МОДЕЛИРОВАНИЕ И ОПТИМИЗАЦИЯ РАЗРАБОТКИ МЕСТОРОЖДЕНИЙ МНОГОСКВАЖИННЫМИ ДВОЯКОПЕРИОДИЧЕСКИМИ КЛАСТЕРАМИ

В. И. Астафьев, П. В. Ротерс

Самарский государственный университет,
vlast@ssu.samara.ru, roters@ssu.samara.ru

Работа посвящена исследованию продуктивности симметрических многоскважинных двоякопериодических систем вертикальных добывающих скважин или многоскважинных кластеров. Под кластером подразумевается объединение нескольких однородных элементов такое, что его можно рассматривать как отдельный модуль, имеющий определенные свойства.

Предполагается, что все скважины (члены кластера) расположены в однородном замкнутом резервуаре постоянной толщины и работают с различными дебитами в псевдо стационарном режиме. Замкнутый резервуар моделируется подобно методу мнимых источников, как элемент бесконечного двоякопериодического массива скважин, а уравнения движения жидкости представляется с помощью дзета и сигма-функции Вейерштрасса. Такой подход позволяет найти распределение давления и поля скорости в резервуаре любой формы и, далее, вычислить коэффициент продуктивности (PI) форм-фактор Дитца (C_A) для любых форм резервуара, не только для прямоугольных и треугольных, как было вычислено Дитцем [1]. Так же этот подход можно использовать для исследования оптимального расположения скважин.

Рассмотрим двоякопериодический кластер, состоящий из n вертикальных скважин с дебитами $Q1, Q2, \dots Qn$, расположенными в точках (x_1, y_1), (x_2, y_2), … (x_n, y_n), соответствующие периодам ω_1 и ω_2. В работе [2] было построено решение для случая, когда в параллелограмме периодов расположена одна скважина. Решение позволяет найти распределение поля скоростей и давления в комплексных переменных $z = x + iy$:

$$\overline{V} = \upsilon_x - i\upsilon_y = -\frac{Q}{2\pi h}(\zeta(z) + \alpha z - \beta \overline{z}),$$

$$p = p_w + \frac{Q}{2\pi kh}[\mathrm{Re}(\ln\sigma(z) + \alpha\frac{z^2}{2}) - \beta\frac{z\overline{z}}{2} - \ln r_w], \tag{1}$$

где $\zeta(z)$ и $\sigma(z)$ – дзета и сигма-функция Вейерштрасса,
$\alpha = (\beta\overline{\omega} - 2\zeta(\omega/2))/\omega$, $\beta = \pi/\Delta$, $\Delta = \mathrm{Im}(\overline{\omega}_1, \omega_2)$, $\omega = m\omega_1 + n\omega_2 (m, n = 0, \pm1, \pm2, \dots)$.

Используя метод суперпозиции решение для многоскважинного кластера может быть получено в виде:

$$\overline{V}(x, y) = -\sum_{k=1}^{n} \frac{Q_k}{2\pi h}(\zeta(z - z_k) + \alpha(z - z_k) - \beta(\overline{z} - \overline{z}_k)) \tag{2}$$

$$\overline{p}(t)-p(x,y)=\sum_{k=1}^{n}q_k(\ln R-[\mathrm{Re}(\ln\sigma(z-z_k)+\alpha\frac{(z-z_k)^2}{2})-\beta\frac{\left|z-z_k\right|^2}{2}]),\tag{3}$$

где $R=\Delta^{1/2}/(4\pi^2\,\mathrm{Im}\,\tau\left|(qq_1)^{1/6}\prod_{n=1}^{\infty}(1-q^{2n})^2(1-q_1^{\;2n})^2\right|)^{1/2}$ - приведенный радиус двоякопериодической решетки, представленный в работе [3], $q_k=Q_k\mu/2\pi kh$ - обобщенный дебит *k*-ой скважины в кластере, $q=e^{i\pi\tau}$ и $q_1=e^{-i\pi/\tau}$ - параметры Якоби.

Выражение для коэффициента продуктивности $J_i=q_i/\Delta p_i$ *i*-той скважины в многоскважинном кластере и общий многоскважинный коэффициент продуктивности $J=(q_1+q_2+...q_n)/(p_1+p_2+...p_n)$ для всего кластера имеют форму:

$$J_i^{-1}=\sum_{k=1}^{n}s_{ki}\ln(R/R_{ik}),\quad J^{-1}=\sum_{k=1}^{n}s_kJ_k^{-1}=\sum s_ka_k,\tag{4}$$

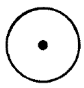
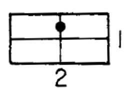
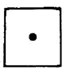
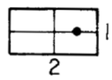
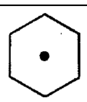
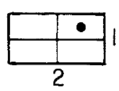
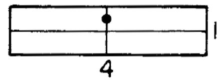
где $s_{ki}=q_k/q_i$, $s_k=q_k/(q_1+q_2+...q_n)$, $a_k=\sum_{i=1}^{n}\ln(R/R_{ik})$. Таким образом, проблема оптимизации расположения скважин в кластере решается нахождением максимального значения *J*.

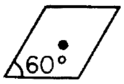
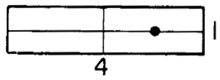
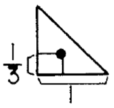
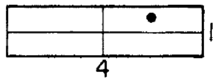
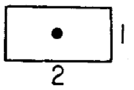
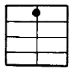
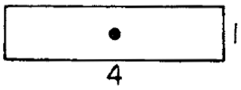
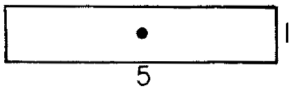
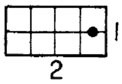
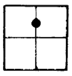
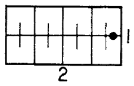
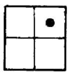
Представление коэффициента продуктивности как $J_k^{-1}=(1/2)\ln(4\Delta_k/\gamma C_A^{(k)}r_w^2)$, где $C_A^{(k)}$ - форм-фактор Дитца для *k*-ой скважины в кластере, приводит к следующему:

$$\frac{C_A^{(k)}}{C_A}=s_k\prod_{\substack{i=1\\i\neq k}}^{n}\left(\frac{\gamma C_AR_{ik}^2}{4\Delta}\right)^{s_{ik}}\tag{5}$$

Данное выражение позволяет находить форм-факторы для многих сложных резервуаров. В таблице 1 представлены значения, вычисленные по формуле (5), для соответствующих форм резервуара. Все они соответствуют значениям, которые были опубликованы Дитцем [1].

Таблица1 *Значения форм-фактора Дитца, вычисленные на основе формулы (6).*

	31.6		10.837
	30.881		4.522
	31.548		2.081
	27.321		2.689

	26.493		0.232
	21.918		0.116
	21.836		3.335
	5.378		3.157
	2.359		0.583
	12.984		0.112
	4.522		0.100

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ 13-03-97008-р_поволжье_а.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Dietz D.N.* Determination of Average Reservoir Pressure From Build-Up Surveys. Rejswijk, The Nitherland: SPE, 1964. P. 955-959.

2. *Астафьев В.И., Ротерс П.В.* Моделирование двоякопериодических систем добывающих скважин // Вестник СамГУ. 2010. № 78 (4). С. 5-11.

3. *Астафьев В.И., Ротерс П.В.* Моделирование двоякопериодических систем добывающих скважин. 2. Коэффициент продуктивности. // Вестник СамГУ. 2011. № 89 (8). С. 118-127.