

А.С.Горячев, В.А.Звягинцев

ОПТИКО-АНАЛИТИЧЕСКИЙ МЕТОД ОБМЕРА ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ИЗДЕЛИЙ

Надежный и объективный контроль на всех этапах изготовления летательного аппарата является необходимым условием обеспечения требуемого качества. В настоящее время, когда имеется тенденция к росту габаритов летательных аппаратов при одновременном ужесточении требований по точности аэродинамических обводов, когда необходимо все большее количество информации о геометрических параметрах изделий, применение традиционных методов обмера становится затруднительным. Недостаточная точность этих методов, высокая трудоемкость процесса обмера, высокая стоимость обмерочной оснастки, недостаточное количество информации, получаемое этими методами - все это становится препятствием на пути их применения. К тому же малая универсальность этих методов приводит к тому, что для получения информации о различных геометрических параметрах при обмере даже одного изделия используют различные методы, а при смене изделия большая часть обмерочной оснастки становится непригодной. В связи с этим возникает необходимость в методе, который был бы лишен этих недостатков и обладал:

- 1 - высокой точностью и объективностью результатов обмера;
- 2 - малой трудоемкостью процесса обмера;
- 3 - высокой универсальностью, т.е. возможностью его применения для изделий различных габаритов и возможностью получения большого количества информации о геометрии изделия при минимальном количестве оснастки.

В качестве такого метода может быть предложен оптико-аналитический метод с применением ЭМ.

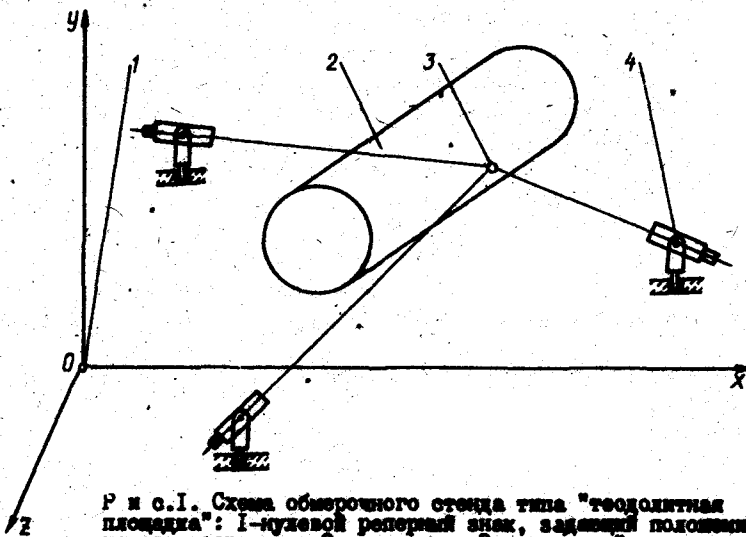
Суть метода проста: используя оптические средства, определить координаты характерных точек изделия, а затем, используя формулы аналитической геометрии, рассчитать на ЭМ все необходимые геометрические параметры.

Этот метод позволяет определять любые геометрические параметры, которые могут быть вычислены по координатам характерных точек (закрутка торцевых шпангоутов отсека, неплоскостность

стыковых шпангоутов отсека, углы и направление наклона плоскостей стыковых шпангоутов отсека, координаты некоторых точек в системе координат, связанной с изделием, изгиб оси изделия и другие).

Точность определения геометрических параметров изделия характеризуется точностью определения координат характерных точек. При этом характерными точками могут быть как реперные знаки на поверхности самого изделия, так и реперные знаки, расположенные на различных переходниках и приспособлениях, устанавливаемых на изделии. Количество реперных знаков и их расположение зависит от определяемых геометрических параметров и для каждого конкретного случая устанавливается отдельно. Методики расчета геометрических параметров различны для различных параметров, но в любом случае для расчетов необходимо знать координаты характерных точек.

Следует сразу же отметить, что возможны несколько способов реализации оптико-аналитического метода, которые различаются как конструктивными особенностями обмерочных стендов, так и методикой расчета координат характерных точек на ЭВМ. В данной статье рассмотрен наиболее простой пример реализации оптико-аналитического метода - обмерочный стенд типа "теодолитная площадка" (рис. 1).



Р и с. 1. Схема обмерочного стенда типа "теодолитная площадка": 1 - нулевой реперный знак, задающий положение начала координат; 2 - изделие; 3 - реперный знак на изделии; 4 - теодолит

Обмерочный стэнд представляет собой обычную бетонопробитую площадку со специальными опорами для установки теодолитов и с нулевым знаком, задающим положение начала системы координат, связанной с теодолитной площадкой. Система координат выбрана таким образом, что одна из ее осей (ось OY) вертикальна, а координаты всех характерных точек надела, устанавливаемого на теодолитной площадке, удовлетворяют условию $(x_i > 0; y_j > 0; z_j > 0)$. В этой системе координат заранее определены координаты точек пересечения осей вращения теодолитов $\{x_i, y_i, z_i\}$, где $i = 1, 2, 3, \dots, n$ - номер теодолита.

Количество теодолитов и их расположение должны быть такими, чтобы каждый реперный знак был виден как минимум с двух теодолитов. Помимо этого необходимо учесть, что точность определения координат реперных знаков зависит от расстояния между теодолитом и реперным знаком (для реперного знака, находящегося на расстоянии 25 метров от теодолита, точность определения координат должна составить примерно 0,25 мм, а для знака на расстоянии 50 метров - примерно 0,6 мм).

После того, как наделом неподвижно установлено на теодолитной площадке, можно начинать обмер. При этом положение надела относительно осей координат безразлично. Поскольку обработка результатов обмера будет производиться на ЭЕМ, то целесообразно предельно упростить функции контролеров, а все расчеты полностью передать на ЭЕМ. Процесс обмера весьма прост: последовательно наводя все теодолиты на каждый реперный знак, начиная с нулевого, снимать отсчеты с лимбов теодолита и заносить их в специальную таблицу (табл. I.). В случае, если с теодолита i не виден реперный знак j , в таблицу заносятся значения $\psi_{ij} = 444^{\circ}44'44''$ и $\alpha_{ij} = -444^{\circ}44'44''$, что условно означает отсутствие видимости. Отсчет по вертикальному лимбу α_{ij} имеет положительное значение, если реперный знак j лежит выше точки пересечения осей вращения теодолита i .

Обработка результатов на ЭЕМ ведется в следующем порядке.

I. Переход к радианному измерению углов

если $\psi_{ij} = a^{\circ}b'c''$, то в радианном измерении

$$\psi_{ij} = \frac{\pi}{180} a + \frac{\pi}{180 \cdot 60} b + \frac{\pi}{180 \cdot 60 \cdot 60} c \quad [\text{радиан}];$$

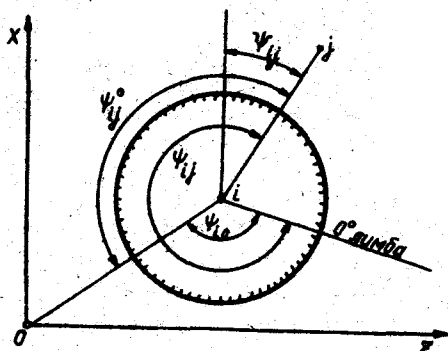
Таблица I

Модуль	Направление на нулевой реперный знак			Направление на реперные знаки								
				1			2	3	$j \dots$	m		
	гра-дусы	ми-ну-ты	се-кун-ды	гра-дусы	ми-ну-ты	се-кун-ды	гра-дусы	ми-ну-ты	се-кун-ды	гра-дусы	ми-ну-ты	се-кун-ды
Отсчет по горизонтальному либу	ψ_{10}			ψ_{11}						ψ_{1m}		
Отсчет по вертикальному либу	α_{10}			α_{11}						α_{1m}		
Отсчет по горизонтальному либу	ψ_{20}			ψ_{21}						ψ_{2m}		
Отсчет по вертикальному либу	α_{20}			α_{21}						α_{2m}		
Отсчет по горизонтальному либу	ψ_{n0}			ψ_{n1}						ψ_{nm}		
Отсчет по вертикальному либу	α_{n0}			α_{n1}						α_{nm}		

если $\alpha_{ij} = d'e'b$, то в радианном измерении

$$\alpha_{ij} = \frac{n}{180} d + \frac{n}{180 \cdot 60} e + \frac{n}{180 \cdot 60 \cdot 60} f \text{ [радиан]}$$

2. Расчет углов между положительным направлением оси X и направлением с i -го теодолита на j -й реперный знак (рис. 2)



Р и с. 2. Горизонтальный лимб теодолита: j - реперный знак номер j ; O - нулевой реперный знак; i - точка пересечения осей вращения теодолита номер i ; ψ_{i0} - отсчет по лимбу теодолита номер i , направленного на нулевой реперный знак; ψ_{ji} - отсчет по лимбу теодолита номер i , направленного на реперный знак номер j ; ψ_{ij} - угол между направлениями с теодолита номер i на нулевой знак и на реперный знак номер j ; ψ_{ji}^0 - угол между положительным направлением оси X и направлением с теодолита номер i на реперный знак номер j .

$$\psi_{ij}^0 = \psi_{ij} - \psi_{i0} \quad (\text{при } \psi_{ij} - \psi_{i0} \geq 0) \text{ или}$$

$$\psi_{ij}^0 = \psi_{ij} - \psi_{i0} + 2\pi \quad (\text{при } \psi_{ij} - \psi_{i0} < 0);$$

$$\psi_{ij}^0 = \psi_{i0} - \frac{\pi}{2} - \alpha z \operatorname{ctg} \frac{x_i}{z_i} \quad (\text{при } \psi_{ij}^0 - \frac{\pi}{2} - \alpha z \operatorname{ctg} \frac{x_i}{z_i} < \pi);$$

$$\psi_{ij}^0 = \psi_{i0} - \frac{5\pi}{2} - \alpha z \operatorname{ctg} \frac{x_i}{z_i} \quad (\text{при } \psi_{ij}^0 - \frac{\pi}{2} - \alpha z \operatorname{ctg} \frac{x_i}{z_i} \geq \pi).$$

ψ_{ij}^0 - может принимать значение от $+\pi$ до $-\pi$, причем $\psi_{ij}^0 > 0$, если угол отсчитан от положительного направления оси X по часовой стрелке (см. рис. 2).

3. Расчет координат реперных знаков в системе координат, связанной с теодолитной площадкой.

Для каждой пары теодолитов i и j , имеющих координаты точек пересечения осей вращения $\{x_i, y_i, z_i\}$ и $\{x_j, y_j, z_j\}$, с которых есть видимость на j -й реперный знак, можно записать

$$x_j = \frac{(z_l - z_p) - x_l \operatorname{tg} \psi_{ij} + x_p \operatorname{tg} \psi_{pi}}{\operatorname{tg} \psi_{pj} - \operatorname{tg} \psi_{ij}};$$

$$z_j = z_l + (x_j + x_l) \operatorname{tg} \psi_{ij};$$

$$y_j = y_l + \sqrt{(z_j - z_l)^2 + (x_j - x_l)^2} \operatorname{tg} \alpha_{ij}.$$

В случае, если видимость на j -й реперный знак имеется с K теодолитов, то значения координат осредняются:

$$x_j = \frac{1}{(K-1)^{K-1}} \sum_{i=1}^K \sum_{\substack{p=1 \\ p \neq i}}^K \frac{(z_i - z_p) - x_i \operatorname{tg} \psi_{ij} + x_p \operatorname{tg} \psi_{pi}}{\operatorname{tg} \psi_{pj} - \operatorname{tg} \psi_{ij}};$$

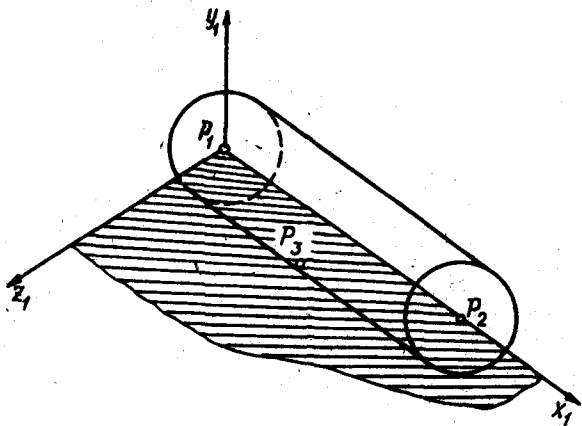
$$z_j = \frac{1}{(K-1)^{K-1}} \sum_{i=1}^K \sum_{\substack{p=1 \\ p \neq i}}^K [z_i + (x_j + x_i) \operatorname{tg} \psi_{ij}];$$

$$y_j = \frac{1}{(K-1)^{K-1}} \sum_{i=1}^K \sum_{\substack{p=1 \\ p \neq i}}^K [y_l + \sqrt{(z_j - z_l)^2 + (x_j - x_l)^2} \operatorname{tg} \alpha_{ij}].$$

Поскольку имеется много способов задания системы координат, связанной с наделом, то ограничимся рассмотрением примера. Пусть система координат задана тремя реперными знаками, как это показано на рисунке 3. Реперные знаки ρ_1 и ρ_2 определяют направление оси X_1 , причем реперный знак ρ_1 определяет положение начала координат. Реперный знак ρ_3 определяет плоскость, перпендикулярную оси Y_1 .

Уравнение оси X_1 записывается в виде

$$\frac{X_1 - X_1}{X_2 - X_1} = \frac{Y_1 - Y_1}{Y_2 - Y_1} = \frac{Z_1 - Z_1}{Z_2 - Z_1}.$$



Р и с. 3 . Система координат, связанная с наделом

Направляющие косинусы, определяющие положение оси x_1 в пространстве, запишутся в виде

$$\cos(\hat{x}_1, x) = \frac{x_2 - x_1}{\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}};$$

$$\cos(\hat{x}_1, y) = \frac{y_2 - y_1}{\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}};$$

$$\cos(\hat{x}_1, z) = \frac{z_2 - z_1}{\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}}.$$

Уравнение оси y_1 запишется в виде

$$\frac{x - x_1}{A} = \frac{y - y_1}{B} = \frac{z - z_1}{C},$$

где

$$A = (y_3 - y_1)(z_2 - z_1) - (y_2 - y_1)(z_3 - z_1);$$

$$B = (z_3 - z_1)(x_2 - x_1) - (z_2 - z_1)(x_3 - x_1);$$

$$C = (x_3 - x_1)(y_2 - y_1) - (x_2 - x_1)(y_3 - y_1).$$

Направляющие косинусы оси y_1 запишутся в виде:

$$\cos(\hat{y}_1, \hat{x}) = \frac{A}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}};$$

$$\cos(\hat{y}_1, \hat{y}) = \frac{B}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}};$$

$$\cos(\hat{y}_1, \hat{z}) = \frac{C}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}.$$

Направляющие косинусы оси z_1 определяются из соотношения направляющих косинусов первой системы:

$$\cos(\hat{z}_1, \hat{x}) = \cos(\hat{x}_1, \hat{y}) \cos(\hat{y}_1, \hat{z}) - \cos(\hat{x}_1, \hat{z}) \cos(\hat{y}_1, \hat{y});$$

$$\cos(\hat{z}_1, \hat{y}) = \cos(\hat{x}_1, \hat{z}) \cos(\hat{y}_1, \hat{x}) - \cos(\hat{x}_1, \hat{x}) \cos(\hat{y}_1, \hat{z});$$

$$\cos(\hat{z}_1, \hat{z}) = \cos(\hat{x}_1, \hat{x}) \cos(\hat{y}_1, \hat{y}) - \cos(\hat{x}_1, \hat{y}) \cos(\hat{y}_1, \hat{x}).$$

4. Переход к системе координат, связанной с изделием.

Координаты реперных знаков в системе, связанной с изделием, определяются из следующих соотношений:

$$\hat{x}'_j = (x_j - x_1) \cos(\hat{x}_1, \hat{x}) + (y_j - y_1) \cos(\hat{x}_1, \hat{y}) + (z_j - z_1) \cos(\hat{x}_1, \hat{z});$$

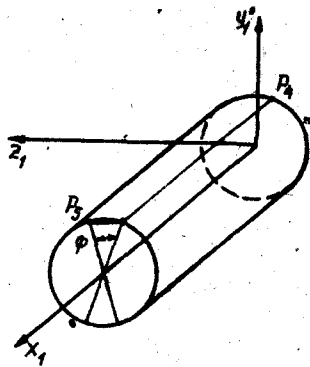
$$\hat{y}'_j = (x_j - x_1) \cos(\hat{y}_1, \hat{x}) + (y_j - y_1) \cos(\hat{y}_1, \hat{y}) + (z_j - z_1) \cos(\hat{y}_1, \hat{z});$$

$$\hat{z}'_j = (x_j - x_1) \cos(\hat{z}_1, \hat{x}) + (y_j - y_1) \cos(\hat{z}_1, \hat{y}) + (z_j - z_1) \cos(\hat{z}_1, \hat{z}).$$

5. Расчет необходимых геометрических параметров. Приведем в качестве примера определение закрутки стыковых шпангоутов отсека.

Как видно из рис. 4, закрутка стыковых шпангоутов определяется взаимным расположением реперных знаков ρ_4 и ρ_5 . Угол закрутки рассчитывается по формуле

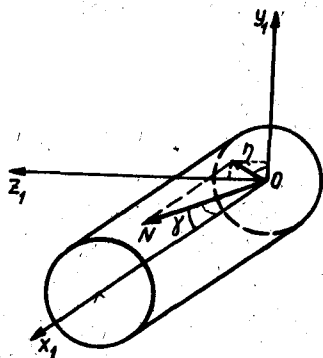
$$\psi = \alpha z c \sin \alpha \left| \frac{z_4 - z_5}{\sqrt{y_5^2 + z_5^2}} \right|.$$



Р и с. 4. Угол закрутки ψ стыковых шпангоутов

Направление угла закрутки определяется правилом знаков: $\varphi > 0$ при $z_4 - z_5 < 0$.

Рассмотрим пример определения величины и направления наклона плоскости стыкового шпангоута (рис.5). Пусть мы имеем на стыковом шпангоуте q реперных знаков. Вследствие неточности изготовления шпангоута и погрешностей нанесения реперных знаков, последние не лежат в одной плоскости. Поэтому за плоскость стыка примем осредняющую плоскость, полученную методом наименьших квадратов.



Р и с. 5. Угол и направление наклона нормали плоскости стыкового шпангоута относительно оси X_1 :

N — нормаль к плоскости стыкового шпангоута; φ — угол между нормалью к плоскости стыкового шпангоута и осью X_1 ; φ — угол, характеризующий направление наклона нормали

систему уравнений

$$\begin{cases} a^2 + b^2 + c^2 = 1; \\ \sum_{j=1}^q x_j (ax_j + by_j + cz_j + d) = 0; \\ \sum_{j=1}^q y_j (ax_j + by_j + cz_j + d) = 0; \\ \sum_{j=1}^q z_j (ax_j + by_j + cz_j + d) = 0. \end{cases}$$

Перепишем последние три уравнения в виде:

$$a \sum_{j=1}^q x_j^2 + b \sum_{j=1}^q x_j y_j + c \sum_{j=1}^q x_j z_j = -d \sum_{j=1}^q x_j;$$

Если уравнение осредняющей плоскости записать в нормальном виде $ax + by + cz + d = 0$, где a, b, c — направляющие косинусы нормального вектора плоскости, удовлетворяющие условию $a^2 + b^2 + c^2 = 1$,

то расстояние от j -го реперного знака до этой плоскости будет равно

$$L_j = ax_j + by_j + cz_j + d.$$

Составим сумму $Q = \sum_{j=1}^q (L_j)^2$.

Эта сумма будет максимальной, если коэффициенты уравнения плоскости будут удовлетворять условиям:

$$\frac{\partial Q}{\partial a} = 0; \quad \frac{\partial Q}{\partial b} = 0; \quad \frac{\partial Q}{\partial c} = 0.$$

Отсюда для определения коэффициентов a, b, c и d имеем

$$a \sum_{j=1}^q x_j y_j + b \sum_{j=1}^q y_j^2 + c \sum_{j=1}^q y_j z_j = -d \sum_{j=1}^q y_j;$$

$$a \sum_{j=1}^q x_j z_j + b \sum_{j=1}^q y_j z_j + c \sum_{j=1}^q z_j^2 = -d \sum_{j=1}^q z_j.$$

и решим, используя формулы Крамера,

$$a = -d \frac{\Delta a}{\Delta}; \quad b = -d \frac{\Delta b}{\Delta}; \quad c = -d \frac{\Delta c}{\Delta},$$

где

$$\Delta = \begin{vmatrix} \sum_{j=1}^q x_j^2 & \sum_{j=1}^q x_j y_j & \sum_{j=1}^q x_j z_j \\ \sum_{j=1}^q x_j y_j & \sum_{j=1}^q y_j^2 & \sum_{j=1}^q y_j z_j \\ \sum_{j=1}^q x_j z_j & \sum_{j=1}^q y_j z_j & \sum_{j=1}^q z_j^2 \end{vmatrix}.$$

Определители Δa , Δb и Δc получены из определителя Δ путем замены соответственно первого, второго и третьего столбцов столбцом

$$\sum_{j=1}^q x_j; \quad \sum_{j=1}^q y_j; \quad \sum_{j=1}^q z_j.$$

Используя первое уравнение системы, получим

$$\frac{d^2}{\Delta^2} (\Delta a^2 + \Delta b^2 + \Delta c^2) = 1.$$

Отсюда

$$d = \pm \sqrt{\frac{\Delta^2}{(\Delta a^2 + \Delta b^2 + \Delta c^2)}}.$$

Возьмем d сначала положительным, если коэффициент $a \leq 0$, то d берется с противоположным знаком.

Перейдем теперь от направляющих косинусов нормали к углам γ и η , характеризующим положение плоскости (рис. 5)

Ввод данных

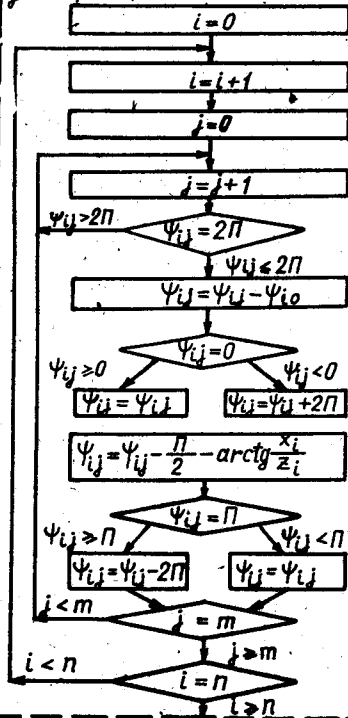
$x_i; y_i; z_i$ — 3п значений
 $\psi_{ij} = a^\circ b' c''$
 $\alpha_{ij} = d^\circ e' f''$

Переход к радианному измерению углов

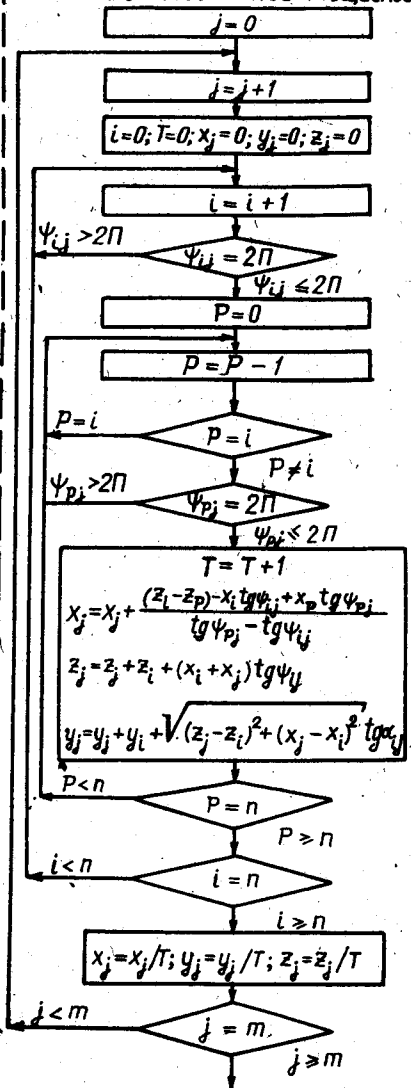
$$\psi_{ij} = \frac{\pi}{180} a + \frac{\pi}{180 \cdot 60} b + \frac{\pi}{180 \cdot 60 \cdot 60} c$$

$$\alpha_{ij} = \frac{\pi}{180} d + \frac{\pi}{180 \cdot 60} e + \frac{\pi}{180 \cdot 60 \cdot 60} f$$

Расчет углов между положительным направлением оси X и направлением с i-го теодолитной площадкой на j-ый реперный знак



Определение координат реперных знаков в системе координат, связанной с теодолитной площадкой



Определение положения системы координат, связанной с изделием

$$m_1 = \frac{x_2 - x_1}{\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}}$$

$$n_1 = \frac{y_2 - y_1}{\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}}$$

$$l_1 = \frac{z_2 - z_1}{\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}}$$

$$A = (y_3 - y_1)(z_2 - z_1) - (z_3 - z_1)(y_2 - y_1)$$

$$B = (z_3 - z_1)(x_2 - x_1) - (x_3 - x_1)(z_2 - z_1)$$

$$C = (x_3 - x_1)(y_2 - y_1) - (y_3 - y_1)(x_2 - x_1)$$

$$m_2 = \frac{A}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$$

$$n_2 = \frac{B}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$$

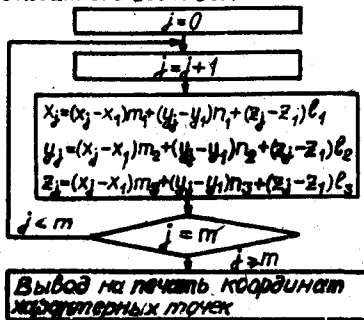
$$l_2 = \frac{C}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$$

$$m_3 = n_1 l_2 - l_1 n_2$$

$$n_3 = l_1 m_2 - m_1 l_2$$

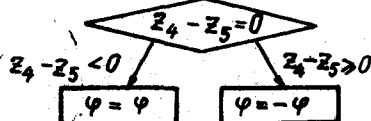
$$l_3 = m_1 n_2 - n_1 m_2$$

Переход к системе координат, связанной с изделием



Расчет необходимых геометрических параметров

$$\varphi = \arcsin \left| \frac{z_4 - z_5}{\sqrt{z_5^2 + y_5^2}} \right|$$

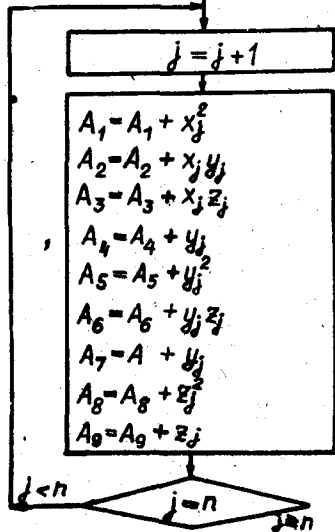


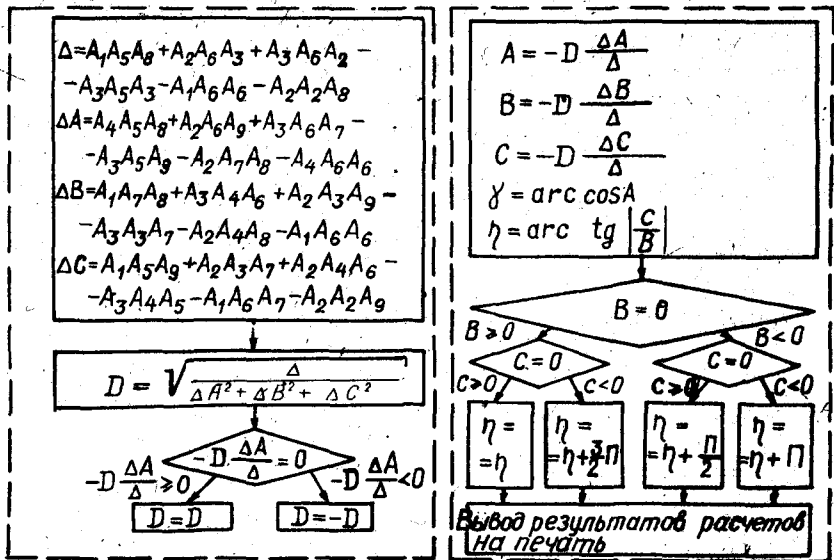
Вывод на печать угла закрутки стыковых шпангоутов отсека

$$j=0; A_1=0; A_2=0; A_3=0$$

$$A_4=0; A_5=0; A_6=0$$

$$A_7=0; A_8=0; A_9=0$$





Р и с. 6. Блок-схема программы для расчета на ЭМ

$\gamma = \arccos a$ - угол, образованный нормалью к осредняющей плоскости с осью Ox ,

$\eta = \arccos \left| \frac{c}{b} \right|$ при $b > 0, c > 0$;

$\eta = \arccos \left| \frac{c}{b} \right| + \frac{\pi}{2}$ при $b < 0, c > 0$;

$\eta = \arccos \left| \frac{c}{b} \right| + \pi$ при $b < 0, c < 0$;

$\eta = \arccos \left| \frac{c}{b} \right| + \frac{3}{2}\pi$ при $b > 0, c < 0$.

Аналогичным образом рассчитываются остальные геометрические параметры. В заключение приведем блок-схему программы обработки результатов обмера на ЭМ (рис. 6).