# Сомов Е.И., Бутырин С.А., Сомов С.Е. АНАЛИЗ ПРОСТРАНСТВЕННОГО ДВИЖЕНИЯ ПАССИВНОГО КОСМИЧЕСКОГО ОБЪЕКТА НА СОЛНЕЧНО-СИНХРОННОЙ ОРБИТЕ

### Введение

В [1] исследован аварийный режим (АР) системы управления движением спутника на солнечно-синхронной орбите (ССО) с наведением орта к плоскости панелей солнечных батарей (СБ) в направлении Солнца при назначении требуемого углового положения космического аппарата (КА) относительно этого направления с использованием информации о положении плоскости эклиптики. При этом устанавливаются устойчивые нелинейные угловые колебания корпуса КА из-за "конфликтующих" воздействий возмущающего гравитационного момента и управляющего момента магнитного привода (МП). В статье представлена модификация такой схемы АР и исследуются процессы перехода КА к длительной пассивной гравитационной стабилизации.

### 1. Постановка задачи

На рис. 1 представлены связанная с корпусом КА система координат (ССК) В



Рис. 1. Схема перехода КА из АР в режим гравитационной стабилизации

(Охуz) с ортами  $\mathbf{b}_i$  и связанная с панелями СБ система координат  $\mathbf{P}$ , оси которой  $x^p, y^p$  и  $z^p$  в парковом положении панелей СБ (при  $\gamma^p = 0$ ) параллельны соответствующим осям ССК. Орбитальная система координат (ОСК) **О** ( $Ox^o y^o z^o$ ) с ортами  $\mathbf{o}_i$ вращается в инерциальном базисе  $\mathbf{I}_{\oplus}$  с вектором угловой скорости  $\boldsymbol{\omega}_o$ . Вводятся орт **е** направления на Землю и орт **s** направления на Солнце.

В отличие от [1], перед выполнением AP панели CБ разворачиваются на угол  $\gamma^p = -\pi/2$ , а корпус KA (CCK) устанавливается в OCK с его разворотом на угол  $\psi = -\pi/2$  относительно оси Oy с ортом **b**<sub>2</sub> и наименьшим моментом инерции KA. В результате ось

Ох с ортом  $\mathbf{b}_1$  и ось  $\mathbf{O}^p y^p$  с ортом  $\mathbf{n}^p$  совпадают по направлению с осью  $\mathbf{O} z^o$  ОСК и обеспечивается максимальный момент инерции КА по оси Ох ССК, противоположной по направлению вектору угловой скорости  $\boldsymbol{\omega}_o$  (рис. 1).

Далее, аналогично [1], выполняются: (i) стабилизация корпуса КА в ОСК с помощью МП; (ii) накопление измерительной информации о положении орта **s** направления на Солнце в ОСК и разворот панелей СБ к такому положению, в котором достигается минимум рассогласования  $\phi_s^p = \arccos \langle \mathbf{n}^p, \mathbf{s} \rangle$  между ортом  $\mathbf{n}^p$  и ортом **s**; (iii) переход к управлению ориентацией КА в инерциальном базисе  $\mathbf{I}_{\oplus}$  на основе слежения ортом  $\mathbf{n}^p$  за ортом **s** и информации о положении плоскости эклиптики.

При поступлении команды на длительную консервацию КА из его конструкции выдвигается спасительный «буй» в виде жесткого стержня с наконечником (для последующего захвата космическим роботом-манипулятором [2]) и спутник переходит в режим пассивной гравитационной стабилизации.

Выполняются следующие этапы: (i) КА переводится в орбитальную ориентацию при цифровом управлении МП; (ii) с достижением требуемой точности стабилизации КА в ОСК система управления движением выключается и спутник превращается в пассивный космический объект (ПКО).

Задача состоит в разработке законов цифрового управления МП для перевода КА в орбитальную ориентацию с последующей пассивной гравитационной стабилизацией и выполнении нелинейного анализа длительного пространственного движения ПКО на солнечно-синхронной орбите.

## 2. Математические модели и законы управления

При стандартных обозначениях и отсутствии активных управляющих сил модель движения центра масс КА в инерциальном базисе имеет общеизвестный вид  $\dot{\mathbf{r}} = \mathbf{v}; \, \dot{\mathbf{v}} = -\mu_{\rm e} \mathbf{r}/r^3 + \mathbf{a}_{\rm e} + \mathbf{a}_{\rm m} + \mathbf{a}_{\rm s}, \ rдe \ \mathbf{a}_{\rm e} = \mathbf{a}_{\rm en} + \mathbf{a}_{\rm ea}, \ \mathbf{a}_{\rm m}$  и  $\mathbf{a}_{\rm s}$  – векторы ускорения, обусловленные влиянием формы Земли и неравномерности распределения её массы, гравитации Луны и Солнца, соответственно. Для моделирования вектора ускорения  $\mathbf{a}_{\rm e}$ используется разложение гравитационного потенциала Земли в ряд по сферическим функциям до степени n = 8 включительно с применением полиномов Лежандра и коэффициентов зональных гармоник. В сферической системе координат (вектор  $\mathbf{r}$ , долгота  $\lambda$  и широта  $\phi$ ) вектор ускорения  $\mathbf{a}_{\rm en}$  зависит от  $\mathbf{r}$  и  $\phi$ , вектор ускорения  $\mathbf{a}_{\rm ea}$ зависит также и от долготы  $\lambda$ . Вектор ускорения  $\mathbf{a}_{\rm s} = \mu_{\rm s} (\Delta \mathbf{r}/(\Delta r)^3 - \mathbf{r}_{\rm s}/r_{\rm s}^3)$  из-за влияния Солнца определяется его гравитационным параметром  $\mu_s$  и расстоянием от КА до центра Солнца  $\Delta \mathbf{r} = \mathbf{r}_s - \mathbf{r}$ , где расстояние  $\mathbf{r}_s$  от центра Земли до центра Солнца вычисляется по явным аналитическим соотношениям в функции текущей эпохи. Гравитационное влияние Луны вычисляется аналогично.

Ориентация базиса **B** в инерциальном базисе  $I_{\oplus}$  определяется кватернионом  $\Lambda = (\lambda_0, \lambda)$ , где  $\lambda = \{\lambda_i\}$ ; вектором параметров Эйлера  $\Lambda = \{\lambda_0, \lambda\}$ , который при обозначениях  $C_{\alpha} = \cos \alpha$ ,  $S_{\alpha} = \sin \alpha$  представляется в форме  $\Lambda = \{C_{\Phi/2}, \mathbf{e}_e S_{\Phi/2}\}$  с ортом  $\mathbf{e}_e$  оси Эйлера и углом  $\Phi$  собственного поворота, и вектором модифицированных параметров Родрига (МПР)  $\boldsymbol{\sigma} = \{\sigma_i\} = \mathbf{e}_e$  tg( $\Phi/4$ ), который связан с кватернионом  $\Lambda$  явными соотношениями.

Модель углового движения КА в базисе  $\mathbf{I}_{\oplus}$  представляется уравнениями

$$\mathbf{\Lambda} = \mathbf{\Lambda} \circ \mathbf{\omega}/2; \qquad \mathbf{J}(\gamma) \dot{\mathbf{\omega}} = -\mathbf{\omega} \times \mathbf{K} + \mathbf{M}^{\mathrm{p}} + \mathbf{M}^{\mathrm{m}} + \mathbf{M}^{\mathrm{g}}.$$
(1)

Здесь  $\mathbf{K} = \mathbf{J}(\gamma)\boldsymbol{\omega}$  – вектор кинетического момента (КМ) КА;  $\boldsymbol{\omega} = \{\omega_i\}$  – вектор абсолютной угловой скорости КА, представленный в ССК Охуz;  $\mathbf{J}(\gamma) = \mathbf{J}^\circ + 2\mathbf{J}^p(\gamma)$  – тензор инерции КА при произвольном положении панелей СБ, где тензор инерции  $\mathbf{J}^p(\gamma)$  каждой панели зависит от угла  $\gamma \equiv \gamma^p$ ; столбец  $\mathbf{M}^p$  представляет вектор момента инерционно-гироскопических сил из-за подвижности панелей СБ [1];  $\mathbf{M}^m = \{m_i^m\}$  – вектор управляющего механического момента магнитного привода, вектор гравитационного момента  $\mathbf{M}^g = \{m_i^g\} = (3\mu_e/r^3)\mathbf{o}_2 \times \mathbf{J}(\gamma)\mathbf{o}_2$ .

Кватернион  $\Lambda^{\circ}$  ориентации базиса **О** в базисе  $\mathbf{I}_{\oplus}$  определяется уравнением  $\dot{\Lambda}^{\circ} = \Lambda^{\circ} \circ \boldsymbol{\omega}_{\circ}/2$ , погрешность ориентации базиса **В** в орбитальном базисе **О** – кватернионом  $\mathbf{E} = \tilde{\Lambda}^{\circ} \circ \Lambda \equiv (e_0, \mathbf{e})$ , вектором параметров Эйлера  $\mathbf{E} = \{C_{\Phi^e/2}, \mathbf{e}_e^e S_{\Phi^e/2}\}$ , матрицей  $\mathbf{C}^e = \mathbf{I}_3 - 2[\mathbf{e} \times]\mathbf{Q}_e^t$ , где  $\mathbf{Q}_e = \mathbf{I}_3 e_0 + [\mathbf{e} \times]$ , и вектором МПР  $\sigma^e = \{\sigma_e^e\} = \mathbf{e}_e^e tg(\Phi^e/4)$ . При этом вектор бо погрешности угловой скорости определяется как  $\delta \boldsymbol{\omega} = \boldsymbol{\omega} - \mathbf{C}^e \boldsymbol{\omega}_o(t)$ . Отметим, что при значении угла  $\Phi^e \leq \pi/2$  вектор  $\boldsymbol{\varepsilon} = 4\sigma^e$  имеет представление  $\boldsymbol{\varepsilon} \approx 2\mathbf{e}_e^e C_{\Phi^e/2} S_{\Phi^e/2} \approx \delta \boldsymbol{\phi}$  с вектором угловой погрешности  $\delta \boldsymbol{\phi} = \{\delta \phi_i\} = \mathbf{e}_e^e \Phi^e$ . Пространственный угол  $\phi_y$  между ортами  $\mathbf{b}_2$  и  $\mathbf{o}_2$  определяется соотношением  $\phi_y = \arccos \langle \mathbf{b}_2, \mathbf{o}_2 \rangle$ . Измерение кинематических параметров углового движения КА выполняется бортовой навигационной системой [1] по сигналам спутников ГЛОНАСС/GPS и датчиками угловой скорости в моменты времени  $t_{l+1} = t_l + T_p$ ,  $l \in \mathbb{N}_0 \equiv [0,1,2,3...)$  с периодом  $T_p$ , а для измерения вектора индукции  $\mathbf{B} = \mathbf{B}\mathbf{b}$  магнитного поля Земли с модулем В и ортом  $\mathbf{b}$  в эти же моменты времени применяется магнитометр.

При формировании команды  $\mathbf{M}_r$  для вектора потребного управляющего момента МП на каждом полуинтервале времени  $t \in [t_r, t_{r+1})$ ,  $r \in \mathbf{N}_0$  с заданным периодом  $T_u^m >> T_p$ выполняется дискретная фильтрация указанных измерений. Для векторов  $\mathbf{x} = \{x_i\}$ ,  $\mathbf{y} = \{y_i\}$  и скалярного параметра  $\mathbf{a}^m > 0$  введем функцию  $\mathbf{y} = \mathbf{SC}(\mathbf{x}, \mathbf{a}^m)$  с алгоритмическим определением  $q = \max_i |x_i|$ ; *if*  $q \ge \mathbf{a}^m$  *then*  $y_i = \mathbf{a}^m x_i / q$ . Эта функция ограничивает все компонеты вектора  $\mathbf{x}$  по модулю параметром  $\mathbf{a}^m$ , но сохраняет пропорциональность между ними. Вектор дискретной команды  $\mathbf{M}_r$  принимается в виде

$$\mathbf{M}_{r} = -\mathbf{J}(\boldsymbol{\gamma}) \mathbf{S} \mathbf{C} (\mathbf{k}_{\phi} \, \boldsymbol{\varepsilon}_{r} + \mathbf{k}_{\omega} \, \delta \boldsymbol{\omega}_{r}, \mathbf{a}^{\mathrm{m}}) \,, \tag{2}$$

где  $k_{\phi}, k_{\omega}$  являются постоянными коэффициентами и параметр  $a^m = 4k_{\phi}tg(\pi/8) \approx k_{\phi}\pi/2$ .

Отфильтрованные сигналы магнитометра в моменты времени  $t_r = r T_u^m$  принимают значения  $\mathbf{B}_r = \mathbf{B}_r \mathbf{b}_r$ . При формировании цифрового управления электромагнитным моментом (ЭММ)  $\mathbf{L}_r = \{l_{ir}\}$  магнитного привода сначала определяется вектор потребной вариации *импульса*  $\Delta \mathbf{I}_r^m = T_u^m \mathbf{M}_r$  команды механического момента. Этот импульс представляется в виде  $\Delta \mathbf{I}_r^m = \Delta \mathbf{I}_r^{mb} + \mathbf{b}_r \langle \Delta \mathbf{I}_r^m, \mathbf{b}_r \rangle$ , где вектор  $\Delta \mathbf{I}_r^{mb} = \mathbf{b}_r \times (\Delta \mathbf{I}_r^m \times \mathbf{b}_r)$ назначается с условием  $\langle \Delta \mathbf{I}_r^m, \mathbf{b}_r \rangle = 0$ . Вектор  $\Delta \mathbf{I}_r^{mb} = \Delta \mathbf{I}_r^{mb} \mathbf{i}_r^m$  с модулем  $\Delta \mathbf{I}_r^{mb}$  и ортом  $\mathbf{i}_r^m$ используется при цифровом управлении ЭММ  $\mathbf{L}_r = \{l_{ir}\}$  на периоде  $T_u^m$ : определяется взаимная ориентация ортов  $\mathbf{b}_r$  и  $\mathbf{i}_r^m$  в ССК, если  $|\langle \mathbf{b}_r, \mathbf{i}_r^m \rangle| > c^s = 1/\sqrt{2}$ , то на текущем периоде дискретности МП не включается, иначе формируется вектор ЭММ

$$\mathbf{L}_{r} = \mathbf{SC}((\Delta \mathbf{I}_{r}^{\mathrm{mb}} / T_{\mu}^{\mathrm{m}})(\mathbf{b}_{r} \times \mathbf{i}_{r}^{\mathrm{m}}) / \mathbf{B}_{r}, \mathbf{l}^{\mathrm{m}})$$
(3)

с компонентами  $|l_{ir}| \le 1^m$ , который фиксируется на полуинтервале времени  $t \in [t_r, t_{r+1})$ . Вектор механического момента МП **М**<sup>m</sup> в уравнении (1) формируется  $\forall t \in [t_r, t_{r+1})$  как

$$\mathbf{M}^{\mathrm{m}}(t) = \{m_{i}^{\mathrm{m}}(t)\} = -\mathbf{L}_{r} \times \mathbf{B}(t).$$

$$\tag{4}$$

## 3. Нелинейный анализ пространственного углового движения спутника

Исследовано угловое движение спутника на ССО высотой 720 км, наклонением 98,2695 град и начальной долготой восходящего узла 51 град. Спутник имеет массу 6500 кг и диагональные элементы тензора инерции 11450, 7150 и 9450 кг м<sup>2</sup>. Период измерения  $T_p = 1$  с, в соотношениях (2) – (4) период управления МП  $T_u^m = 16$ с и параметр ограничения компонентов вектора ЭММ магнитного привода  $1^m = 300$  A м<sup>2</sup>.

На рис. 2 – 4 приведены кинематические параметры динамического процесса при переходе КА в орбитальную ориентацию в течение n=4 витков орбитального полёта.







местной вертикали

На рис. 5, 6 представлены изменения компонентов вектора угловой погрешности  $\delta \phi = \{\delta \phi_i\}$  и угла  $\phi_y$  между ортами  $\mathbf{b}_2$  и  $\mathbf{o}_2$ , начиная с пятого витка по 145 виток полёта ПКО (10 суток); на рис. 7 – изменения угла  $\phi_y$  на последних 10 витках, когда не учитывались гравитационные возмущения от Луны и Солнца.



Рис. 5. Компоненты вектора угловой погрешности гравитационной стабилизации



Рис. 6. Угол ориентации орта  $\mathbf{b}_2$  относительно местной вертикали



Рис. 7. Угол ориентации орта  $\mathbf{b}_2$  относительно местной вертикали на последних 10 витках

При учете таких возмущений возникает «модуляция амплитуды» пространственных колебаний ПКО с месячным и годовым периодами, которые соответствуют влияниям Луны и Солнца, а усредненная скорость изменения такой «амплитуды» по модулю не превышает 0,015 град/сут. Здесь необходимо учитывать



в гравитационную стабилизацию

влияние сил давления солнечного излучения, где требуется информация о форме, размерах и отражательных свойств конструкции пассивного спутника.

Выполнен расчёт линейных скоростей и перемещений концевой точки A спасательного «буя», которая определена в ССК столбцом  $\mathbf{r}^{a} = \{0;1;0,5\}$  м. На рис. 8 приведены линейные перемещения этой точки в горизонтной плоскости ОСК начиная с середины четвертого витка полёта.

## Заключение

Представлены результаты анализа углового движения спутника на солнечносинхронной орбите при его переходе в режим длительной пассивной гравитационной стабилизации, включая оценки перемещения концевой точки спасательного «буя» для последующего захвата пассивного космического объекта роботом-манипулятором.

Работа выполнена при поддержке РФФИ, гранты № 17-48-630637 и 17-08-01708.

#### Библиографический список

1. Сомов Е.И. Энергосберегающее управление магнитным приводом в аварийном режиме ориентации информационного спутника на солнечно-синхронной орбите [Текст] / Е.И. Сомов, С.А. Бутырин, Т.Е. Сомова // Материалы конференции "Управление в аэрокосмических системах". Санкт-Петербург. 2018. С. 221-229.

2. Сомов Е.И. Наведение и управление пространственным движением космического робота при сближении и подготовке к механическому захвату пассивного спутника [Текст] / Е.И. Сомов, С.А. Бутырин, С.Е. Сомов, Т.Е. Сомова // Материалы конференции "Управление в аэрокосмических системах". Санкт-Петер-бург. 2018. С. 230-239.