

УДК 539.385

И.М.Дулякин, С.Л.Знобичев, А.Б.Калинин

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МКЭ ПРИ СТАТИСТИЧЕСКОМ  
ПРОГНОЗИРОВАНИИ СОПРОТИВЛЕНИЯ УСТАЛОСТИ

Рассматриваются методические вопросы прогнозирования статистических характеристик сопротивления усталости на основе приложений "слабого" звена.

Рассматривая статистическую модель усталостного разрушения, построенную на основе приложений теории "слабого" звена в трехмерной постановке /1/, можно представить зависимость вероятности разрушения  $P$  от уровня действующих в детали напряжений  $\sigma_{max}$  в виде

$$-\ln(1-P) = \frac{1}{\sigma_0^m} \int_{V(\sigma > u)} (\sigma^{эKB}(x, y, z, \sigma_{max}) - u)^m dV. \quad (1)$$

Здесь  $u$ ,  $m$ ,  $\sigma_0$  - параметры распределения прочности микрообъемов материала, оцениваемые по результатам усталостных испытаний лабораторных образцов из данного материала для фиксированных баз испытаний  $N_{\sigma_i}$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ;  $n$  - число уровней нагружения); в качестве эквивалентного принимается напряжение, определяемое по IУ-й теории прочности.

Схема разрушения, предполагаемая при выводе соотношения (1), в наибольшей степени соответствует процессу появления макротрещин при обычной усталости. Использование выражения (1) при прогнозировании характеристик сопротивления усталости имеет определенные особенности. Во-первых, непосредственное интегрирование позволяет решать наименее интересную для инженерной практики задачу вида

$$P = P(\sigma_{max}, N_{\sigma_i}). \quad (2)$$

Чтобы получить оценку вероятности разрушения при долговечности, отличающейся от базовой, можно воспользоваться линейной интерполяцией квантиля нормального закона распределения между логарифмами соседних базовых долговечностей

$$U = U_{\rho_i-1} + (U_{\rho_i} - U_{\rho_i-1})(\lg N - \lg N_{\sigma_{i-1}}) / (\lg N_{\sigma_i} - \lg N_{\sigma_{i-1}}), \quad (3)$$

Вопросы прочности и долговечности элементов  
авиационных конструкций. Куйбышев, 1990

где  $U_p$  - квантиль искомой вероятности  $P$ ;  $U_{P_i}, U_{P_{i-1}}$  - квантили расчетных вероятностей для базовых долговечностей  $N_{\delta_i}, N_{\delta_{i-1}}$ , определяемые при заданном уровне напряжений  $\sigma_{max}$ ;  $N$  - задаваемая долговечность.

Принятая интерполяция основывается на предположении о реализации нормального закона распределения логарифма долговечности. Таким образом решается прямая задача расчета вероятности разрушения при заданных долговечности и уровне напряжений

$$P = P(\sigma_{max}, N). \quad (4)$$

В инженерной практике большой интерес представляет обратная задача прогнозирования долговечности при заданных вероятности разрушения и уровне напряжений:

$$N = N(\sigma_{max}, P). \quad (5)$$

При решении этой задачи сначала оцениваются вероятности разрушения при заданном уровне напряжений для всех известных базовых долговечностей и выбираются ближайшие к заданной:

$$P(\sigma_{max}, N_{\delta_{i-1}}) \leq P < P(\sigma_{max}, N_{\delta_i}). \quad (6)$$

Определив квантили нормального закона распределения, производим следующую интерполяцию:

$$\lg N = \lg N_{\delta_{i-1}} + (\lg N_{\delta_i} - \lg N_{\delta_{i-1}})(U_p - U_{P_{i-1}}) / (U_{P_i} - U_{P_{i-1}}). \quad (7)$$

Существует еще одна разновидность обратной задачи, при которой определяется уровень напряжений, обеспечивающий для фиксированной долговечности заданную вероятность разрушения:

$$\sigma_{max} = \sigma(P, N). \quad (8)$$

Эта задача решается без интерполяции, численным образом на основе решения вида (4), поэтому она является наиболее трудоемкой.

Для численной реализации соотношений вида (4), (5), (8) разработана программа  $\text{3B}$ , адаптированная к операционной системе СМБ ЕС ЭВМ и написанная на алгоритмическом языке ФОРТРАН-4. Программа позволяет решать любую из отмеченных задач и, кроме того, дает возможность оценивать статистические характеристики (математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение) долговечности при заданном уровне нагружения и наоборот. Для хранения параметров

исходного распределения прочности микрообъемов различных материалов разработан банк данных. При расчете характеристик сопротивления усталости деталей с концентрацией напряжений предусмотрено программное взаимодействие с самостоятельными программами, выполняющими расчет напряжений методом конечных элементов.

Использование МКЭ для интегрирования соотношений вида (I) делает актуальным исследование сходимости получаемых решений по вероятности  $P$  и долговечности  $N$ . Еще более сложным является вопрос сходимости по  $\sigma_{max}$ , т.к. эта задача является обратной к предыдущим. Если при расчете напряжений на основе МКЭ имеются теоретические разработки и практические рекомендации по обеспечению необходимой точности, то сходимость статистической модели усталостного разрушения с использованием МКЭ рассматривается впервые.

В данной статье приводятся результаты численного исследования сходимости решения задач вида (4) и (8) на примере расчета долговечности плоских образцов с отверстием при знакопеременном консольном изгибе. Размеры образцов: высота - 4 мм, ширина - 14 мм, диаметр отверстия - 3 мм, расстояние от оси отверстия до заделки - 5 мм, плечо силы, изгибающей образец - 85 мм. Материал 30ХГСА.

Расчет напряжений при интегрировании соотношений (I) проводился методом конечных элементов при раздельном использовании четырехугольных изопараметрических элементов первого и второго порядка с независимой аппроксимацией углов поворота нормали к срединной поверхности. Расчеты выполнялись с различным числом конечных элементов. Дискретизация расчетной области элементами первого порядка осуществлялась с помощью программы АВТОМКЭ-2 /2/, а для элементов второго порядка разработана оригинальная программа. Фрагмент дискретизации расчетной области в зоне концентрации напряжений при общем числе элементов первого порядка  $K = 1192$  показан на рис.1.

Сходимость прогнозирования сопротивления усталости по вероятности в случае изгиба при номинальном напряжении  $\sigma_{ном} = 584,61$  МПа и долговечности  $N = 100000$  циклов иллюстрируется рисунком 2, где показаны результаты решений с различным числом конечных элементов, с использованием следующих обозначений:  $\circ$  - элементы первого порядка,  $*$  - второго порядка. Полученные данные демонстрируют удовлетворительную сходимость при сравнительно небольшом числе конечных элементов первого порядка ( $K = 600 - 800$ ), начиная с которого использование элементов обоих типов практически

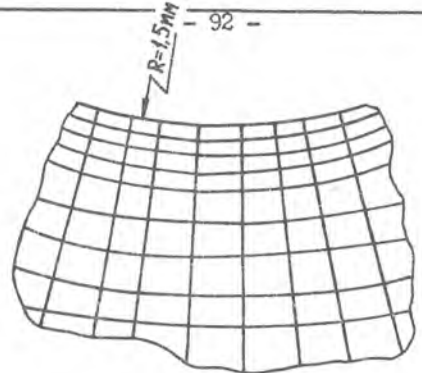


Рис. 1

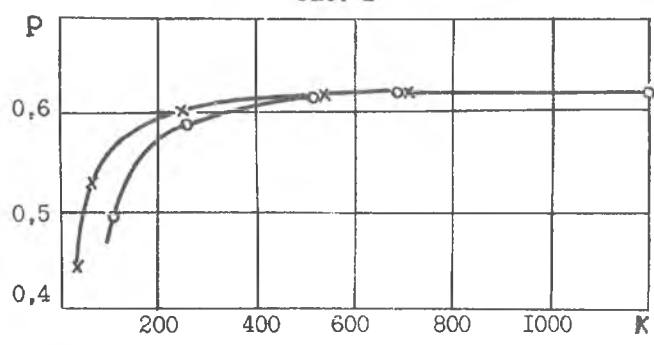


Рис. 2

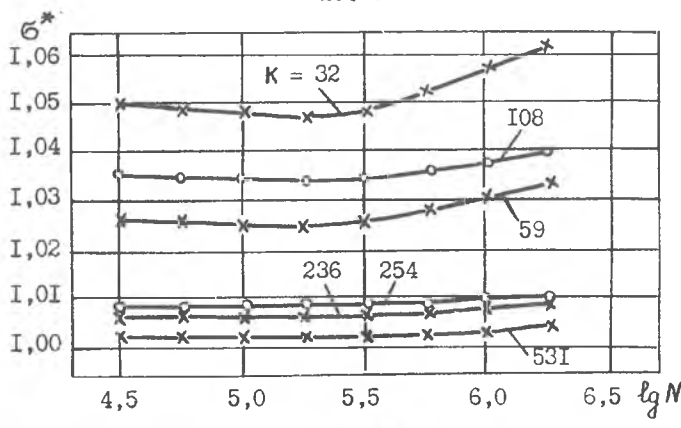


Рис. 3

однозначно.

На рис.3 представлены в относительном виде расчетные данные по прогнозированию кривых усталости для вероятности  $P = 0,5$ . По оси абсцисс отложена величина  $\sigma^*$ , представляющая отношение расчетного напряжения для данной сетки элементов к результату, полученному для самой густой сетки элементов первого порядка ( $K = 1192$ ). В скобках обозначено число конечных элементов, используемое в расчете кривой усталости,  $\sigma$  - обозначение результатов расчета с элементами первого порядка, \* - с элементами второго порядка. На рис.3 не показаны данные, полученные с элементами первого порядка при  $K = 685$ , вследствие малых значений величины  $\sigma^* = 1,001 - 1,0009$ .

На основе проведенных численных исследований можно сделать определенные выводы. Во-первых, расчетным путем подтверждена сходимость статистического прогнозирования сопротивления усталости при оценке напряженного состояния методом конечных элементов. Количественные закономерности сходимости по вероятности повторяются при расчете квантильных кривых усталости. Кроме того, для достаточно грубых сеток конечных элементов погрешность расчета кривых усталости практически не зависит от долговечности.

#### Библиографический список

1. Дуплякин В.М., Миноранский Р.Э., Коваленко Т.Д. Статистическое прогнозирование появления усталостных макротрещин на основе приложений теории «слабого» звена / Куйбышевск. авиац. ин-т. Куйбышев, 1989. 79 с. Деп. в РЖ ВИНТИ 15.05.89, № 3191-В89.
2. Автоматизированная система обслуживания конечноэлементных расчетов / А.С.Цыбенко, Н.Г.Ващенко, Н.Г.Кришук, Ю.О.Лаведдел. М.: ВИАШ школа, 1986. 251 с.