

И.В.Белоконов

К ВОПРОСУ О ПОСТРОЕНИИ УПРОЩЕННОЙ  
СИСТЕМЫ В КОМБИНИРОВАННОМ МЕТОДЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ  
ВЕРОЯТНОСТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК

Комбинированный метод, предложенный в работе [1], позволяет определить вероятностные характеристики системы методом статистических испытаний с использованием результатов аналитического упрощенного исследования. При этом главная трудность заключается в построении простой модели исходной системы, не искажаящей картины исследуемого процесса и позволяющей найти требуемые вероятностные характеристики в аналитическом виде. В работе [2] предлагалось при сильных упрощениях линеаризовать исходную систему относительно простого опорного решения. Однако такой прием дает незначительный выигрыш и имеет узкий диапазон применения.

В настоящей работе развивается общий подход к построению упрощенных систем, являющийся универсальным при исследовании любых случайных процессов.

Единственная гипотеза, которая при этом принимается, заключается в том, что связь между выходными и входными случайными величинами можно с достаточной степенью точности аппроксимировать линейной функцией

$$\chi = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i \eta_i, \quad (1)$$

где  $\eta_i$  - "i"-ый входной случайный фактор,  $\chi$  - выходная случайная величина,  $\beta_0$  и  $\beta_i$  ( $i = 1, k$ ) - коэффициенты линейного уравнения регрессии.

Тогда аналитические соотношения для главных вероятностных характеристик - математического ожидания (М) и дисперсии (Д), ко-

торые для практики наиболее интересны, - можно найти следующим образом:

$$M_x = \beta_0 + \sum_{i=1}^K \beta_i M_{\eta_i}, \quad (2)$$

$$D_x = \sum_{i=1}^K \beta_i^2 D_{\eta_i} + 2 \sum_{i < j = 1}^K \beta_i \beta_j K_{\eta_i \eta_j}, \quad (3)$$

где

$$K_{\eta_i \eta_j} = M[(\eta_i - M_{\eta_i})(\eta_j - M_{\eta_j})].$$

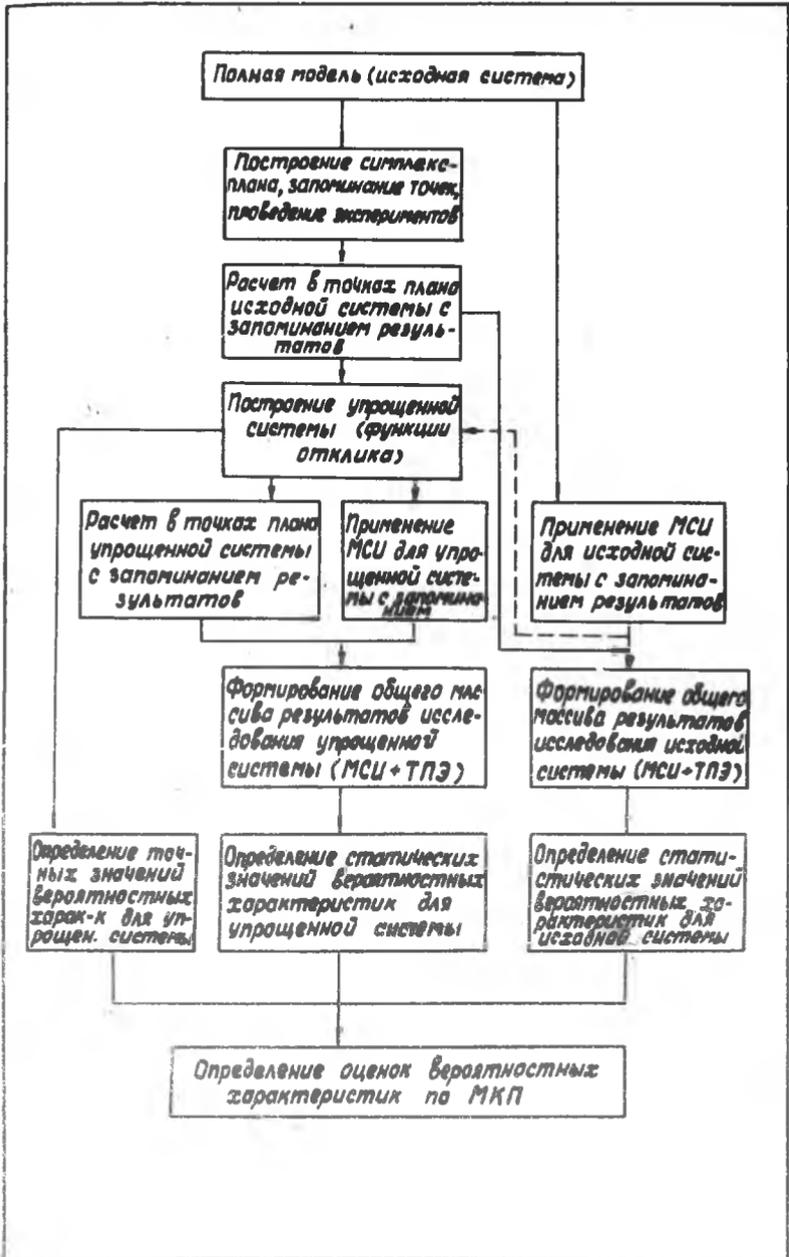
Для построения линейного уравнения регрессии с минимальной трудоемкостью предлагается применить теорию планирования эксперимента (ТПЭ) [3]. Использование ТПЭ предполагает знание диапазонов изменения входных случайных величин, крайние точки которых образуют гиперкуб возможных значений случайных величин.

Для линейного описания результатов экспериментов при изменении входных случайных величин внутри гиперкуба лучше всего применять ортогональные планы первого порядка - симплекс-планы [4], которые обладают следующими свойствами:

- 1) коэффициенты регрессии определяются независимо друг от друга с одинаковой и минимальной дисперсией;
- 2) информация, содержащаяся в уравнении регрессии, равномерно размазана по сфере;
- 3) простота вычислений и минимальное число экспериментов.

Условия проведения опытов можно интерпретировать с помощью геометрической модели в многомерном факторном пространстве в виде гиперкуба, каждая вершина которого соответствует опыту (в случае полного факторного эксперимента), либо в виде определенной части гиперкуба (при использовании дробного факторного эксперимента). При симплексном планировании план эксперимента является дробной репликой полного факторного эксперимента и геометрически представляет собой симплекс в многомерном факторном пространстве.

Если имеется "K" входных случайных факторов  $\eta_1, \dots, \eta_K$ , то необходимо провести "K+1" эксперимент, и матрица планирования будет следующей (в i-ой строке представлены безразмерные величины случайных факторов в i-ом эксперименте):



	$\eta_1$	$\eta_2$	$\dots$	$\eta_{k-1}$	$\eta_k$	
1	$P_1$	$P_2$	$\dots$	$P_{k-1}$	$P_k$	
2	$-z_1$	$P_2$	$\dots$	$P_{k-1}$	$P_k$	
3	0	$-z_2$	$\dots$	$P_{k-1}$	$P_k$	(4)
$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	
$k-1$	0	0	$\dots$	$P_{k-1}$	$P_k$	
$k$	0	0	$\dots$	$-z_{k-1}$	$P_k$	
$k+1$	0	0	$\dots$	0	$-z_k$	

где

$$P_i = \sqrt{\frac{1}{2i(i+1)}}, \quad z_i = \sqrt{\frac{i}{2(i+1)}}, \quad i = 1, k.$$

Пересчет безразмерных переменных в "натуральные" производится по соотношению

$$\eta_{ij} = M_{\eta_i} + m_{ij} \sqrt{D_{\eta_i}}, \quad (5)$$

где  $m_{ij}$  - элементы матрицы планирования (4),  $\eta_{ij}$  - значение величины  $\eta_i$  в  $j$ -ом эксперименте.

Блок-схема комбинированного метода с использованием предположенной методики построения упрощенной системы приведена на рис. I (пунктирная линия указывает на возможность использования результатов от применения метода статистических испытаний к исходной системе для построения уравнений регрессии).

Таким образом, развитый здесь подход к нахождению упрощенной системы позволяет полностью алгоритмизировать комбинированный метод определения вероятностных характеристик и дает возможность написать стандартную процедуру применения его на ЭВМ для практических расчетов.

### Л и т е р а т у р а

1. Пугачев В.Н. Определение характеристик сложных систем методом статистических испытаний с использованием результатов аналитического исследования. "Известия АН СССР", Техническая кибернетика, № 6, 1970.
2. Белоконов И.В. Применение метода коррелированных процессов в задачах динамики полета. "Вопросы прикладной механики в авиационной технике". Труды КуАИ, вып. 69, 1974.
3. Налимов В.В., Чернова Н.А. Статистические методы планирования экстремальных экспериментов. М., "Наука", 1965.
4. Горский В.Г., Бродский В.З. Симплексный метод планирования экстремальных экспериментов. "Заводская лаборатория", том 31, № 7, 1965.