

ИССЛЕДОВАНИЕ КОЛЕБАНИЙ В ТРЕХМЕРНОЙ МОДЕЛИ ПОПУЛЯЦИОННОЙ ДИНАМИКИ

В. А. Бланк

ФГБОУ ВПО "Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королева (национальный исследовательский университет)"
(г. Самара, Московское шоссе 34, 443086),
veronika_blank@mail.ru

В работе исследуются колебания в трехмерной модели типа «хищник- жертва». Она описывает сосуществование в одном ареале обитания двух популяций экологических видов, один из которых - 'хищники' - живут за счет поедания другого, "дающего пищу" - 'жертв'.

Уравнения, описывающие динамику популяций хищников и их жертв, представлены в форме:

$$\begin{cases} x' = x\left(\frac{m_1 z}{b_1 + z} - d_1\right) \\ y' = y\left(\frac{m_2 z}{b_2 + z} - d_2\right) \\ \varepsilon z' = z\left(1 - z - \frac{m_1 x}{b_1 + z} - \frac{m_2 y}{b_2 + z}\right) \end{cases} \quad (1)$$

В этих уравнениях x , y - плотность хищников, z - плотность жертвы, m_1 , m_2 - максимальный рост или рождаемость хищников, d_1 , d_2 - смертность хищников, b_1 , b_2 - количество жертв, приходящихся на одного хищника.[1]

Найдены значения параметров m_1 , m_2 при которых наблюдаются: устойчивые состояния равновесия, релаксационные циклы и циклы-утки. Результаты численного анализа системы уравнений (1) с использованием интегрированного пакета Mathematica представлены ниже.

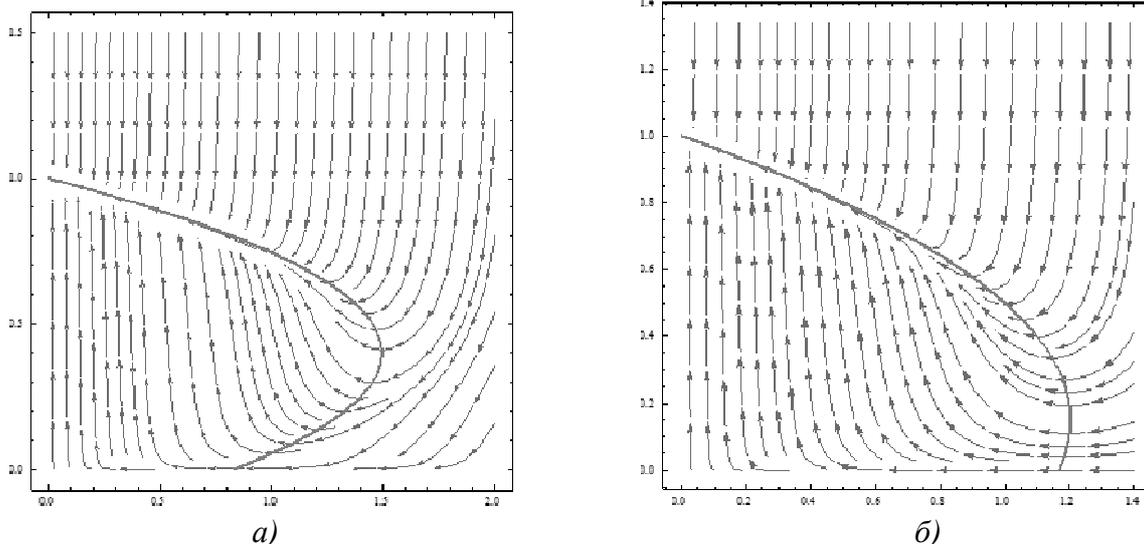


Рисунок 1. Устойчивое положение равновесия при: а) $m_1 = 0,241$ б) $m_2 = 0.6$

Фазовые траектории могут при $\varepsilon \rightarrow 0$ в некоторых специальных случаях стремиться к кривым, имеющим особую структуру. Эти предельные кривые называются

траекториями-утками [2].

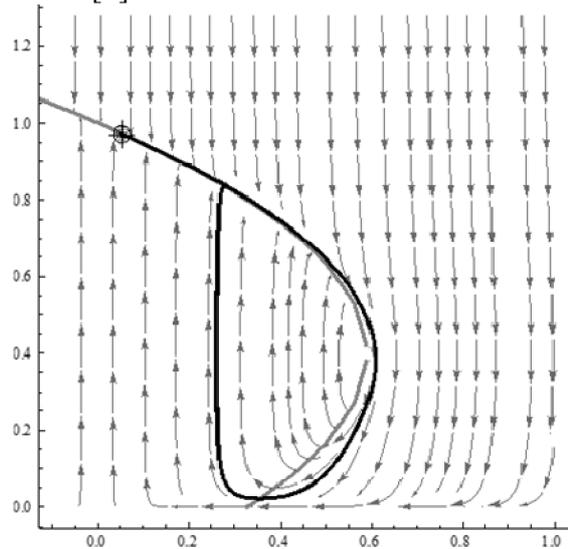
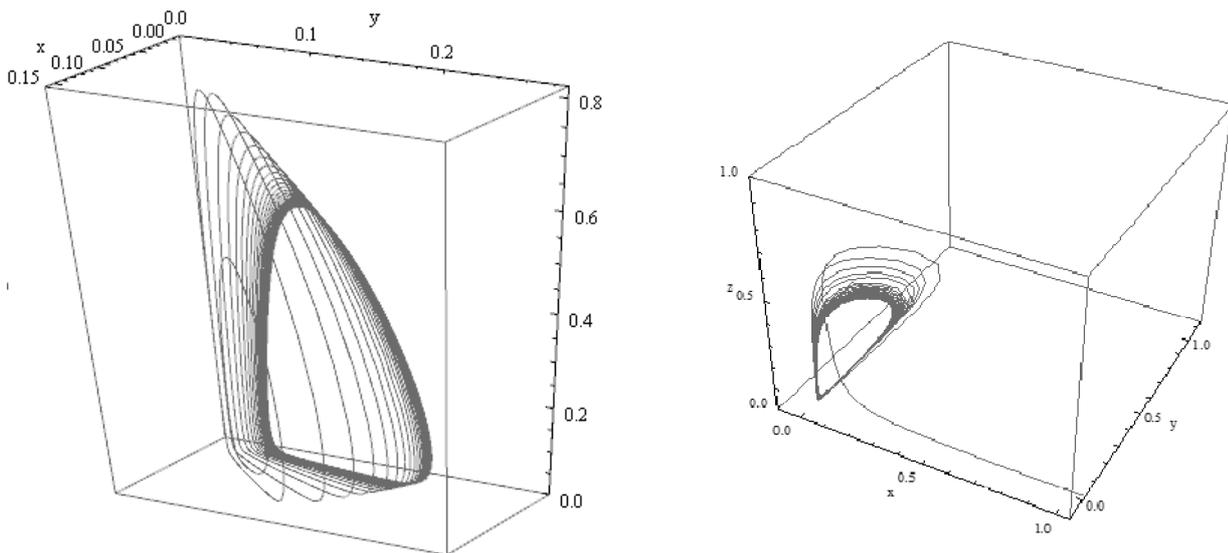


Рисунок 2. Цикл-утка при $m_1=0,6095$



а)

б)

Рисунок 3. 3D – графики: а) релаксационные циклы на каждой из координатных плоскостей $x=0$, $y=0$; б) релаксационный цикл на плоскости yOz и устойчивое положение равновесия на плоскости xOz .

ЛИТЕРАТУРА

1. *W. Liu, D. Xiao, Y. Yi* . Relaxation oscillations in a class of predator–prey. *J. Differential Equations*. 2003. V. 188. P. 306–331.
2. *Соболев В. А., Щепкина Е. А.* Редукция моделей и критические явления в макрокинетики. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2010. 320с.