{\frac{1}{\rho}}\right)$ в формулу (27), находим

$$\overline{Nu} = 2 + 16\, J(Pe) \cdot \sqrt[3]{Pe}. \tag{30}$$

Учитывая, что значение интеграла J (Pe) в рассматриваемом диапазоне чисел Pe меняется мало (при изменении чисел Pe от 0 до 1 значение J (Pe) меняется от величины 0,0225 до 0,0240 соответственно), заменим этот интеграл его средним приближенным значением, равным 0,0233. Тогда соотношение (30) можно переписать в виде:

$$\overline{Nu} = 2 + 0{,}375\sqrt[3]{Pe}. \tag{31}$$

Очевидно, величина $0{,}375\sqrt[3]{Pe}$ и учитывает то влияние, которое в рассматриваемом случае оказывает вынужденное конвективное движение на теплоотдачу нагретой частицы. Из формулы (31) следует, что пренебрежение этим влиянием (использованием классической схемы Нуссельта) в диапазоне изменений чисел Pe от 0 до 1 приводит к погрешностям, достигающим 18—19% при числах Pe близких к 1.

При использовании воздуха в качестве обтекающей среды ($Pr = 0{,}722$), с учетом того, что $Pe = Pr \cdot Re$, формулу (31) можно записать в виде:

$$\overline{Nu} = 2 + 0{,}337 \sqrt[3]{Re}. \tag{32}$$

Значения величины Nu в зависимости от чисел Рейнольдса ($0 \leqslant Re \leqslant 1$) представлены ниже.

Re	Nu
0,0	2,000
0,1	2,156
0,2	2,197
0,3	2,226
0,4	2,248
0,5	2,269
0,6	2,284
0,7	2,299
0,8	2,313
0,9	2,325
1,0	2,337

Формула (32) при $Re = 1$ дает результат, близко совпадающий со значением Nu, вычисленным по формуле Л. И. Кудряшева [5], справедливой для $Re > 1$.

Полученные расчетные формулы (31) и (32) справедливы в предположении о стационарности рассматриваемого теплового процесса. Однако, как показали Л. И. Кудряшев и Б. Н. Астрелин [6], в рассматриваемом случае весьма существенное влияние, особенно в начальный момент времени, оказывает тепловая нестационарность. При этом для критерия Нуссельта Nu_τ в момент времени τ, отсчитываемого от $\tau = 0$, соответствующего началу процесса, получено следующее выражение:

$$Nu_\tau = \frac{1}{\sqrt{\pi F_o}}, \tag{33}$$

где $F_o = \frac{a \cdot \tau}{4R^2}$ — критерий Фурье.

Для определения уточненного промежутка времени (или значения числа Фурье), в течение которого наступает стационарный процесс теплоотдачи, в выражение (33) подставим вместо Nu_τ значение $\overline{Nu}$, полученное по формуле (31) и соответствующее установившемуся процессу. Тогда из (33)

$$F_o = \frac{1}{\pi \left(2 + 0{,}375\, Pe^{\frac{1}{3}}\right)^2}. \tag{34}$$

Определяя среднее по времени значение числа Нуссельта Nu_τ в пределах изменения F_o от 0 до полученного по (34), находим

$$\overline{Nu}_\tau = \frac{1}{\tau}\int_0^\tau \frac{d\tau}{\sqrt{\pi F_o(\tau)}} = \frac{2}{\sqrt{\pi F_o}}. \tag{35}$$

Подставляя сюда значение F_o по (34), окончательно получаем

$$\overline{Nu}_\tau = 4 + 0{,}75\ Pe^{\frac{1}{3}}. \tag{36}$$

ВЫВОДЫ

В работе рассмотрено приближенное теоретическое решение задачи о теплоотдаче нагретой частицы весьма малого диаметра, обтекаемой газовым потоком, в области чисел Рейнольдса меньших 1, с учетом вынужденной конвекции. В основу решения положено интегральное соотношение типа Т. Кармана с использованием понятия толщины области влияния. Полученные расчетные зависимости в граничной области их справедливости $Re \approx 1$ дают результаты, близко совпадающие с полученными ранее результатами для бо́льших чисел Рейнольдса.

На основе полученных выражений для коэффициента теплоотдачи в условиях тепловой стационарности приводятся расчетные соотношения, уточняющие ранее полученные выражения для осредненного коэффициента теплоотдачи в нестационарных условиях, приводится аналитическая зависимость этого коэффициента от критерия Пекле.

ЛИТЕРАТУРА

1. Nusselt. Der Verbrennungsvorgang in der Kohlenstaubfeuerung, Zeitschrift V. D. I.. Bd. 68, № 6, 1924.

2. Б. Д. Кацнельсон, Ф. А. Тимофеева. Исследование конвективного теплообмена между частицами и потоком в нестационарных условиях. Труды ЦКТИ, кн. 12, вып. 3, 1949.

3. А. П. Сокольский. Экспериментальное исследование процессов горения, диффузии и теплообмена при пылесжигании, Л. П. И., 1941.

4. G. G. Stokes. On the Theories of the Internal Friction of Fluids in Motion. Math. and Phys. Papers, v. I, p. 75; v. III. p. I, 1851.

5. Л. И. Кудряшев Уточнение расчета коэффициента теплообмена между газом и взвешенными частицами применением метода теплового пограничного слоя. Известия АН СССР. ОТН, № 11, 1949.

6. Л. И. Кудряшев. Б. А. Астрелин. Влияние нестационарности на коэффициент теплоотдачи при обтекании тел сферической формы в области весьма малых чисел Рейнольдса. Труды КуАИ, вып. XV, часть 2, Куйбышев, 1963.