

С.И.Иванов, В.Г.Фокин

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОСТАТОЧНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ  
В МНОГОСЛОЙНОЙ ТРУБЕ

Во многих практических случаях остаточное напряженное состояние трубы имеет вид [1]:

$$\begin{aligned} \sigma_r &= \sigma_r(r), & \sigma_\theta &= \sigma_\theta(r), & \sigma_z &= \sigma_z(r), \\ \tau_{\theta r} &= \tau_{\theta r}(r), & \tau_{r\theta} &= 0, & \tau_{rz} &= 0. \end{aligned} \quad (I)$$

Эти напряжения определяются методом узких колец и полосок, обоснованным для однородной трубы в работах [2 - 4]. Известны попытки применить указанный метод для исследования биметаллических труб [5, 6]. Однако при этом не были учтены осевые напряжения  $\sigma_z$  и не рассматривались касательные напряжения  $\tau_{\theta z}$ . В настоящей статье приводится развитие метода узких колец и полосок для определения остаточных напряжений (I) в многослойной трубе из материалов с различными модулями  $E$ , но близкими коэффициентами Пуассона  $\mu$ .

Из трубы вырезается узкое ( $b \ll 0,6 R$ ) кольцо и полоска. Кольцо разрезается, и производится удаление его слоёв, при этом измеряются изменение диаметра кольца  $\delta(\alpha)$  и осевое смещение его концов  $u(\alpha)$  (рис. 1). При удалении слоёв полоски измеряется её прогиб  $f(\alpha)$ , изображённый на рис. 2. Поперечным сечением полоски является кольцевой сектор с

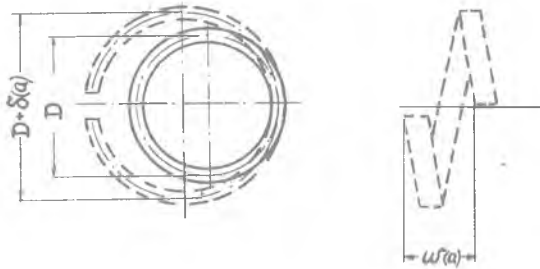


Рис. 1



Рис. 2

центральный углом  $\alpha$ . Измеренные перемещения используются для определения остаточных напряжений.

Установим связь между перемещениями образцов и остаточными напряжениями трубы. Для этого рассмотрим сначала нагруженное кольцо, эквивалентное вырезке, разрезке и удалению наружного слоя толщиной  $a$  (рис. 3). Элемент кольца длиной  $ds$  будем считать прямым бруском и применим к нему результаты, полученные в работе [7]. Воспользуемся формулой для изменения центрального угла между концевыми сечениями элемента

$$d\varphi = \frac{b ds}{J_E(a)} \int_0^{h-a} [\eta - \eta_c(a)] [\sigma_\theta(\eta) - \mu \sigma_z(\eta)] d\eta, \quad (2)$$

где

$$J_E(a) = b \int_0^{h-a} E(\eta) [\eta - \eta_c(a)]^2 d\eta, \quad \eta_c(a) = \frac{\int_0^{h-a} \eta E(\eta) d\eta}{\int_0^{h-a} E(\eta) d\eta}.$$

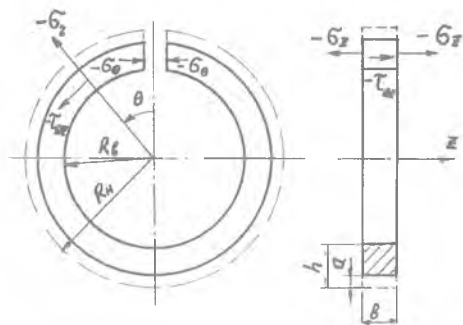


Рис. 3.

Начало отсчёта  $\eta$  и размеры слоёв показаны на рис.4.

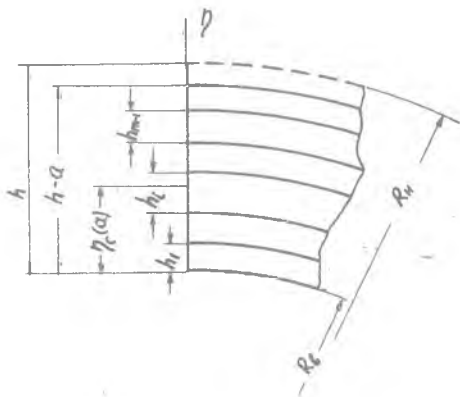


Рис. 4.

Складывая перемещения элементарных частей кольца, получим

$$\delta(a) = \frac{2bR^2}{J_E(a)} \int_0^{h-a} [\eta - \eta_c(a)] [\sigma_\theta(\eta) - \mu \sigma_z(\eta)] d\eta, \quad (3)$$

где  $R = \frac{l}{2} (R_H + R_B)$ .

Рассматриваемый элемент не только изгибается, но и закручивается [7] на угол

$$d\psi = \frac{b ds}{2J_G(a)} \int_0^{h-a} [\eta - \eta_c(a)] \tau_{\theta z}(\eta) d\eta, \quad (4)$$

где

$$J_G(a) = b \int_0^{h-a} G(\eta) [\eta - \eta_c(a)]^2 d\eta.$$

Формула (4), в отличие от (2), справедлива при  $b \geq 5h$ . В результате закручивания кольца его ось превратится в винтовую линию с шагом, равным осевому перемещению  $w(a)$ . Складывая осевые перемещения от отдельных элементов, получим

$$w(a) = \frac{\pi b R^2}{J_G(a)} \int_0^{h-a} [\eta - \eta_c(a)] \tau_{\theta z}(\eta) d\eta. \quad (5)$$

При рассмотрении полоски её поперечное сечение будем считать прямоугольным с размерами  $h$  и  $b = R \cdot \alpha$ , что допустимо при малых углах  $\alpha$ . На основании результатов работы [7] запишем

$$f(a) = -\frac{b l^2}{8J_E(a)} \int_0^{h-a} [\eta - \eta_c(a)] [\sigma_z(\eta) - \mu \sigma_\theta(\eta)] d\eta. \quad (6)$$

Таким образом, для определения остаточных напряжений трубы по результатам исследования кольца и полоски получены интегральные уравнения (3), (5), (6), которые должны решаться с учётом условий равновесия части трубы

$$\int_0^h \sigma_\theta(\eta) d\eta = 0, \quad \int_0^h \sigma_z(\eta) d\eta = 0, \quad \int_0^h \tau_{\theta z}(\eta) d\eta = 0. \quad (7)$$

Уравнения (3), (5), (6) после перехода к новой переменной  $\xi = h - \eta$  и преобразований с учётом (7) принимают следующий вид:

$$\frac{J_E(a) \delta(a) - J_E(0) \delta(0)}{2bR^2} = - \int_0^a [h - \xi - \eta_c(a)] [\sigma_\theta(\xi) - \mu \sigma_z(\xi)] d\xi. \quad (8)$$

$$\frac{J_G(a)w(a) - J_G(0)w(0)}{\pi b R^2} = - \int_0^a [h - \xi - \eta_c(a)] \tau_{\theta z}(\xi) d\xi, \quad (9)$$

$$\frac{\kappa}{b l^2} [J_E(a)f(a) - J_E(0)f(0)] = \int_0^a [h - \xi - \eta_c(a)] [\sigma_z(\xi) - \mu \sigma_\theta(\xi)] d\xi. \quad (10)$$

Каждое из этих соотношений двукратным дифференцированием сводится к линейному дифференциальному уравнению первого порядка. Приведём решения этих уравнений:

$$\sigma_\theta(a) - \mu \sigma_z(a) = \frac{1}{2bR^2[a + \eta_c(a) - h]} \frac{d}{da} [J_E(a) \delta(a)] - \frac{E(a)}{2R^2} \int_0^a \frac{1}{F_E(\xi)[\xi + \eta_c(\xi) - h]} \frac{d}{d\xi} [J_E(\xi) \delta(\xi)] d\xi, \quad (11)$$

$$\sigma_z(a) - \mu \sigma_\theta(a) = - \frac{8}{bl^2[a + \eta_c(a) - h]} \frac{d}{da} [J_E(a) \cdot f(a)] + \frac{8E(a)}{l^2} \int_0^a \frac{1}{F_E(\xi)[\xi + \eta_c(\xi) - h]} \frac{d}{d\xi} [J_E(\xi) f(\xi)] d\xi, \quad (12)$$

$$\tau_{\theta z}(a) = \frac{1}{\pi b R^2[a + \eta_c(a) - h]} \frac{d}{da} [J_G(a)w(a)] - \frac{G(a)}{\pi R^2} \int_0^a \frac{1}{F_G(\xi)[\xi + \eta_c(\xi) - h]} \frac{d}{d\xi} [J_G(\xi)w(\xi)] d\xi. \quad (13)$$

Здесь обозначено:

$$F_E(\xi) = b \int_0^{h-\xi} E(\eta) d\eta, \quad F_G(\xi) = b \int_0^{h-\xi} G(\eta) d\eta.$$

Формулы (II) и (I3) служат для вычисления остаточных напряжений  $\sigma_\theta$ ,  $\sigma_z$ ,  $\tau_{\theta z}$  в наружных слоях многослойной трубы. Радиальное напряжение в трубе невелико, в случае необходимости его можно вычислить по формуле

$$\sigma_r(a) = - \frac{1}{R} \int_0^a \sigma_\theta(\xi) d\xi, \quad (14)$$

ытекающей из уравнения равновесия.

При определении остаточных напряжений возле внутренней поверхности трубы в формулах (II) - (I4) следует изменить знаки правых частей на обратные, отсчет  $\eta$  и нумерацию слоев вести от наружной поверхности трубы, координаты  $\xi$  и  $\alpha$  отсчитывать от внутренней поверхности трубы.

Необходимо заметить, что перемещения  $\delta$ ,  $f$  и  $w$  измеряются от состояния образцов до их вырезки из трубы.

### Л и т е р а т у р а

1. **Иванов С.И.** Определение остаточных напряжений в цилиндре. Труды КуАИ, вып. 39, 1968.
2. **Биргер И.А.** Остаточные напряжения. Машгиз, 1963.
3. **Иванов С.И.** Исследование остаточных касательных напряжений цилиндрической детали методом колец. Труды КуАИ, вып.53, 1971.
4. **Иванов С.И.** Определение остаточных касательных напряжений в цилиндре по результатам исследования полоски. Труды КуАИ, вып. 53, 1971
5. **Реззчиков В.С., М.А.Бабичев.** "Заводская лаборатория", 1950 № 6.
6. **Бабичев М.А.** Методы определения остаточных напряжений в деталях машин. АН СССР, 1950.
7. **Фокин В.Г., Иванов С.И.** Труды КуАИ, вып.53, 1971.