

Машиностроение.- 1986.- №8.- С.29-32.

4. Павлов В.Ф., Столяров А.К. Влияние схем поверхностного деформирования на распределение остаточных напряжений в области концентратора /КуАИ.- Куйбышев.- 1985. -7 с.- Деп. в ВИНТИ 12.11.85, №7870-В85.

5. Иванов С.И. К определению остаточных напряжений в цилиндре методом колец и полосок //Сб. Остаточные напряжения/ Куйбышев. авиац. ин-т.-1971.-Вып.53.- С.32-42.

6. Павлов В.Ф., Кольцун Ю.И., Кирпичев В.А. Определение остаточных напряжений в цилиндрических образцах с V-образным надрезом // Известия вузов. Сер. Авиационная техника.- 1986.- № 4.-С.92-95.

УДК 539.3

В.Н.Паймушин, В.А.Фирсов, А.И.Калашников

К ЧИСЛЕННОМУ РЕШЕНИЮ ФИЗИЧЕСКИ И ГЕОМЕТРИЧЕСКИ НЕЛИНЕЙНЫХ
ЗАДАЧ СТАТИКИ И ТЕРМОУПРУГОСТИ МНОГОСЛОЙНЫХ ОБОЛОЧЕК
ВРАЩЕНИЯ ПРИ СЛОЖНОМ НАГРУЖЕНИИ

К многослойным оболочечным элементам конструкций, исследование механики деформирования которых целесообразно проводить в рамках дискретно структурных моделей, относятся, в частности, слоистые (композитные) элементы изделий конструкционной оптики летательных аппаратов. Для прочностного анализа таких элементов, относящихся в общем случае к классу многослойных оболочек сложной геометрии, за последние годы (работа /1/) были построены основные разрешающие уравнения, базирующиеся на предложенных в /2/ моделях, а также разработаны численные методы, алгоритмы и программное обеспечение для решения геометрически и физически линейных задач статики и термоупругости /3/.

Проблемы, связанные с определением несущей способности этих конструкций, приводят к необходимости рассмотрения задач термостатического их деформирования в физически и геометрически нелинейной постановке.

В данной статье рассматривается частный класс многослойных элементов изделий конструкционной оптики летательных аппаратов в виде оболочек вращения с произвольной формой меридиана, для которых разработан алгоритм численного решения задач статики и термоупругости для случая осесимметричного их деформирования от действия изменя-

ющихся во времени нагрузок и температуры. Учет геометрической нелинейности задачи производится в рамках соотношений теории многослойных оболочек при их среднем изгибе, а физической нелинейности - в рамках теории пластического неизотермического течения в варианте метода дополнительных деформаций при сложном нагружении /4/.

I. Рассматривается оболочка, состоящая из ℓ слоев постоянной толщины $\delta(n)$ ($n=1, \ell$), механика деформирования которой описывается гипотезой ломаной линии в рамках модели /1/.

В соответствии с теорией пластического неизотермического течения для приращений полной деформации $d\epsilon_{ij}$ предполагается справедливым равенство

$$d\epsilon_{ij} = d\epsilon_{ij}^e + d\epsilon_{ij}^p + \delta_{ij} \epsilon^T, \quad (I)$$

где $d\epsilon_{ij}^e$ - приращение упругой части деформации; $d\epsilon_{ij}^p$ - приращение пластической части деформации; $d\epsilon^T$ - приращение деформаций за счет температурного расширения.

Приращения пластической части деформации для n -го этапа нагружения могут быть определены путем последовательных приближений:

$$\Delta \epsilon_{ij}^{p(n,m)} = \frac{3}{2} \frac{S_{ij}^{(n-1)}}{\sigma_u^{(n-1)}} \Delta \epsilon_{u*}^{p(n,m)}$$

$$\Delta \epsilon_{u*}^{p(n,m)} = \left(1 - \frac{\epsilon_k^{(n-1)}}{\epsilon^{(n-1)}}\right) \left\{ \frac{1}{\epsilon^{(n-1)}} \left[\Delta \sigma_{u*}^{(n,m)} - \left(\frac{\partial \sigma_{\Gamma}}{\partial T} \right)^{(n-1)} \Delta T^{(n)} \right] + \Delta \epsilon_{u*}^{p(n,m-1)} \right\} \quad (2)$$

Здесь $\Delta \epsilon_{ij}^{p(n,m)}$ - приращения пластической части деформации m -го приближения конечного малого n -го этапа нагружения, $S_{ij}^{(n-1)}$ - контравариантные компоненты девиатора напряжений конца ($n-1$)-го этапа, $\sigma_u^{(n-1)}$ - интенсивность напряжений ($n-1$)-го этапа, $\Delta \epsilon_{u*}^{p(n,m)}$ - интенсивность приращений пластических деформаций m -го приближения n -го этапа, $\left(\frac{\partial \sigma_{\Gamma}}{\partial T} \right)^{(n-1)}$ - изменение мгновенного предела текучести n -го этапа.

Приращения же упругой части деформации $d\epsilon_{ij}^e$ при учете геометрической нелинейности в рамках теории среднего изгиба каждого m -го приближения n -го этапа при решении задачи в физически нелинейной постановке находятся модифицированным итерационным методом Ньютона-Рафсона путем решения системы $(\ell+2)$ дифференциальных уравнений равновесия /1/ порядка $2(\ell+2)$, записанной в приращениях

$$\frac{d}{d\alpha} \Delta S_{(n)}'' + \Delta S_{(n)}'' (2\Gamma_{11}' + \Gamma_{12}^2) + \Delta S_{(n)}'' \Gamma_{22}' + \Delta R_{(n)}^{13} + \Delta Z_{(n)}' = \Delta Y_{(n)}' \quad (n=1, \ell+1)$$

$$\sum_{n=1}^{\ell} \left[\frac{d}{d\alpha} \Delta N_{(n)}' + \Delta N_{(n)}' (\Gamma_{11}' + \Gamma_{12}^2) + \Delta T_{(n)}'' \beta_{11} + \Delta T_{(n)}'' \beta_{22} \right] = - \sum_{n=1}^{\ell} \Delta X_{(n)}^3 \quad (3)$$

Решение этих уравнений в рамках модели /I/ должно быть подчинено граничным условиям на краях $\alpha^i = \alpha^i_H, \alpha^i_K$, записанным в приращениях в комбинированной форме:

$$(1 - \gamma_{1H}^{(n)}) \Delta U^{(n)}(\alpha_H) + \gamma_{1H}^{(n)} [\Delta S_{(n)}^{II}(\alpha_H) \sqrt{a} - \Delta Q_{(n)}^{II}(\alpha_H) \sqrt{a_{22}}] = 0 \text{ при } \delta \Delta U^{(n)} \neq 0 \quad (n=1, \ell+1)$$

$$(1 - \gamma_{2H}^{(n)}) \Delta W(\alpha_H) + \gamma_{2H}^{(n)} \left[\sum_{n=1}^{\ell} (\Delta N_{(n)}^I(\alpha_H) \sqrt{a} - \Delta K_{(n)}^{13}(\alpha_H) \sqrt{a_{22}}) \right] = 0 \text{ при } \delta \Delta W \neq 0,$$

из которых при соответствующих комбинациях целочисленных коэффициентов $\gamma_{1H}^{(n)}, \gamma_{2H}^{(n)}, \gamma_{1K}^{(n)}, \gamma_{2K}^{(n)}$ (0V1) следуют различные варианты статических и геометрических граничных условий для краев оболочки.

Здесь

$$\Delta S_{(n)}^{ii} = \Delta_{(n)}^1 \left(-\frac{1}{2} \Delta T_{(n)}^{ii} + \varphi_{(n)} \Delta M_{(n)}^{ii} \right) + \Delta_{(n)}^2 \left(-\frac{1}{2} \Delta T_{(n-1)}^{ii} - \varphi_{(n-1)} \Delta M_{(n-1)}^{ii} \right) \quad (i=1, 2)$$

$$\Delta R_{(n)}^{13} = -\Delta_{(n)}^1 \varphi^{(n)} \Delta T_{(n)}^{13} + \Delta_{(n)}^2 \varphi^{(n-1)} \Delta T_{(n-1)}^{13} \quad (5)$$

$$\Delta Z_{(n)}^1 = \Delta_{(n)}^1 \Delta N_{(n)}^1 \beta_1^1$$

- приращения обобщенных внутренних усилий;

$$\Delta Y_{(n)}^1 = \Delta_{(n)}^1 \left(\frac{1}{2} \Delta X_{(n)}^1 - \varphi_{(n)} \Delta M_{(n)}^1 \right) + \Delta_{(n)}^2 \left(\frac{1}{2} \Delta X_{(n-1)}^1 - \varphi_{(n-1)} \Delta M_{(n-1)}^1 \right), \Delta X_{(n)}^3$$

- приращения обобщенных параметров внешней поверхностной и объемной нагрузки;

$\Delta K_{(n)}^{13}, \Delta Q_{(n)}^{II}$ - приращения параметров контурной нагрузки для слоев пакета.

Физические соотношения, связывающие приращения компонентов внутренних усилий и моментов (5) с приращениями компонентов деформаций, определяются по формулам:

$$\Delta T_{(n)}^{11} = B_{(n)} (B_{11} \Delta \varepsilon_{11}^{(n)} + B_{13} \Delta \varepsilon_{22}^{(n)} + B_{14} \Delta \varepsilon_T^{(n)})$$

$$\Delta T_{(n)}^{22} = B_{(n)} (B_{13} \Delta \varepsilon_{11}^{(n)} + B_{33} \Delta \varepsilon_{22}^{(n)} + B_{34} \Delta \varepsilon_T^{(n)}) \quad (6)$$

$$\Delta M_{(n)}^{11} = D_{(n)} (B_{11} \Delta \varkappa_{11}^{(n)} + B_{13} \Delta \varkappa_{22}^{(n)} + B_{14} \Delta \varkappa_T^{(n)})$$

$$\Delta M_{(n)}^{22} = D_{(n)} (B_{13} \Delta \varkappa_{11}^{(n)} + B_{33} \Delta \varkappa_{22}^{(n)} + B_{34} \Delta \varkappa_T^{(n)})$$

$$\Delta N_{(n)}^1 = 2B_c^{(n)} K_c a^{II} \Delta \varepsilon_{13}^{(n)} + \Delta (T_{(n)}^{II} \omega_1^{(n)}),$$

где $B_{(n)}, D_{(n)}, B_c^{(n)}$ - жестостные характеристики слоев, а $B_{11} = (a^{II})^2, B_{13} = \nu/a, B_{33} = (a^{22})^2, B_{14} = -(1+\nu)a^{II}, B_{34} = -(1+\nu)a^{22}$.

2. Решение системы обыкновенных дифференциальных уравнений (1), списывающих напряженно-деформированное состояние рассматриваемых многослойных оболочек, осуществляется с помощью метода конечных сумм в варианте /6/. Разработанный на основе этого метода алгоритм численного решения реализован в виде пакета прикладных программ на языке Фортран-IV для ЕС ЭВМ, который позволяет исследовать механику деформирования многослойных элементов (число слоев $l \leq 5$) изделий конструкционной оптики летательных аппаратов в виде оболочек вращения с произвольной формой меридиана для случая осесимметричного их деформирования в условиях переменных во времени внешней нагрузки и объемного температурного поля. Дополнительная дискретизация каждого слоя пакета по толщине (количество промежуточных точек ≤ 9), как показали исследования, позволяет с необходимой точностью описать сложный характер распределения деформаций и напряжений по поперечной координате. Слои пакета могут быть выполнены из материалов с различными физико-механическими свойствами, а возможность формулировать различные граничные условия на кромках каждого из них позволяет достоверно описывать реальные условия закрепления исследуемых элементов остеклений.

В качестве иллюстрации ниже приведены результаты расчетов фрагмента однослойной сферической оболочки, выполненной из органического стекла.

Считается, что она жестко закреплена по контуру, а ее геометрические параметры имеют следующие значения: толщина $t = 1$ см, радиус $R = 60$ см, угол полураствора $\alpha_k = 0,125$ рад. Простое нагружение осуществлялось внешним избыточным давлением $q = -20$ МПа. На рис. 1, показывающем характер распределения интенсивности напряжений по толщине оболочки, представлено сравнение результатов, полученных на основе деформационной теории (пунктирные линии) и теории течения (сплошные линии). Сложное нагружение на оболочку было реализовано в виде совместного действия температурного поля, линейно изменяющегося по толщине (0°C на нижней лицевой поверхности, 120°C - на верхней), и поэтапного нагружения внешним избыточным давлением $q = -10, -15, -20$ МПа (рис. 1 б). При проведении расчетов оболочка по ее толщине была условно разделена на пять слоев равной толщины ($l = 5$), что позволило с необходимой степенью точности описать сложный закон изменения напряжений по поперечной координате.

Представленные результаты свидетельствуют о практически пол-

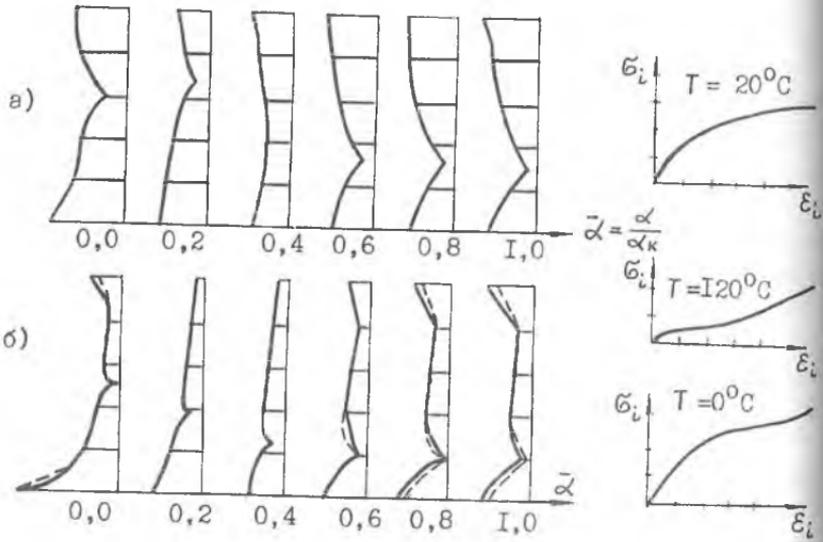


Рис. 1

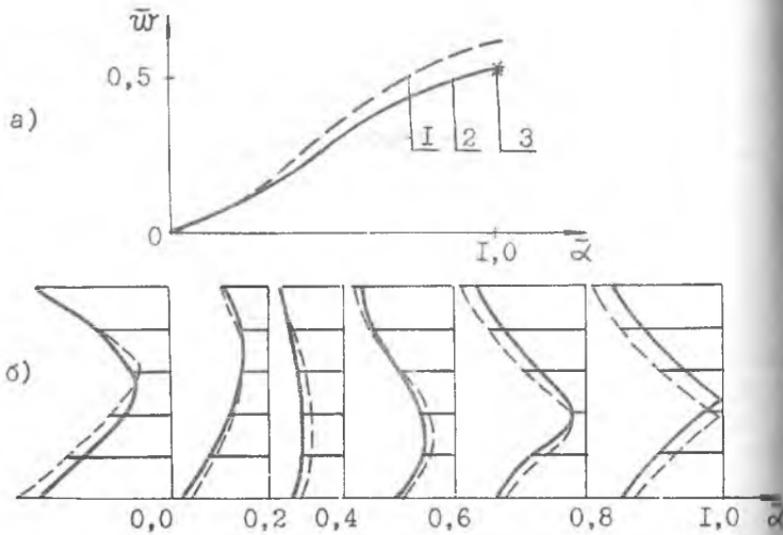


Рис. 2

ном совпадении результатов (интенсивности напряжений σ_i) по обеим теориям в условиях простого погружения (рис. 1 а) и их значительном расхождении (в рассмотренном примере до 20%) в условиях сложного нагружения, которое зависит от пути нагружения.

Результаты расчетов для фрагмента однослойной сферической оболочки, полученные с учетом геометрической нелинейности, приведены на рис. 2 а. Оболочка имеет следующие геометрические параметры: толщина $t = 0,9375$, радиус $R = 60$ см, $\alpha_k = 0,125328$ рад. Ее нагружение осуществлялось внешним избыточным давлением $q = -3,603$ МПа. Сравнение полученного решения (отмеченного сплошной линией) с результатом по М.С.Корнишину /5/ (отмеченным звездочкой) показало их хорошее совпадение (разница в прогибах в центре сферического фрагмента порядка 0,5%). Для сравнения указано решение (пунктирная линия на рис. 2 а), полученное по геометрически линейной теории.

На рис. 2 б приведены результаты (распределение интенсивности напряжений по толщине оболочки) для фрагмента однослойной сферической оболочки, имеющего следующие геометрические параметры: толщина $t = 1$ см, радиус $R = 60$ см, $\alpha_k = 0,125$ рад. Нагружение производилось поэтапно внешним избыточным давлением $q_i = -1,5; -3,0; -4,5$ МПа, $T^0C = 0$. Сплошной линией указаны результаты, полученные с учетом физической и геометрической нелинейности, пунктирной - с учетом лишь физической нелинейности.

Полученные результаты свидетельствуют о том, что прочностные расчеты реальных элементов изделий конструкционной оптики летательных аппаратов при определении их несущей способности должны базироваться на методах, учитывающих физическую и геометрическую нелинейности задачи.

Литература

1. Паймушин В.Н., Демидов В.Г. Об одном варианте соотношений среднего изгиба многослойных оболочек слоистой геометрии //Статика и динамика оболочек: Сб.науч.трудов.- Казань: Казанок. физ.-техн.ин-т АН СССР, вып.12, 1979.- С. 53-60.
2. Grigoliouk E.I., Chul'kov P.P. On the theory of multilayer shells. - Int.: Contribution to the theory of aircraft structures.: Delft. University Press, 1972, p.171-183.
3. Паймушин В.Н., Демидов В.Г. Метод и пакет прикладных программ для расчета термонапряженного состояния многослойных оболочек сложной геометрии. - Г.: ГТУ, 1987.

4. Термопрочность деталей машин. Под общей редакцией И.А.Биргера Б.Ф.Шора.- М.: Машиностроение, 1975.- 455 с.
5. Корнишин М.С., Исанбаева Ф.С. Гибкие пластины и панели. - М.: Наука, 1968, 137 с.
6. Вахитов М.Б. Интегрирующие матрицы - аппарат численного решения дифференциальных уравнений строительной механики // Изв. вузов, Авиационная техника.- 1966. - № 3. - С. 50-61.