

2. У образцов с $t = 2$ и 3 мм скачкообразного развития трещины не наблюдалось. С ростом δ_{Σ} доля прямого излома увеличивалась ($\sim 0,5t$ при $\delta_{\Sigma} = 20\%$), утяжки характерных размеров t и B у вершины трещины не наблюдалось.

3. У образцов с $t = 4$ и 6 мм скачкообразное развитие трещины отмечалось при $\delta_{\Sigma} = 6\%$, с ростом δ_{Σ} диаграммы разрушения "P - Δf " приобретали характер, приближающийся к линейному. При $\delta_{\Sigma} \geq 14\%$ выполнялись все условия плоской деформации. Для сплава О1420 в случае разрушения без расслоений $K_{1c} = 62,45 + 63,27 \text{ кгс/мм}^{3/2}$.

Л и т е р а т у р а

1. Кудряшов В.Г., Смоленцев В.И. Вязкость разрушения алюминиевых сплавов. - М.: Металлургия, 1976. - 296 с.

2. Микляев П.Г., Нешпор Г.С., Кудряшов В.Г. Кинетика разрушения. - М.: Металлургия, 1979. - 280 с.

3. Хеккель К. Техническое применение механики разрушения. - М.: Металлургия, 1974. - 62 с.

4. Партон В.З., Морозов Е.М. Механика упруго-пластического разрушения. - М.: Наука, 1974. - 416 с.

УДК 629.7.02:539.4

Н.И.Гадалин, Р.Э.Миноранский,
С.Н.Перов

ИССЛЕДОВАНИЕ ВОЗМОЖНОСТИ НЕКАНОНИЧЕСКОГО РАЗЛОЖЕНИЯ СТАЦИОНАРНЫХ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ СО СЛОЖНЫМ СПЕКТРОМ

При решении задач статистической динамики требуется по известным вероятностным характеристикам входной случайной функции строить ее выборочные функции - реализации. Эта проблема решается представлением случайных процессов в виде детерминированных функций некоторой совокупности случайных величин. Наиболее распространены линейные канонические разложения случайных функций $/1/$, которые удобно использовать при анализе линейных систем. Для решения нелинейных задач статистической динамики каноническое разложение по базовым координатным функциям трудноприменимо. Это объясняется тем, что для моделирования реализации случайных входных процессов требуется большое количество случайных чисел, получаемых с помощью датчиков

псевдослучайных чисел на ЭВМ. Это приводит в некоторых случаях к неразумно большим затратам машинного времени. В работе /2/ предлагается нелинейная неканоническая форма представлений случайных процессов в виде детерминированных функций случайных величин.

Для исследования возможности неканонического представления стационарных случайных процессов со сложным спектром использован метод интерполяционных полиномов, согласно которому j -я реализация случайного процесса $X(t)$ можно записать в виде

$$X_j(t) = \langle X_j(t) \rangle + \gamma_{K_1} \sin \omega_{K_3} t + \delta_{K_2} \cos \omega_{K_3} t, \quad (I)$$

где γ_{K_1} , δ_{K_2} , ω_{K_3} - значения независимых случайных величин γ , δ и ω в узлах интерполирования; $j = K_1 \cdot K_2 \cdot K_3$.

Если законы распределения случайных величин γ и δ произвольные с параметрами $\langle \gamma \rangle = \langle \delta \rangle = 0$, $D(\gamma) = D(\delta) = D(x)$, то функция плотности вероятностей случайной величины ω определяется выражением

$$f(\omega) = \frac{1}{2\pi D(x)} \int_{-\infty}^{\infty} K_x(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau = \frac{S_x(\omega)}{D(x)}. \quad (2)$$

Здесь угловыми скобками $\langle \rangle$ обозначено математическое ожидание; $D(x)$ - дисперсия; $K_x(\tau)$ - корреляционная функция; $S_x(\omega)$ - спектральная плотность исходного стационарного случайного процесса $X(t)$.

В рамках корреляционной теории неканоническое разложение вида (I) обеспечивает абсолютно точно представление случайных процессов. Небольшое число случайных величин (γ , δ , ω) дает возможность разработки экономичного алгоритма получения реализаций случайных процессов заданной спектральной плотности.

Для определения узлов интерполяции случайной величины целесообразно не искать соответствующую систему ортогональных полиномов, а выполнить ψ - преобразование.

В таблице I представлены аналитические выражения для корреляционных функций и спектральных плотностей случайных процессов, которые наиболее часто употребляются в практике для аппроксимации реальных характеристик /2/. В зависимости входят следующие параметры: D - дисперсия процесса, α - коэффициент затухания корреляционной функции, ω_0 - собственная круговая частота нелинейной системы, ω_c - предельная круговая частота. Здесь же приведены для каждой спектральной плотности функции распределения случайной

Таблица I

Корреляционные функции, спектральные плотности, функции некоторых случайных процессов

| № п/п | $K(\tau)$ | $S(\omega)$ | $F(\omega)$ | $\omega = \varphi(x)$ |
|-------|--|--|--|---|
| 1 | $D \frac{\sin \omega_c \tau}{\omega_c \tau}$ | $\frac{D}{\omega_c}; 0 \leq \omega \leq \omega_c$ | $\frac{\omega}{\omega_c}$ | $\omega = \frac{\omega_c}{2} (x+1)$ |
| 2 | $D \frac{\sin \omega_c \tau}{\omega_c \tau} (2 \cos \omega_c \tau - 1)$ | $\frac{D}{\omega_c} \cdot \omega_c \leq \omega \leq 2 \cdot \omega_c$ | $\frac{\omega}{\omega_c} - 1$ | $\omega = \frac{\omega_c}{2} (x+3)$ |
| 3 | $D e^{-\alpha \tau }, \alpha > 0$ | $\frac{2}{\pi} D \frac{\alpha}{\alpha^2 + \omega^2}$ | $\frac{2}{\pi} \arctg \frac{\omega}{\alpha}$ | $\omega = \alpha \operatorname{tg} \frac{\pi}{4} (x+1)$ |
| 4 | $D e^{-\alpha^2 \tau^2}$ | $\frac{D}{2\sqrt{\pi}} \exp(-\frac{\omega^2}{4\alpha^2})$ | $\operatorname{erf}(\frac{\omega}{2\alpha})$ | $\operatorname{erf}(\frac{\omega}{2\alpha}) = \frac{1}{2} (x+1)$ |
| 5 | $D \cdot e^{-\alpha \tau } \cdot \cos \omega_0 \tau, \alpha > 0$ | $\frac{\alpha D}{\pi} \times \frac{\omega^2 + \alpha^2 + \omega_0^2}{((\omega^2 - \alpha^2 - \omega_0^2)^2 + 4\alpha^2 \omega^2)}$ | $\frac{1}{\pi} [\arctg(\frac{\omega + \omega_0}{\alpha}) + \arctg(\frac{\omega - \omega_0}{\alpha})]$ | $\omega = \frac{-\alpha \pm \sqrt{\alpha^2 + (\alpha^2 + \omega_0^2) t}}{t};$ $t = \operatorname{tg}[\frac{\pi(x+1)}{2}];$ " + " при $t > 0$ " - " при $t < 0$ |
| 6 | $D \cdot e^{-\alpha \tau } (\cos \omega_0 \tau - \frac{\alpha}{\omega_0} \sin \omega_0 \tau), \alpha > 0$ | $\frac{4\alpha D}{\pi} \times \frac{\omega^2}{(\omega^2 + \alpha^2 + \omega_0^2) - 4\omega_0^2 \omega^2}$ | $\frac{\alpha}{2\pi \omega_0} \ln \frac{\omega^2 - 2\omega_0 \omega + \alpha^2 + \omega_0^2}{\omega^2 + 2\omega_0 \omega + \alpha^2 + \omega_0^2} + \frac{1}{\pi} (\arctg \frac{\omega + \omega_0}{\alpha} + \arctg \frac{\omega - \omega_0}{\alpha})$ | $\frac{\alpha}{\omega_0} \ln \frac{ \omega^2 - 2\omega_0 \omega + \alpha^2 + \omega_0^2 }{ \omega^2 + 2\omega_0 \omega + \alpha^2 + \omega_0^2 } + 2(\arctg \frac{\omega + \omega_0}{\alpha} + \arctg \frac{\omega - \omega_0}{\alpha}) = \pi(x+1)$ |

величины $\omega \rightarrow F(\omega) = \int_0^\omega f(t) dt$ и ψ -преобразования для получения узлов интерполяции по соответствующим узлам интерполяции случайной величины, распределенной по нормированному равномерному закону

$$F(x) = \frac{1}{2}(x+1), \quad X^e [-1, 1].$$

Анализ таблицы I показывает, что для получения числовых значений узлов интерполяции процессов вида 4 и 6 необходимо решать трансцендентное уравнение. Поэтому в этом случае получить решение возможно только с помощью ЭВМ с применением тех или иных итерационных алгоритмов.

В данной работе предлагается реальный случайный процесс схематизировать суперпозицией n процессов, имеющих типовые спектральные плотности с одним максимумом (таблица I). Тогда спектральную плотность реального процесса можно представить как $S_x(\omega) = \sum_{i=1}^n S_{x_i}(\omega)$, где $S_{x_i}(\omega)$ - спектральная плотность узкополосного процесса, имеющая стандартный вид.

Аналогично для корреляционной функции $K_x(\tau) = \sum_{i=1}^n K_{x_i}(\tau)$.

Используя и далее принцип суперпозиции, неканоническое разложение реального процесса можно осуществить в виде

$$x(t) = \sum_{i=1}^n [\langle x_i(t) \rangle + \gamma_i \sin \omega_i t + \delta_i \cos \omega_i t].$$

Тогда конкретные реализации случайного процесса с использованием метода интерполяционных полиномов определяются как

$$X_j(t) = \sum_{i=1}^n [\langle x_i(t) \rangle + \gamma_{i_{k_1}} \sin \omega_{i_{k_3}} t + \delta_{i_{k_2}} \cos \omega_{i_{k_3}} t] \quad (3)$$

($j = i \cdot k_1 \cdot k_2 \cdot k_3$; $j = 1, 2, \dots, n \cdot q_1 \cdot q_2 \cdot q_3$).

Здесь $\gamma_{i_{k_1}}$, $\delta_{i_{k_2}}$ - узлы интерполяции случайных величин нормального закона распределения, которые определяются по формуле

$$\gamma_{i_{k_1}} = \lambda_{k_1} \sqrt{D(x_i)}, \quad \delta_{i_{k_2}} = \lambda_{k_2} \sqrt{D(x_i)}, \quad k_1 = 1, 2, \dots, q_3; \quad S = 1, 2;$$

λ_{k_3} - табулированные значения узлов типа Чебышева централизованного нормированного нормального распределения, ω_{k_3} - узлы интерполяции случайной величины ω , определяемые с помощью ψ -преобразования (см. таблицу I).

Для исследования возможности неканонического разложения случайных процессов сложной структуры с использованием метода интерполяционных полиномов (3) был составлен алгоритм и написана

программа расчета на ЭВМ.

Программа позволяет определять приближенное значение корреляционной функции процесса сложной структуры по отдельным его реализациям с использованием зависимости

$$K_x^n(\tau) = \sum_{i=1}^n \left\{ \sum_{k_1=1}^{q_1} \sum_{k_2=1}^{q_2} \sum_{k_3=1}^{q_3} [x_i(0, \gamma_{i k_1}, \delta_{i k_2}, \omega_{i k_3}) \times \right. \quad (4)$$

$$\left. \times x_i(\tau, \gamma_{i k_1}, \delta_{i k_2}, \omega_{i k_3}) \right] \cdot \prod_{j=1}^m p_{k_j} \}.$$

Сглаженная оценка спектральной плотности определяется по дискретным значениям корреляционной функции /4/:

$$S_x^n(\omega) = 2 \Delta t K_x(0) + 2 \sum_{z=1}^{L-1} K_x(z) \omega(z) \cos \omega \cdot z \cdot \Delta t. \quad (5)$$

Здесь Δt - шаг дискретизации корреляционной функции по времени; $K_x(z)$ - дискретные значения корреляционной функции; $\omega(z) = 0,5 \cdot [1 + \cos(\pi \cdot z/L)]$ - сглаживающее "окно" Тьюки; L - точка отсечения "окна".

Оценки, полученные по формулам (4) и (5), сравниваются с точными значениями корреляционной функции и спектральной плотности. Поскольку вычисления по формуле (5) позволяют получить лишь приближенную оценку спектральной плотности, проводится качественное сравнение спектров. Критерием точности вычислений методом интерполяционных полиномов является сравнение значений корреляционных функций в соответствующие моменты времени. Анализировались различные сочетания типовых спектральных плотностей, значения параметров которых представлены в таблице 2. При этом число n варьировалось от 1 до 3.

Таблица 2

Параметры спектральной плотности

| n | D_i | ω_{c_i} , рад/с | α_i | ω_{o_i} , рад/с |
|-----|---------|------------------------|------------|------------------------|
| 1 | 0,05060 | 10 | 0,3353 | 19 |
| 2 | 0,0140 | 10 | 0,3353 | 30 |
| 3 | 0,1035 | 15 | 0,3353 | 96 |

На рис.1 - 4 представлены теоретические и расчетные значения полученных корреляционных функций и спектральных плотностей для

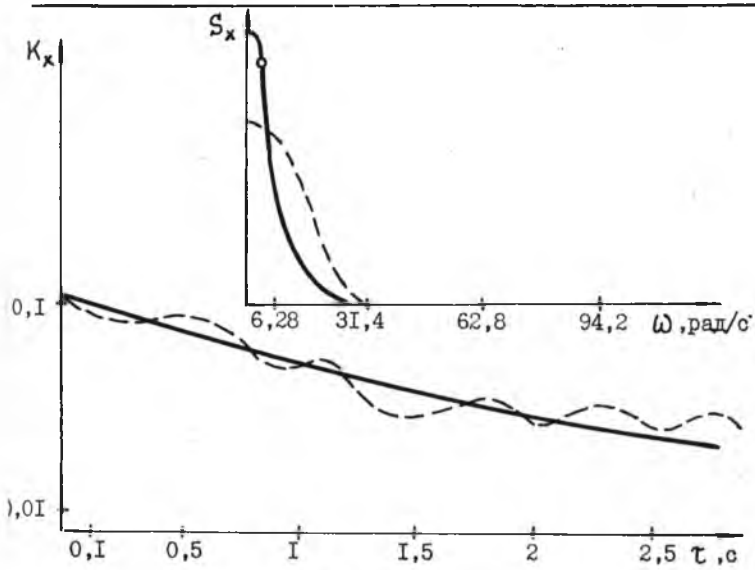


Рис. 1

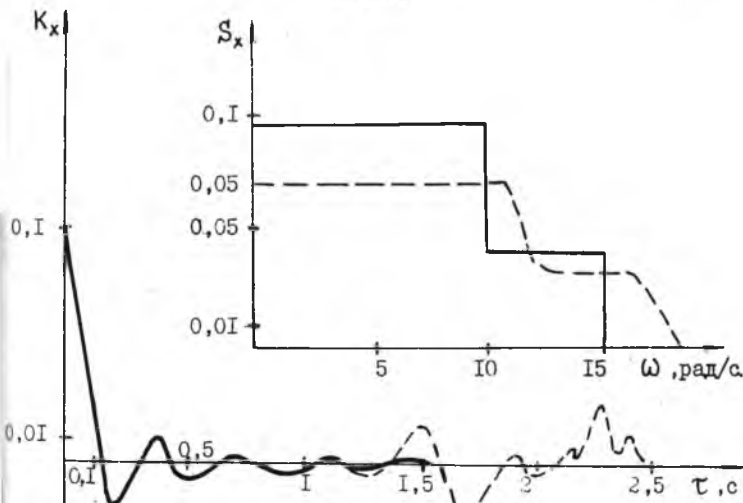
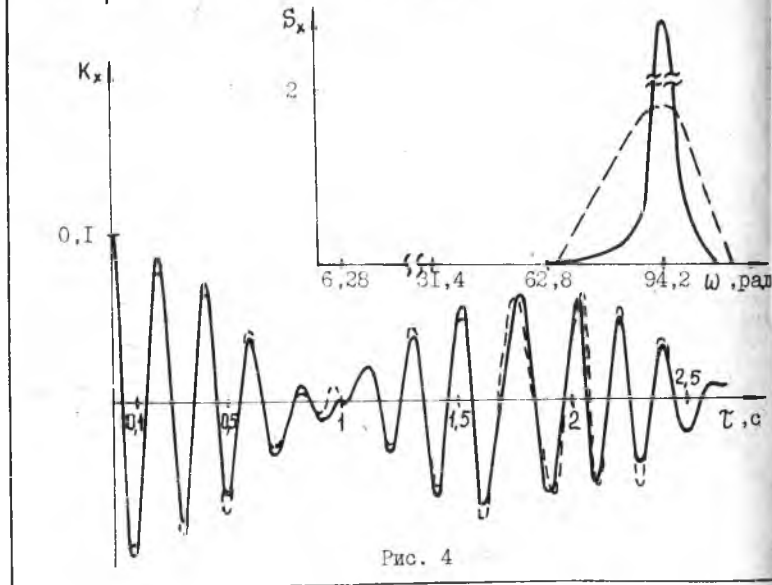
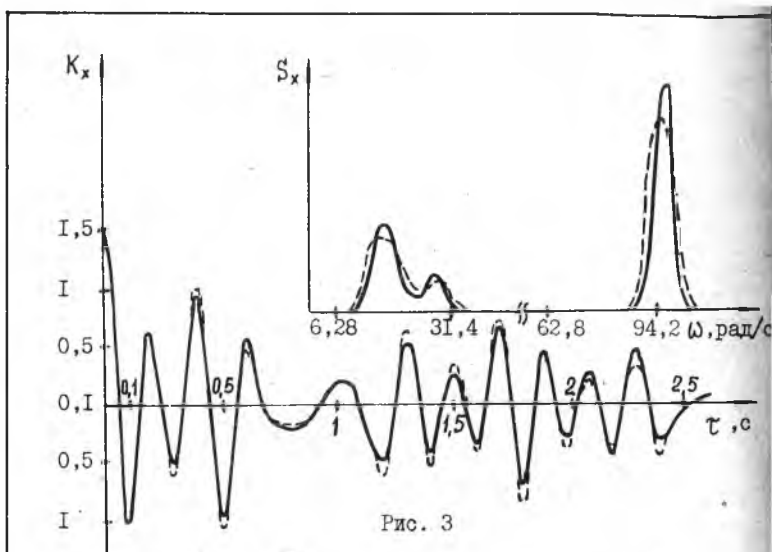


Рис. 2



некоторых сочетаний типовых процессов. То или иное сочетание обозначается группой цифр в виде $i(\ell)-j(m)-k(n)$. Здесь i, j, k обозначают номер типовой спектральной плотности или корреляционной функции в таблице I. Цифры в скобках обозначают соответствующие числовые параметры из таблицы 2.

Анализ полученных результатов показывает, что надлежащим выбором числа узлов интерполяции случайных величин неканонического разложения можно добиться достаточно точного представления реализаций узкополосных случайных процессов и случайных процессов сложной структуры по формуле (5). Это доказывает приемлемость принципа суперпозиции при моделировании реализаций. Для моделирования узкополосных процессов необходимо брать по два узла интерполяции случайных величин γ и δ и восемь узлов интерполяции случайной величины ω . В случае моделирования случайных процессов сложной структуры необходимое число узлов интерполяции для ω возрастает.

Л и т е р а т у р а

1. Пугачев В.С. Теория случайных функций и ее применение к задачам автоматического управления. - М.: Физматгиз, 1960. - 883 с.
2. Чернецкий В.И. Анализ точности нелинейных систем управления. - М.: Машиностроение, 1968. - 246 с.

УДК 629.7.02:534.1

А.В.Бобров, Н.И.Гриненко

МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ НЕСУЩЕЙ СПОСОБНОСТИ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ ПРИ КОМБИНИРОВАННОМ НАГРУЖЕНИИ

Задачи устойчивости тонкостенных цилиндрических оболочек сегодня остаются наиболее интересными для практики. Этот интерес поддерживается тем, что многофункциональность конструкций, их структурная неоднородность, связанная с весовой оптимизацией, порождает вопросы, ранее не исследованные в теории. Четыре-пять нагрузок, одновременно или с определенной последовательностью действующих на конструкцию, обычно не рассматривались. Чаще всего ограничиваются рассмотрением случая одновременного действия двух нагрузок: осевого сжатия и равномерного внешнего (внутреннего) давления. Остальные действующие нагрузки приводят к указанным: изгибающий момент - к эквивалентному осевому сжатию, а радиальное