масса концевого груза m_1 = I,2 кг; угловая скорость вращения ω = 7I рад/с; начальный угол атаки 0,2 рад.

Для эффективной работы лопасти необходимо обеспечить не только определенную центровку, но и натяжение поверхности. Расчеты показывают, что при использовании одной поверхности это требование обеспечить невозможно. Для выполнения этого требования предлагается использовать пакет равномерно растянутых центробежными силами лент так как это показано на рис.2а. В этом случае обеспечивается центровка и натяжение поверхности. При использовании одной ленты задняя кромка натяжения не имеет, если центр масс груза смещать вперед.

Использование управляющей законцовки позволяет обеспечить необходимый угол атаки на концевой части лопасти и, следовательно, повысить ее эффективность. На рис.3 показан угол атаки по сечениям для лопасти без законцовки (пунктирная линия) и лопасти с законцовкой (сплошная линия), форма в плане которой показана на рис.2б.

Библиографический список

I.Гайнутдинов В.Г. Прикладная теория и алгоритм расчета авиационных конструкций в геометрически нелинейной постановке // Изв. вузов. Авиационная техника. I988. № 2. С.I5-I8.

2. Паймушин В.Н. К вариационным методам решения задач сопряжения деформируемых тел: Докл. АН СССР. I983. Т.273. № 5. С.I083-I08

3. Вахитов М.Б. Интегрирующие матрицы - аппарат численного решения задач строительной механики // Изв. вузов. Авиационная техника. I966. № 3. С.50-60.

УДК 620.I92.00I.24

Э.И.Миноранский , С.А.Михайлов, О.Л.Сычев

НОРМИРОВАНИЕ НЕСУЩЕЙ СПОСОБНОСТИ КОНСТРУКЦИИ ПРИ НЕСТАЦИОНАРНОМ СЛУЧАЙНОМ ВОЗДЕЙСТВИИ

Рассматривается методика нормирования несущей способности элементов конструкций л.а. Методика основана на положениях общей теории надежности

и позволяет установить соотношения для расчетных нагрузок и нормативных коэффициентов запаса в зависимости от нормативной надежности ЛА в целом, статистических характеристик внешних нагрузок с учетом их изменчивости и сочетания во времени. Используется пуассоновская модель отказа. Конструкция схематизируется в виде конечноэлементной модели. Задача статистической динамики решается методом интерполяционных полиномов.

Требование, согласно которому конструкция должна воспринимать внешние нагрузки, действующие на нее в течение всего периода эксплуатации, и при этом не терять своей способности нормально функционировать, является естественным. Это свойство конструкции можно количественно охарактеризовать функцией несущей способности $R(t)$, адекватной соответствующей функции внешнего нагружения $S(t)$. Значение $R(t)$ определяется геометрическими параметрами элементов конструкций и физико-механическими свойствами их материала.

Когда в пределах отдельных участков эксплуатации структура нагружения конструкции является постоянной, а режим теплового воздействия слабо изменяется во времени, несущие способности частей конструкции (при отсутствии усталостных повреждений) также являются постоянными.

Функция надежности $H(t)$ вводится /I/ как вероятность пребывания некоторого вектора $\mathbf{v}(t)$, характеризующего состояние системы в допустимой области Ω_0 пространства качества V на отрезке времени $[0;\tau]$:

$$H(t)=P\{\mathbf{v}(t)\in\Omega_0,\ t\in[0;\tau]\}. \qquad (2)$$

При этом $\mathbf{v}(t)$ представляет собой некоторый случайный вектор в пространстве качества V, а отказ системы трактуется как первый выброс процесса $\mathbf{v}(t)$ из допустимой области Ω_0.

Предположим, что конструкцию можно представить состоящей из m частей. Тогда, рассматривая вероятностную модель надежности в $2m$-мерном пространстве качества с элементами $S_k(t)$, $R_k(t)$ $(k=1,2,\ldots,m)$ и учитывая лишь один этап эксплуатации, зададим допустимую область Ω_0 в виде:

$$\Omega_0=\{\mathbf{R},\mathbf{S}: S_k(t)<R_k(t),\ k=1,2,\ldots,m\}. \qquad (3)$$

Процесс $\mathbf{v}(t)$ в этом случае можно трактовать как m -мерный вектор:

$$\mathbf{v}(t)=\{v_1(t);\ v_2(t);\dots;\ v_m(t)\},\quad (K=1,2,\dots,m),$$

где $v_K(t)=S_K(t)-R_K(t)$. До момента отказа системы все компоненты вектора $v_K(t)$ – отрицательные. Отказ системы – это достижение каким-либо компонентом вектора $\mathbf{v}(t)$ границы допустимой области Ω_0, т.е. нулевого уровня.

Будем рассматривать высоконадежные системы, для которых отказы, связанные с потерей несущей способности, являются крайне редкими событиями. Наиболее подходящими вероятностными моделями для таких видов отказов являются модели пуассоновского типа /I/.

Принимая $H(0)=1$, $Q(t)=1-H(t)\ll 1$ на всем рассматриваемом интервале времени и считая поток отказов ординарным, статистическую зависимость между компонентами процесса $v(t)$ пренебрежимо малой, приближенную оценку функции надежности с учетом пуассоновского характера отказов запишем в виде /I/

$$H(t)\approx exp\Big[-\sum_{K=1}^{m}\int_0^t \nu_K(0;\tau)d\tau\Big]. \tag{4}$$

Здесь $\nu_K(0;\tau)$ – математическое ожидание числа выбросов в единицу времени процесса $v_K(t)$ за нулевой уровень. При аналитических преобразованиях для вероятности отказа удобно использовать линейную оценку:

$$Q(t)\approx\sum_{K=1}^{m}\int_0^t \nu_K(0;\tau)\,d\tau. \tag{5}$$

Условие надежности системы запишется в виде:

$$Q(t)\le Q_*(t),\ (t\in[0;T_*]), \tag{6}$$

где T_* – расчетный срок эксплуатации, $Q_*(t)=1-H_*(t)$, а $H_*(t)$ – нормативная надежность, которая может зависеть от времени.

Пусть $S_K(t)$ представляет собой нестационарные дифференцируемые нормальные процессы с математическими ожиданиями $\langle S_K(t)\rangle$ и дисперсиями $D[S_K(t)]$. Предположим, что в течение рассматриваемого этапа эксплуатации несущая способность конструкции не меняется. Тогда элементы R_K можно считать случайными величинами с математическими ожиданиями $\langle R_K\rangle$ и дисперсиями $D[R_K]$. Примем также, что $\langle S_K(t)\rangle \ll \langle R_K\rangle$, $\sqrt{D[S_K(t)]}\ll\langle S_K(t)\rangle$, $\sqrt{D[R_K]}\ll\langle R_K\rangle$.

Следуя /I/, среднее число положительных выбросов в единицу времени нестационарного случайного нормального процесса $\upsilon_\kappa(t)$ за нулевой уровень определим выражением,

$$\nu_1(0;t)=\frac{\sigma[\dot{\upsilon}_\kappa]}{2\pi\sigma[\upsilon_\kappa]}\exp\left(-\frac{\langle\upsilon_\kappa\rangle^2}{2\sigma^2[\upsilon_\kappa]}\right)\cdot\left\{\sqrt{\tau_\kappa}\exp\left(-\frac{z_\kappa^2}{2\tau_\kappa}\right)+z_\kappa\sqrt{2\pi}\left[1-\Phi\left(-\frac{z_\kappa}{\sqrt{\tau_\kappa}}\right)\right]\right\} \quad (7)$$

Здесь

$$\sigma[\upsilon_\kappa]=\sqrt{D[\upsilon_\kappa(t)]},\ \sigma[\dot{\upsilon}_\kappa]=\sqrt{D[\dot{\upsilon}_\kappa(t)]},\ z_\kappa=\frac{\langle\dot{\upsilon}_\kappa(t)\rangle}{\sigma[\dot{\upsilon}_\kappa]}-\rho_\kappa\frac{\langle\upsilon_\kappa(t)\rangle}{\sigma[\dot{\upsilon}_\kappa]},\ \tau_\kappa=1-\rho_\kappa^2,$$

$\rho_\kappa=\dfrac{\langle(\upsilon_\kappa(t)-\langle\upsilon_\kappa(t)\rangle)\cdot(\dot{\upsilon}_\kappa(t)-\langle\dot{\upsilon}_\kappa(t)\rangle)\rangle}{\sigma[\upsilon_\kappa]\cdot\sigma[\dot{\upsilon}_\kappa]}$ – коэффициент корреляции между процессом $\upsilon_\kappa(t)$ и его скоростью $\dot{\upsilon}_\kappa(t)$ в совпадающие моменты времени; $\Phi(\gamma)=\dfrac{1}{\sqrt{2\pi}}\displaystyle\int_{-\infty}^{\gamma}\exp\left(-\frac{u^2}{2}\right)du$.

Задача обеспечения нормативной надежности конструкции имеет неоднозначное значение, т.е. нормативная надежность может быть обеспечена бесконечным числом сочетаний характеристик элементов, образующих конструкцию. Чтобы устранить эту неопределенность, необходимо распределить ее среди элементов. Положим, что эта задача решена с использованием оптимизационного подхода так, что

$$Q(t)=\sum_{\kappa=1}^{m}Q_\kappa\leq Q_*. \quad (8)$$

Подставляя (7) в (5), получим выражение для вероятности отказа κ-го элемента конструкции

$$Q_\kappa(t)=\int_0^{T_*}\frac{\sigma[\dot{\upsilon}_\kappa]}{2\pi\sigma[\upsilon_\kappa]}\exp\left(-\frac{\langle\upsilon_\kappa\rangle^2}{2\sigma^2[\upsilon_\kappa]}\right)\left\{\sqrt{\tau_\kappa}\exp\left(-\frac{z_\kappa^2}{2\tau_\kappa}\right)+z_\kappa\sqrt{2\pi}\left[1-\Phi\left(-\frac{z_\kappa}{\sqrt{\tau_\kappa}}\right)\right]\right\}dt, \quad (9)$$

где

$$\upsilon_\kappa(t)=S_\kappa(t)-R_\kappa,\quad \dot{\upsilon}_\kappa(t)=\dot{S}_\kappa(t),$$

$$\langle\upsilon_\kappa(t)\rangle=\langle S_\kappa(t)\rangle-\langle R_\kappa\rangle,\quad \langle\dot{\upsilon}_\kappa(t)\rangle=\langle\dot{S}_\kappa(t)\rangle,$$

$$\sigma[\upsilon_\kappa(t)]=\sqrt{\sigma^2[S_\kappa(t)+\sigma^2[R_\kappa]},\quad \sigma[\dot{\upsilon}_\kappa(t)]=\sigma[\dot{S}_\kappa(t)],$$

$$\tilde{\upsilon}_\kappa(t)=S_\kappa(t)-\langle S_\kappa(t)\rangle-R_\kappa+\langle R_\kappa\rangle,$$

$$\tilde{\dot{\upsilon}}_\kappa(t)=\dot{S}_\kappa(t)-\langle\dot{S}_\kappa(t)\rangle,$$

$$\rho_\kappa(t)=\frac{\langle \tilde{v}_\kappa(t)\cdot \dot{\tilde{v}}_\kappa(t)\rangle}{\sigma[v_\kappa(t)]\cdot\sigma[\dot{v}_\kappa(t)]}=\frac{\langle S_\kappa(t)\cdot\dot{S}_\kappa(t)\rangle-\langle S_\kappa(t)\rangle\langle\dot{S}_\kappa(t)\rangle}{\sigma[\dot{S}_\kappa(t)]\cdot\sqrt{\sigma^2[S_\kappa(t)]+\sigma^2[R_\kappa]}}$$

$$\tau_\kappa(t)=1-\rho_\kappa^2(t),$$

$$z_\kappa(t)=\frac{\langle\dot{S}_\kappa(t)\rangle}{\sigma[\dot{S}_\kappa(t)]}-\rho_\kappa(t)\frac{\langle S_\kappa(t)\rangle-\langle R_\kappa\rangle}{\sqrt{\sigma^2[S_\kappa(t)]+\sigma^2[R_\kappa]}}$$

Используя выражение (9) с учетом времени безотказной работы конструкции T_* и нормативной надежности H_*, определим потребное значение несущей способности R_κ^n, которое принимается равным математическому ожиданию, т.е. $R_\kappa^n=\langle R_\kappa\rangle$. Что касается дисперсии несущей способности, то она выражается через заданный коэффициент вариации.

Очевидно, что для того, чтобы определить R_κ^n, предварительно необходимо решить задачу статистической динамики для κ -той части конструкции, т.е. определить вероятностные характеристики внутренних силовых факторов $\langle S_\kappa(t)\rangle$, $\langle\dot{S}_\kappa(t)\rangle$, $\sigma[S_\kappa(t)]$, $\sigma[\dot{S}_\kappa(t)]$, $\rho_\kappa(t)$, $\langle S_\kappa(t)\cdot\dot{S}_\kappa(t)\rangle$ при известных законах распределения плотностей вероятностей внешнего воздействия.

В качестве примера определим потребное значение несущей способности по изгибающему моменту некоторого сечения центрального блока конструкции летательного аппарата (ЛА) пакетной схемы при старте. Основой для нормирования являются результаты решения задачи статистической динамики с помощью метода интерполяционных полиномов /2/.

При старте ЛА пакетной схемы его конструкция нагружается нестационарным стохастическим воздействием из-за случайного разброса момента включения двигателей боковых ускорителей и случайного характера изменения их тяг при запуске.

Рассматривался гипотетический ЛА, имеющий центральный блок и четыре симметрично расположенных вокруг него одинаковых по своим конструктивным и весовым параметрам боковых ускорителя. Массовые, жесткостные и геометрические характеристики ЛА предполагались детерминированными. Для дискретизации рассматриваемой механической системы использовался метод конечных элементов.

Для двигательных установок боковых ускорителей задается функция плотности вероятности $f(\Delta t)$, где Δt – запаздывание включения какого-либо двигателя после прохождения команды на запуск. В рассматриваемой задаче запаздывание Δt предполагалось распределенным по нормальному закону с математическим ожиданием $<\Delta t>$ и дисперсией $\sigma^2[\Delta t]$, причем $<\Delta t> \gg \sigma[\Delta t]$.

Характеристика набора тяги i-го бокового двигателя $T_i(t)$ представляется в виде неслучайной функции случайных параметров и времени

$$T_i(t) = T_o(1 - e^{-\tau_i t_i}). \qquad (I0)$$

Здесь T_o - номинальная тяга двигателя, $t_i = t_o - \Delta t_i$, где t_o - время, отсчитываемое от прохождения команды на запуск; Δt_i - случайное запаздывание включения рассматриваемого i -го двигателя; τ_i - случайная величина, характеризующая скорость набора тяги i-го двигателя. Предполагается, что она распределена по нормальному закону с параметрами $<\tau>$ и $\sigma[\tau]$.

Для решения задачи статистической динамики использовался метод интерполяционных полиномов и учитывалась симметрия рассматриваемой системы. Непосредственный расчет реализаций проводился интегрированием матричного уравнения движения с использованием безусловно устойчивого прямого пошагового метода (γ -метод /3/). Демпфирование предполагалось пропоопиональным частотам. При расчетах принималось, что $<\Delta t> = 0{,}35$ с, $\sigma[\Delta t] = 0{,}I$ с, $<\tau> = I4$ I/с, $\sigma[\tau] = 4{,}5$ I/с.

Отметим, что формула (9) получена в предположении о нормальности нестационарного процесса $\upsilon_K(t)$. С помощью метода интерполяционных полиномов вычислим закон распределения модуля изгибающего момента в области его наибольших значений (t = 0,8 с).

Детерминированные расчеты рассматриваемой конструкции позволили выявить некоторое сечение А центрального блока, являющееся наиболее высоконагруженным. Поэтому можно предположить, что если параметр внешнего нагружения $S_K(t)$ превысит несущую способность центрального блока, то это событие произойдет именно в сечении А. Тогда запишем $H(t) = 1 - Q(t) = 1 - Q_A(t)$.

На рис.I приведены полученные зависимости надежности от времени для различных математических ожиданий несущей способности $<R_K>$ конструкции в сечении А и различных коэффициентов вариации w_R .

Из рис.I видно, что если задаться нормативной надежностью $H_* = 0{,}99^{0}$, $T_* =$ I сек, $w_R = 0{,}I$, можно определить потребное значение несущей способности по изгибающему моменту $<R_K> = 55$ тм.

Таким образом, рассмотрена методика нормирования несущей способности, основанная на общей теории надежности В.В.Болотина. Согласно этой методике потребное значение несущей способности определяется как среднее значение уровня, вероятность непревышения которого за заданное время соответствует нормативной надежности.

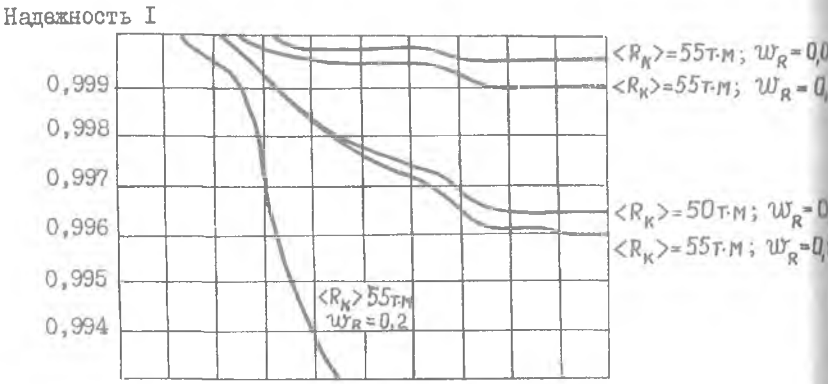

Рис. I

Методика может быть использована на ранней стадии проектирования ЛА, а также при исследовании поведения конструкций в случаях когда внешнее воздействие представляет собой нестационарный случайный процесс.

Библиографический список

I. Болотин В.В. Методы теории вероятностей и теории надежности в расчетах сооружений. М.: Стройиздат, 1982. 35I с.

2. Чернецкий В.И. Анализ точности нелинейных систем управления. М.: Машиностроение. 1968. 246 с.

3. Савельев Л.М. Прямое интегрирование уравнений движения в методе конечных элементов // Прочность и долговечность элементов конструкций летательных аппаратов: Сб.научн.трудов. Куйбышев: КуАИ 1984. С.37-44.