

УДК 539.43

А.С.Мостовой

ЖИВУЧЕСТЬ ЭЛЕМЕНТА КОНСТРУКЦИИ (ОБРАЗЦА)
С НАЧАЛЬНОЙ ТРЕЩИНОЙ

Принцип проектирования "безопасно повреждаемых" конструкций, т.е. конструкций, которые могут эксплуатироваться с некоторыми повреждениями, назначение периодичности осмотра таких конструкций требуют изучения их живучести. В качестве меры живучести примем отношение долговечности конструкции (ее элемента) с начальной трещиной к долговечности неповрежденной конструкции. При этом будем различать долговечности $T_{нач}^{уст}$ и $T_{нач}^{неуст}$ конструкции, имевшей соответственно начальную усталостную трещину и начальную трещину неусталостного происхождения (надраз, царапину, ударную трещину). Наличие последних в конструкциях самолетов подтверждается опытом эксплуатации. Например, обнаружено, что на нижней части фюзеляжа некоторых самолетов в районе расположения передней ноги шасси имеется до 60 царапин глубиной до 20% от толщины обшивки и длиной до 100 мм [1].

Назовем коэффициентами живучести величины

$$\alpha_{1, неуст} = \frac{T_{нач}^{неуст}}{T}, \quad (1)$$

$$\alpha_{1, уст} = \frac{T_{нач}^{уст}}{T}, \quad (2)$$

где T - долговечность элемента конструкции без трещины.

Величину повреждения - размеры усталостной и неусталостной трещин - будем характеризовать относительной поврежденной (зая-

той трещиной) площадью поперечного сечения детали $\bar{F}_n = \frac{F_n}{F_0}$, где F_0 - площадь неповрежденного сечения.

С целью сопоставления живучести конструкции с усталостной и неусталостной начальными трещинами принято, что равенство \bar{F}_n нац в обоих случаях обусловлено одинаковой геометрией упомянутых трещин.

Закономерности развития усталостной трещины в виде зависимостей поврежденной площади от времени $\bar{F}_n(\tau)$ определяем в соответствии с работой [2]. В ней рассматривается сечение детали (образца) как совокупность дискретных макроэлементов - волокон (модель троса).

Появление трещины трактуется как разрушение наиболее напряженного волокна. Распространение трещины - как последовательное разрушение волокон. Зависимость числа циклов N_i до разрушения волокна от его истинного напряжения σ_i определяется кривой усталости по появлению макротрещины, полученной экспериментально для образца при заданной вероятности появления трещины. Эта кривая должна быть пересчитана в соответствии с теорией подобия усталостного разрушения, а также с учетом качества обработки поверхности рассматриваемой детали.

К волокну применена линейная теория суммирования повреждений

$$D = \sum \frac{n_i}{N_i}, \quad (3)$$

где n_i - накопленное число циклов на уровне напряжений σ_i , N_i - разрушающее число циклов для волокна на том же уровне напряжений.

Время "жизни" каждого волокна полагается обусловленным накоплением в нем критического повреждения $D_{кр} = 1$.

Не теряя общности в рассуждениях, рассмотрим сечение плоского образца с концентратором в виде отверстия, нагруженного изгибающим моментом (рис. 1). По мере последовательного разрушения волокон 0, 1, 2, ..., k вдоль оси x и волокон 0, 1, 2, ..., i вдоль оси y эпюры напряжений будут изменяться как показано на рис. 1. Пусть волокно "0" разрушится в момент времени τ_0 при числе циклов N_0^0 , соответствующем напряжению σ_0^0 и найденному по кривой усталости по появлению трещины. Волокно 1, к которому переместится трещина, отработав время τ_0 при напряжении σ_1^0 , будет работать до разрушения время $\Delta \tau$ при напряжении σ_1^1 .

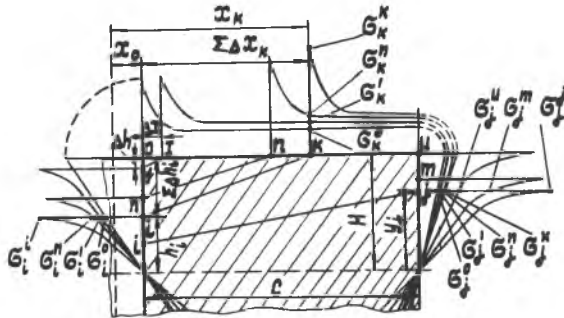


Рис. I

Здесь и далее G_k^n - напряжение в "К"-м волокне в момент разрушения волокна n , N_k^n - соответствующее разрушающее число циклов.

Отношение шага волокон Δx к интервалу времени Δt в пределе определяет скорость распространения трещины $\frac{dx}{dt}$ вдоль оси x . Аналогично может быть определена скорость $\frac{dh}{dt}$ вдоль оси h .

Математическое описание изложенной модели сводится к интегральным уравнениям относительно производных $\frac{d\tau}{dx}$, $\frac{d\tau}{dh}$, обратных скоростям распространения трещины вдоль осей x , h . Решение этих уравнений в конечных приращениях имеет вид

$$\frac{d\tau}{dx} = -\frac{N_{k+1}^{k+1}}{\Delta x_k} \left[\tau_0 \left(\frac{1}{N_{k+1}^0} - \frac{1}{N_k^0} \right) + \sum_{n=1}^k \left(\frac{d\tau}{dx} \right)_{n-1} \left(\frac{1}{N_{k+1}^n} - \frac{1}{N_k^n} \right) \Delta x_{n-1} \right], \quad (4)$$

$$\frac{d\tau}{dh} = -\frac{N_{i+1}^{i+1}}{\Delta h_i} \left[\tau_0 \left(\frac{1}{N_{i+1}^0} - \frac{1}{N_i^0} \right) + \sum_{n=1}^i \left(\frac{d\tau}{dh} \right)_{n-1} \left(\frac{1}{N_{i+1}^n} - \frac{1}{N_i^n} \right) \Delta h_{n-1} \right]. \quad (5)$$

Здесь индекс K относится к волокнам вдоль оси x , индекс i - к волокнам вдоль оси h . Остальные обозначения приведены выше.

На основании соображений, изложенных в [3], устанавливается вид линии фронта трещины и ее аппроксимация (на рис. I линия фронта трещины аппроксимирована прямой).

Далее может быть определена поврежденная площадь

$$F_n = \iint_{F_n} d\alpha dh \quad (6)$$

и ее зависимость от времени, имеющая вид, изображенный на рис. 2.

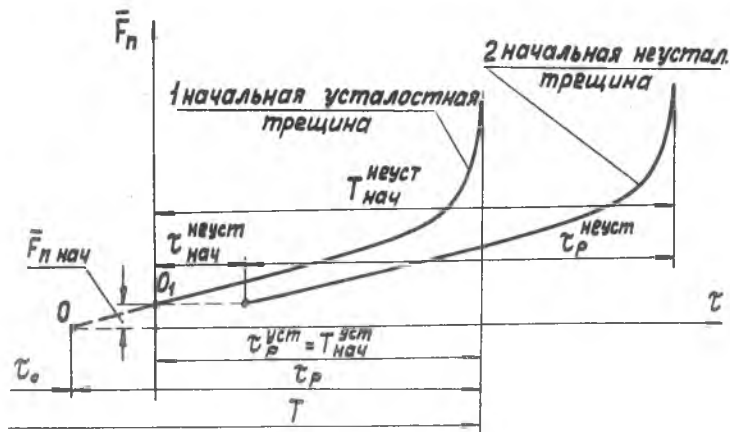


Рис. 2

Время τ_p , соответствующее $\frac{dF_n}{d\tau} \rightarrow \infty$, есть время распространения трещины до разрушения.

Полная долговечность конструкции

$$T = \tau_0 + \tau_p. \quad (7)$$

Если конструкция (образец) имеет усталостную трещину размером $F_{n \text{ нач}}$ (т.е. рассматриваемое нагружение начинается с точки O_1 , рис. 2), то время до ее разрушения есть $T_{\text{нач}}^{\text{уст}} = \tau_p^{\text{уст}}$. Особенностью рассмотренного случая является то обстоятельство, что усталостная трещина растет с момента начала нагружения (точка O_1), так как впереди лежащие волокна уже накопили повреждение за время $(T - T_{\text{нач}}^{\text{уст}})$, предшествующее началу нагружения в точке O_1 .

Рассмотрим начальную трещину неусталостного происхождения. Задача определения остаточной долговечности $T_{\text{нач}}^{\text{неуст}}$ сводится к определению времени начала движения трещины $\tau_{\text{нач}}^{\text{неуст}}$, которое находится с помощью кривой усталости по появлению макротрещины для

напряжения, соответствующего начальной трещине, и времени $\tau_p^{\text{неуст}}$ распространения трещины до разрушения

$$T_{\text{нач}}^{\text{неуст}} = \tau_{\text{нач}}^{\text{неуст}} + \tau_p^{\text{неуст}} \quad (8)$$

Время $\tau_p^{\text{неуст}}$ определяется по формулам (4), (5), (6). Так как до начала нагружения (точка O_1) повреждение волокон в этом случае отсутствует, то трещина развивается медленнее (кривая 2 на рис. 2) и $\tau_p^{\text{неуст}} > \tau_p^{\text{уст}}$.

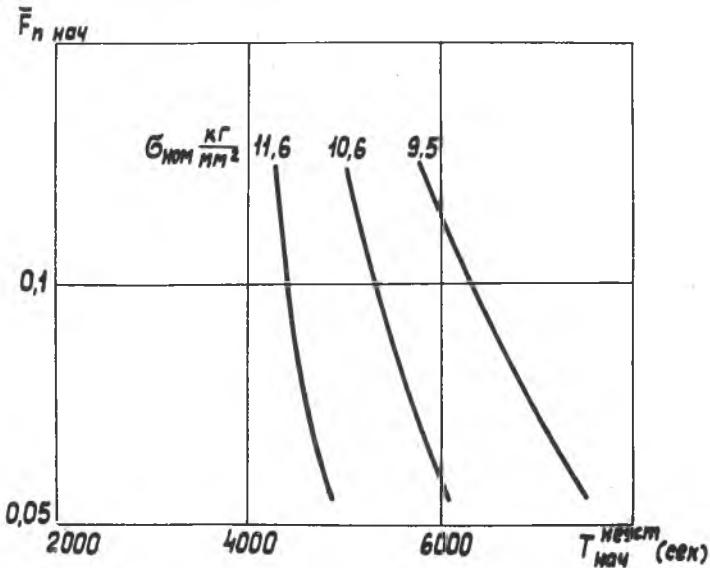


Рис. 3

На рис. 3 в качестве примера изображены кривые зависимости $T_{\text{нач}}^{\text{неуст}}$ от $F_{\text{п нач}}$ для разных уровней напряжений, вычисленные для плоского изгибаемого образца с отверстием (материал МА-2), которые могут быть названы кривыми живучести.

Коэффициенты живучести \mathcal{Z}_1 , определяемые формулами (1), (2), характеризуют долговечность поврежденной конструкции. Время начала движения трещины определяется напряжением σ_0^* , которое зависит

от начального концентратора. Так как начальная неусталостная трещина является более сильным концентратором, чем отверстие, то в рассматриваемом случае время, необходимое для начала движения неусталостной трещины, меньше времени возникновения трещины в непрожженном образце, т.е. $\tau_{нач}^{неуст} < \tau_0$. При этом всегда имеет место неравенство $T_{нач}^{уст} < T_{нач}^{неуст} < T$.

Указанные соотношения иллюстрирует таблица I сравнительных расчетных значений времени $\tau_{нач}$, отсчитанного от начала нагружения (точки O_1) до начала движения трещины, времени τ_p распространения ее до разрушения и полной долговечности T для начальных усталостной и неусталостной трещины, а также для образца без начальной трещины ($\sigma_{ном} = 12,5 \text{ кг/мм}^2$).

Таблица I

Вид трещины	$\tau_{нач}$, сек	τ_p , сек	T , сек
Начальная усталостная трещина	0	2750	2750
Начальная неусталостная трещина	600	3000	3600
Начальная трещина отсутствует	-	2800	4000

Из выражений (1), (2) и сказанного выше следует, что $\alpha_1 < 1$. При $\bar{F}_{лнач}$, стремящемся к нулю, α_1 стремится к единице.

На рис. 4 показаны зависимости коэффициентов живучести $\alpha_{1уст}$ и $\alpha_{1неуст}$, а также коэффициента α_2

$$\alpha_2 = \frac{\tau_p^{неуст}}{\tau_p^{уст}} \quad (9)$$

от $\bar{F}_{лнач}$, вычисленные для упомянутого образца. Коэффициент α_2 характеризует время распространения трещины. Так как $\tau_p^{уст} < \tau_p < \tau_p^{неуст}$, то $\alpha_2 > 1$ и при $\bar{F}_{лнач}$, стремящемся к нулю, α_2 стремится к единице.

Представляет интерес также изменение коэффициента

$$\alpha_3 = \frac{\tau_p^{неуст}}{T_{нач}^{неуст}} = \frac{1}{\tau_{нач}^{неуст} / \tau_p^{неуст} + 1} \quad (10)$$

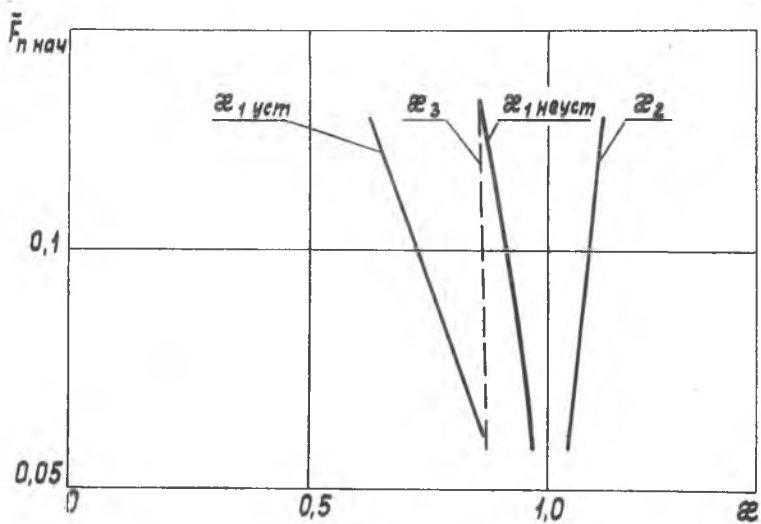


Рис. 4

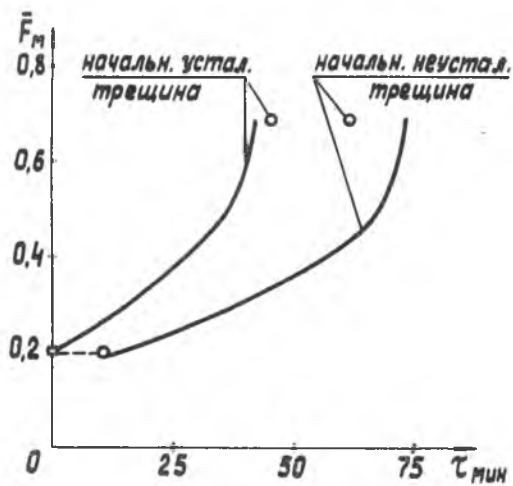


Рис. 5

и независимости от $\bar{F}_{\text{нач}}$. Как видно из рис. 4 (пунктирная кривая), значение $\bar{\alpha}_2$ изменяется мало, стремясь с уменьшением $\bar{F}_{\text{нач}}$ к отношению $\frac{\bar{F}_e}{\bar{T}} = 0,73$, которое имеет место для образцов без начального повреждения. Результаты проведенного в лаборатории прочности самолетов эксперимента с плоскими образцами из материала МА-2 при уровне напряжений $\bar{\sigma}_{\text{ном}} \cong 12,5 \text{ кг/мм}^2$ изображены на рис. 5. Начальная неусталостная трещина получена с помощью надреза. Точками на рис. 5 показаны результаты расчета (см. табл. I).

Л и т е р а т у р а

1. Ю.А.Лебедев. Влияние механических повреждений на долговечность обшивок самолетов ГА при стационарном режиме нагружения. - В сб.: Прочность и долговечность авиационных конструкций. Вып. 6, КИИГА, 1973.

2. А.С.Мостовой. Определение долговечности образца на основе некоторых представлений о механизме усталостного разрушения. - В сб.: Вопросы прочности элементов авиационных конструкций. Труды КуАИ, вып. 39, 1968.

3. А.С.Мостовой. О прогнозировании линии фронта усталостной трещины. "Проблемы прочности", № 2, "Наукова думка", Киев, 1974.