ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ПЕРЕОРИЕНТАЦИЕЙ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА ПРИ ПЕРЕНАЦЕЛИВАНИИ АППАРАТУРЫ ЗОНДИРОВАНИЯ

М. В.Морозова

Институт проблем управления сложными системами РАН
morozova_mv@list.ru

В настоящее время широкое применение находят системы дистанционного зондирования Земли (ДЗЗ) из космоса. Получаемая с их помощью информация находит эффективное применение для решения задач в интересах социально-экономического развития территорий [1, 2]. Одной из задач, решаемых в ходе планировании процессов дистанционного зондирования на борту космического аппарата (КА) ДЗЗ, является задача оптимального управления переориентацией КА ДЗЗ при перенацеливании его аппаратуры зондирования.

Рассмотрим вращательное движение КА ДЗЗ вокруг центра масс [3]:

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}} = \mathbf{N}(\boldsymbol{\sigma})\tilde{\boldsymbol{\omega}}\,; \quad \dot{\tilde{\boldsymbol{\omega}}} = \mathbf{B}\mathbf{u} + \mathbf{f}_{\omega} \tag{1}$$

где $\boldsymbol{\sigma}$ – вектор параметров ориентации КА в орбитальной системе координат, $\tilde{\boldsymbol{\omega}}$ – вектор угловой скорости КА в ОСК, которая вращается с угловой скоростью $\boldsymbol{\omega}_{\text{ОСК}}(t)$ ($\boldsymbol{\omega} = \tilde{\boldsymbol{\omega}} + \boldsymbol{\omega}_{\text{ОСК}}$ – вектор абсолютной угловой скорости КА); $\mathbf{u}$ – вектор управляющих параметров, $\mathbf{B} = \operatorname{diag}(b_x, b_y, b_z)$, $b_k = a_k / J_k$, $k = x, y, z$ (J_k, $k = x, y, z$, – главные центральные моменты инерции КА, a_k, $k = x, y, z$, – некоторые заданные коэффициенты); $\mathbf{f}_{\omega} = \mathbf{f}_{\omega}(t, \boldsymbol{\sigma}, \tilde{\boldsymbol{\omega}})$ – вектор-функция, определяемая гироскопическим и иными возмущающими моментами. Вид матрицы $\mathbf{N}(\boldsymbol{\sigma})$ определяется системой выбранных параметров ориентации.

Маневр перенацеливания аппаратуры зондирования КА на интервале управления $[t_0, t_f]$ в общем случае задается следующими граничными условиями:

$$\boldsymbol{\sigma}(t_0) = \boldsymbol{\sigma}_0\,; \quad \boldsymbol{\sigma}(t_f) = \boldsymbol{\sigma}_f\,; \quad \tilde{\boldsymbol{\omega}}(t_0) = \tilde{\boldsymbol{\omega}}_0\,; \quad \tilde{\boldsymbol{\omega}}(t_f) = \tilde{\boldsymbol{\omega}}_f\,, \tag{2}$$

где $\boldsymbol{\sigma}_0$, $\boldsymbol{\sigma}_f$, $\tilde{\boldsymbol{\omega}}_0$, $\tilde{\boldsymbol{\omega}}_f$ – заданные векторные константы.

По определению [3]:

$$\dot{\boldsymbol{\pi}} = \tilde{\boldsymbol{\omega}}\,, \tag{3}$$

где $\boldsymbol{\pi}$ – вектор квазикоординат. Соответственно, первое уравнение в (1) можно было бы заменить кинематическим соотношением (3). Тогда уравнения углового движения КА (1) приводятся к виду

$$\dot{\boldsymbol{\pi}} = \tilde{\boldsymbol{\omega}}\,; \quad \dot{\tilde{\boldsymbol{\omega}}} = \mathbf{B}\mathbf{u} + \mathbf{f}_{\omega} \tag{4}$$

и граничные условия (2) заменяются следующими условиями:

$$\boldsymbol{\pi}(t_0) = 0\,; \quad \boldsymbol{\pi}(t_f) = \boldsymbol{\pi}_f\,, \tag{5}$$

где $\boldsymbol{\pi}_f$ – вектор значений квазикоординат в конечный момент времени. Если в (4) предположить, что $\mathbf{f}_{\omega}$ – известная на интервале управления $[t_0, t_f]$ вектор-функция времени, то эту систему можно рассматривать как линейную управляемую систему. Для нее можно сформулировать двухточечную граничную задачу: найти такое допустимое управление $\mathbf{u}(\cdot) \in L_q$, что для него на решениях системы (4) удовлетворяются граничные условия (5).

В задачах оптимального управления переориентацией КА дополнительно требуется минимизировать какой-либо показатель качества управления, который может быть представлен, например, функционалом типа нормы в $L_q[t_0, t_f]$, $1 \le q \le \infty$ [4]:

$$J(\mathbf{u}(\cdot)) = \| \mathbf{u}(\cdot) \|_{L_q}^{(\nu)} \to \min, \tag{6}$$

где $\| \mathbf{u}(\cdot) \|_{L_q}^{(\nu)} = \left(\int_{t_0}^{t_f} \| \mathbf{u}(\tau) \|_\nu^q \, d\tau \right)^{1/q}$ при $1 \le q < \infty$, $\| \mathbf{u}(\tau) \|_\nu$ – векторная норма для $\mathbf{u}(\tau)$ ($\forall \tau \in [t_0, t_f]$, $1 \le \nu \le \infty$); если $q = \infty$, то в (6) $\| \mathbf{u}(\cdot) \|_{L_\infty}^{(\nu)} = \operatorname{vrai\,max}_{\tau \in [t_0, t_f]} \| \mathbf{u}(\tau) \|_\nu$. Как известно [4], такие задачи эффективно решаются сведением к оптимальной проблеме моментов.

Отметим, что полученное с помощью метода моментов решение задачи оптимального управления (4), (5), (6) нельзя непосредственно применить для объекта управления, представленного исходной моделью (1), (2), (6). Это обусловлено тем, что замена исходной нелинейной модели на «квазилинейную» связана с заменой кинематического уравнения в (1) относительно обобщенных координат $\boldsymbol{\sigma}$ на кинематическое уравнение (3) относительно квазикоординат – $\boldsymbol{\pi}$, которые геометрически не связаны с координатами $\boldsymbol{\sigma}$. В связи с этим возникают затруднения при задании, исходя из граничных условий (2), соответствующих граничных условий (5) для квазикоординат $\boldsymbol{\pi}$. Исключением является случай малых углов переориентации КА (до нескольких градусов), когда с учетом вида матрицы $\mathbf{N}(\boldsymbol{\sigma})$ можно легко получить значения компонент вектора $\boldsymbol{\pi}_f$. В общем случае для нахождения соответствующего значения $\boldsymbol{\pi}_f$ и, следовательно, оптимальной программы управления для исходной задачи (1), (2), (6) предлагается использовать метод последовательных приближений, первоначальная идея и существо которого изложены в [2, 5].

По результатам математического моделирования маневров переориентации применительно к параметрам КА «Ресурс-ДК» и для значений показателя $q = 2, \infty$ в (6) была установлена высокая скорость сходимости итерационного процесса синтеза оптимального управления, а именно, с точностью до десятка угловых секунд требовалось до 2…5 последовательных приближений. В связи с этим предложенный алгоритм может быть рекомендован для реализации в бортовой вычислительной системе КА при формировании программ оптимального управления его ориентацией при перенацеливании аппаратуры зондирования.

ЛИТЕРАТУРА

1. Горелов Ю.Н., Курганская Л.В., Морозова М.В., Данилов С.Б. Оптимальное планирование процессов дистанционного зондирования Земли из космоса // Сб. тр. XIX С.-Петербургской междунар. конф. по интегрированным системам. СПб, 2012. С. 252-258.
2. Горелов Ю.Н., Данилов С.Б., Курганская Л.В., Мантуров А.И., Морозова М.В. Синтез интегральных программ управления угловым движением космических аппаратов дистанционного зондирования // Сб. тр. XIV междунар. конф. «Проблемы управления и моделирования в сложных системах». Самара: СамНЦ РАН, 2012. С. 507-517.
3. Маркеев А.П. Теоретическая механика. Москва-Ижевск: НИЦ «Регулярная и стохастическая динамика», 2007. 592 с.
4. Красовский Н.Н. Теория управления движением: линейные системы. М.: Наука, 1965. 476 с.
5. Горелов Ю.Н., Данилов С.Б., Тропкина Е.А. Об одном подходе к приближенному решению задачи оптимального управления переориентацией космического аппарата // Обозрение прикладной и промышленной математики. 2011, т.18, в.3. С.429-431.