КУЙБЫШЕВСКИЙ АВИАЦИОННЫЙ ИНСТИТУТ им. С.П.КОРОЛЕВА
Труды, выпуск 77, 1975 г.

В.М.Дуплякин, А.С.Мостовой

К ВОПРОСУ О СТАТИСТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ УСТАЛОСТНОГО РАЗРУШЕНИЯ

Статистический характер разрушения внутренне присущ процессу усталости. Исследование статистических закономерностей усталостного разрушения имеет большое практическое значение, т.к. оно непосредственно связано с анализом надежности изделий в процессе эксплуатации.

Аналитический подход к решению этой задачи представляется достаточно сложным. Заслуживает внимания использование численных методов исследования применительно к уже разработанным квазидетерминистическим моделям усталостного разрушения. В данной статье рассматриваются особенности статистического моделирования на основе представлений о механизме усталостного разрушения, которые изложены в работе [1].

Рассмотрим задачу статистического моделирования без потери ее общности применительно к растяжению-сжатию плоского образца с отверстием (рис. 1). В детерминистической постановке эта задача решена в работе [2]. На рис. 2 изображено распределение напряжений в поперечном сечении образца в различные моменты времени. При этом линии фронта трещины - линии волокон равного повреждения - представляют собой прямые, параллельные оси отверстия (0-0, 1-1, ..., $n-n$). Через σ_k^n обозначено напряжение в k-м волокне в момент разрушения n-го волокна

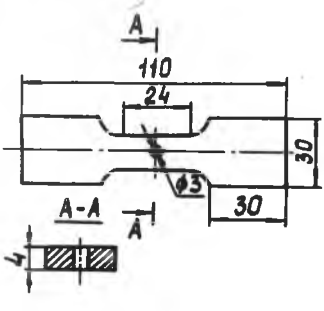

Рис. 1

$$\sigma_к^n = \sigma_{ном} \alpha_к^n \varphi \xi .$$

Здесь $\sigma_{ном}$ – номинальное напряжение в сечении, $\alpha_к^n$ – коэффициент, учитывающий изменение упругих напряжений в волокне $к$ [I], φ – редукционный коэффициент (учитывает влияние пластичности), ξ – коэффициент уменьшения внешней нагрузки с развитием трещины [I].

Пусть волокно $к$ с координатой $x_к$ имеет напряжение $\sigma_к^к$ в момент его разрушения $\tau_к$. Соответствующее разрушению $к$-го волокна число циклов $N_к^к$ снимается с кривой усталости по моменту появления трещины в образце, которая отождествляется с кривой усталости для волокна.

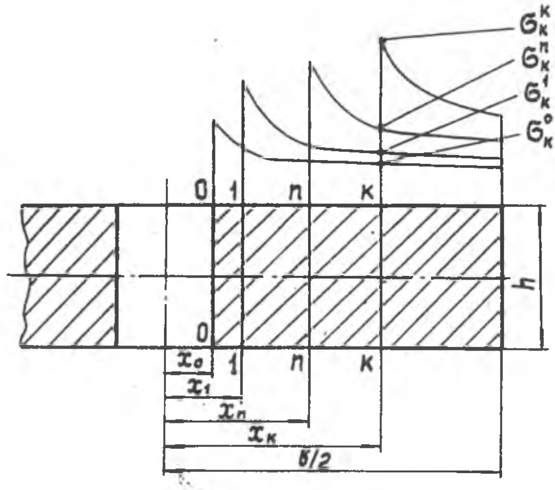

Рис. 2

Применение линейной гипотезы накопления усталостных повреждений к волокну дает условие его разрушения в виде

$$\frac{\tau_0 \omega}{N_к^0} + \int_{x_0}^{x_к} \frac{\omega}{N_к^n} \left(\frac{d\tau}{dx}\right)_n dx_n = 1 , \qquad (I)$$

где ω – частота гармонической нагрузки, $N_к^n$ – разрушающее число циклов, соответствующее напряжению $\sigma_к^n$ в волокне $к$ в момент разрушения волокна n, τ_0 – время появления трещины в образце, отсчитанное от начала нагружения.

Предложенное в работе [I] решение уравнения (I) относительно $\left(\frac{d\tau}{dx}\right)_K$, величины, обратной скорости распространения трещины, оказывается недостаточно устойчивым при статистической интерпретации. Если интеграл в уравнении (I) представить в виде суммы конечного числа членов,то, разрешив полученное уравнение относительно $\left(\frac{d\tau}{dx}\right)_K$, получим решение, обладающее достаточной устойчивостью:

$$\left(\frac{d\tau}{dx}\right)_K = \frac{N_{K+1}^{K+1}}{\omega \Delta x_K}\left[1 - \frac{\tau_0 \omega}{N_{K+1}^{0}} - \sum_{n=1}^{K} \frac{\omega}{N_{K+1}^{n}}\left(\frac{d\tau}{dx}\right)_{n-1} \Delta x_{n-1}\right] \qquad (2)$$

Зависимость (2) является рекуррентной. Разрушению образца соответствует увеличение напряжения σ_K^K до предела прочности или приближение к нулю производной $\left(\frac{d\tau}{dx}\right)_K$. Последнее означает мгновенный долом неповрежденной части сечения.

Задаваясь шагом интегрирования Δx, можно из (2) определить производные $\left(\frac{d\tau}{dx}\right)_K$ для всех волокон, подвергавшихся разрушению. Тогда общая долговечность будет равна

$$T = \tau_0 + \int_{x_0}^{x_K^{разр}} \left(\frac{d\tau}{dx}\right)_K dx_K . \qquad (3)$$

Здесь интегрирование производится по части поперечного сечения поврежденной усталостной трещиной.

Статистический характер усталостного разрушения можно учесть при интегрировании уравнения (2), выбирая для каждого волокна случайным образом кривую усталости из данного семейства кривых $N-\sigma-P$.

Имея в виду логарифмически-нормальное распределение долговечности, запишем

$$\lg N = \overline{\lg} N(\sigma) + u_p s(\lg N) . \qquad (4)$$

Здесь $\lg N(\sigma)$ – аппроксимирующая зависимость для математического ожидания логарифма долговечности, принятая в форме Вейбулла, $s(\lg N)$ – зависимость для среднеквадратического отклонения логарифма долговечности, принятая в виде $s(\lg N) = a - b\sigma$, u_p – квантиль нормального распределения со средним m =0 и дисперсией D =I.

Таким образом, достаточно выбрать случайное число u_p, чтобы задать кривую усталости для данного волокна со случайным значением P.

Задаваясь шагом интегрирования Δx_K и выбрав на каждом шаге

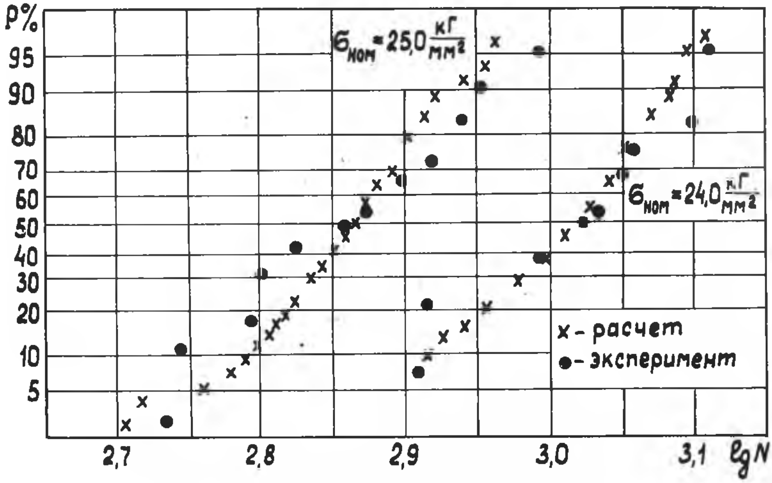
P%
95
90
80
70
60
50
40
30
20
10
5
$\sigma_{ном} = 25{,}0 \frac{кГ}{мм^2}$
$\sigma_{ном} = 24{,}0 \frac{кГ}{мм^2}$
x - расчет
● - эксперимент
2,7
2,8
2,9
3,0
3,1
lg N

Рис. 3

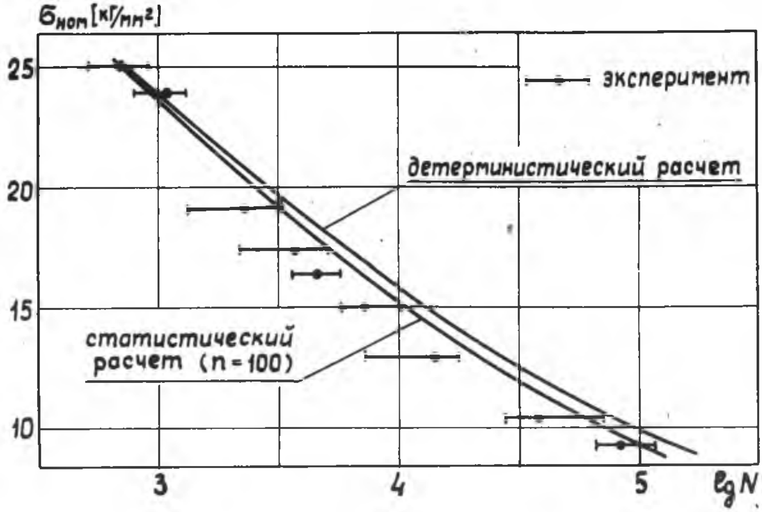
$\sigma_{ном}$ [кГ/мм²]
25
20
15
10
эксперимент
детерминистический расчет
статистический расчет (n = 100)
3
4
5
lg N

Рис. 4

случайное число u_p , интегрируем уравнение (2), определяя соответствующие долговечности из выражения (4). Предложенный алгоритм расчета позволяет учесть индивидуальные усталостные свойства отдельных волокон, т.е. учитывает статистический механизм процесса разрушения.

На рис. 3 представлены для двух уровней нагружения расчетные и экспериментальные функции распределения долговечности плоских образцов с отверстием из материала АМГ-6М при растяжении-сжатии.*)

На рис. 4 представлены результаты квазидетерминистического расчета долговечности при P =0,5, а также оценки средних значений, получающиеся по результатам статистического расчета (на каждом уровне просчитано IOO реализаций). Из сравнения этих данных вытекает важный вывод о том, что в результате квазидетерминистического расчета с использованием кривой усталости по трещине для вероятности P =0,5 получается незначительно смещенная оценка для средних значений долговечности. Это подтверждает возможность определения средних значений долговечности по результатам квазидетерминистического расчета. Поэтому более сложный статистический подход должен применяться только при необходимости получить функцию распределения долговечности.

Л и т е р а т у р а

I. Мостовой А.С. Определение долговечности образца на основе некоторых представлений о механизме усталостного разрушения. "Вопросы прочности элементов авиационных конструкций". Труды КуАИ, вып. 39, I968.
2. Мостовой А.С., Миноранский Э.И., Чураков А.А., Фролова Л.К. Теоретическое определение долговечности образца при растяжении-сжатии. "Вопросы прочности элементов авиационных конструкций". Труды КуАИ, вып. 48, I97I.

*) Экспериментальные данные получены в лаборатории кафедры "Прочность летательных аппаратов" Куйбышевского авиационного института Э.И.Миноранским.