

Сомова Т.Е.

**ЦИФРОВОЕ УПРАВЛЕНИЕ МАГНИТНЫМ ПРИВОДОМ ПРИ  
НАЧАЛЬНОЙ ОСТАНОВКЕ ВРАЩЕНИЯ СПУТНИКА И  
ИНИЦИАЛИЗАЦИИ ИЗБЫТОЧНОГО КЛАСТЕРА  
РЕАКТИВНЫХ МАХОВИКОВ**

**Введение**

После отделения информационного спутника от ракеты-носителя и механического раскрытия его солнечных батарей (СБ) космический аппарат (КА) начинает кувыркаться – вращаться с вектором угловой скорости  $\omega$  произвольного направления в связанной с корпусом КА системе координат (ССК). В составе начальных режимов (НР) ориентации выделяют режимы успокоения (остановки вращения) и подготовки к работе оборудования системы управления ориентацией (СУО). В работе [1] предложена и исследована схема выполнения НР ориентации, где выполняются успокоение КА в инерциальной системе координат (ИСК) и инициализация кластера двигателей-маховиков (ДМ) при его разгрузке от накопленного кинетического момента (КМ) с помощью цифрового управления магнитным приводом (МП). В рамках такой схемы в данной статье рассматриваются вопросы обеспечения экономичности СУО в отношении энергопотребления электромагнитных и электромеханических приводов.

**1. Математические модели и постановка задачи**

Минимально-избыточная схема *General Electric* обладает возможностью управлять ориентацией КА при отказе любого одного маховика. Здесь в ССК Охуз оси вращения четырёх ДМ располагаются на поверхности конуса с углом полураствора  $\gamma$ . Далее используются стандартные обозначения  $\text{col}(\cdot) = \{\cdot\}$ ,  $\text{line}(\cdot) = [\cdot]$ ,  $(\cdot)$ ,  $(\cdot)^t$ ,  $[\mathbf{a}\times]$  и  $\circ, \sim$  для векторов, матриц и кватернионов;  $C_\gamma \equiv \cos \gamma$ ,  $S_\gamma \equiv \sin \gamma$ ,  $i = 1, 2, 3 \equiv 1 \div 3$ , применяется вектор модифицированных параметров Родрига (МПР)  $\sigma = \{\sigma_i\} = \mathbf{e} \text{tg}(\Phi/4)$  с обозначениями орта Эйлера  $\mathbf{e}$  и угла  $\Phi$  собственного поворота, который взаимно-однозначно связан с кватернионом  $\Lambda$  ориентации КА в ИСК прямыми  $\sigma = \lambda/(1 + \lambda_0)$  и обратными  $\lambda_0 = (1 - \sigma^2)/(1 + \sigma^2)$ ,  $\lambda = 2\sigma/(1 + \sigma^2)$  соотношениями. Модель углового

движения КА имеет вид  $\dot{\Lambda} = \Lambda \circ \omega / 2$ ;  $\mathbf{A}^o \{\dot{\omega}, \dot{\mathbf{q}}, \dot{\Omega}\} = \{\mathbf{F}^\omega, \mathbf{F}^q, \mathbf{F}^\Omega\}$ , где векторные функции  $\mathbf{F}^\omega = -[\omega \times] \mathbf{G} + \mathbf{M}^m + \mathbf{M}^d$ ;  $\mathbf{F}^q = -\mathbf{A}^q (\mathbf{V}_q \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{W}_q \mathbf{q})$ ;  $\mathbf{F}^\Omega = \mathbf{M} - \mathbf{M}^f$  и матрицы

$$\mathbf{A}^o = \begin{bmatrix} \mathbf{J} & \mathbf{D}_q & J_r \mathbf{A}_\gamma \\ \mathbf{D}_q^t & \mathbf{A}^q & \mathbf{0} \\ J_r \mathbf{A}_\gamma^t & \mathbf{0} & J_r \mathbf{I}_4 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{A}_\gamma = \begin{bmatrix} C_\gamma & C_\gamma & C_\gamma & C_\gamma \\ S_\gamma & -S_\gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & S_\gamma & -S_\gamma \end{bmatrix}.$$

Здесь  $\mathbf{G} = \mathbf{G}^o + \mathbf{D}_q \dot{\mathbf{q}}$  является вектором КМ системы, где  $\mathbf{G}^o = \mathbf{K} + \mathbf{H}$  и  $\mathbf{K} = \mathbf{J}\omega$ ; столбцы  $\mathbf{H} = \{H_i\}$  и  $\mathbf{h} = \{h_p = J_r \Omega_p\}$ ,  $p = 1 \div 4$ , представляют КМ кластера и отдельных ДМ, которые связаны соотношением  $\mathbf{H} = \mathbf{A}_\gamma \mathbf{h}$ , где матрица  $\mathbf{A}_\gamma$  составлена из ортов осей вращения ДМ в ССК;  $\mathbf{A}^q = \text{diag}\{\mu_j\}$ ;  $\mathbf{V}_q = \text{diag}\{\frac{\delta}{\pi} \Omega_j^s\}$ ;  $\mathbf{W}_q = \text{diag}\{(\Omega_j^s)^2\}$ ;  $\mathbf{M}^m = \{m_i^m\}$ ;  $\mathbf{M} = \{m_p\}$ ;  $\mathbf{M}^f = \{m_p^f\}$ ; вектор механического момента МП  $\mathbf{M}^m = \{m_i^m\} = -\mathbf{L} \times \mathbf{V}$  [2], где вектор электромагнитного момента (ЭММ)  $\mathbf{L} = \{l_i\}$  с ограниченными компонентами  $|l_i| \leq l^m$  и вектор индукции магнитного поля Земли  $\mathbf{V} = \mathbf{b}V$  с ортом  $\mathbf{b}$  определены в ССК; векторы-столбцы  $\mathbf{M} = \{m_p\}$  и  $\mathbf{M}^f = \{m_p^f\}$  представляют управляющие моменты и моменты сил сухого трения по осям вращения ДМ, вектор  $\mathbf{M}^d$  – внешние возмущающие моменты. Ресурсы каждого ДМ по управляющему и кинетическому моментам ограничены, что представляется соотношениями  $|m_p(t)| \leq m^m, |h_p(t)| \leq h^m, p = 1 \div 4$ . Вектор  $\mathbf{M}^f$  управляющего момента кластера ДМ формируется в виде  $\mathbf{M}^f = -\dot{\mathbf{H}}^*$ , где  $(\cdot)^*$  – символ локальной производной по времени.

Пусть дискретное измерение кватерниона ориентации  $\Lambda_l^m = \Lambda^m(t_l)$  КА выполняется с периодом  $T_p$ ,  $l \in N_0 \equiv [0, 1, 2, 3, \dots]$ , а дискретное измерение угловых скоростей вращения ДМ  $\Omega_{ps} = \Omega_p(t_s)$  – в моменты времени  $t_s$  с периодом  $T_q$ ,  $s \in N_0$ . Будем считать, что в моменты времени  $t_k$  с периодом  $T_u$ ,  $k \in N_0$ , формируется цифровое управление ДМ, а в моменты времени  $t_r$  с периодом  $T_u^m \gg T_u$ ,  $r \in N_0$  – цифровое управление МП, когда значения компонентов вектора ЭММ  $\mathbf{L} = \{l_i\}$  фиксируются  $\forall t \in [t_r, t_{r+1})$ .

Задача состоит в исследовании режимов: (а) успокоения КА в ИСК с помощью экономичного цифрового управления МП по сигналам датчиков угловых скоростей (ДУС) и магнитометра (ММ); (б) включения бесплатформенной инерциальной навигационной системы (БИНС) и определения ориентации КА в ИСК; (в) инициализации кластера ДМ,

начального включения СУО при разгрузке кластера ДМ от накопленного КМ с помощью цифрового управления МП и угловой стабилизации КА в ИСК.

## 2. Локально-оптимальное непрерывное управление

В классе локально-оптимальных непрерывных законов успокоения КА в ИСК с помощью внешнего управляющего момента наиболее популярны закон управления с минимальным принуждением [3] и закон управления, оптимальный по быстродействию [4,5]. При моделировании КА в виде свободного твердого тела ( $\mathbf{M}^d = \mathbf{0}$ ,  $\mathbf{M}^r = \mathbf{0}$ ,  $\mathbf{G} = \mathbf{K}$ ) получается модель вращательного движения спутника  $\dot{\mathbf{K}} = \mathbf{M} - \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{K}$ , где приняты обозначения  $\dot{\mathbf{K}} \equiv \mathbf{K}^* = \mathbf{J}\dot{\boldsymbol{\omega}}$  и  $\mathbf{M} = \mathbf{M}^m$ . Пусть в момент времени  $t = 0$  известен вектор  $\boldsymbol{\omega}_0 = \boldsymbol{\omega}(0)$  произвольного направления с модулем  $|\boldsymbol{\omega}_0| = \omega_0 \leq \bar{\omega}_0$  при заданном значении  $\bar{\omega}_0$ . Тогда при известном тензоре инерции  $\mathbf{J}$  корпуса КА в этот момент времени становится известным значение вектора КМ  $\mathbf{K}(0) = \mathbf{K}_0 \equiv \mathbf{J}\boldsymbol{\omega}_0$  с модулем  $K_0$ . Задача успокоения вращательного движения КА состоит в разработке закона управления  $\mathbf{M} = \mathbf{M}(\boldsymbol{\omega})$ , который, начиная с момента времени  $T_0$ , обеспечивает выполнение условия успокоения  $\boldsymbol{\omega}(t) \in S_\omega \{ \boldsymbol{\omega}(t) : |\boldsymbol{\omega}(t)| \leq \Delta_\omega^\circ \forall t \geq T_0 \}$ , где скалярная постоянная величина  $\Delta_\omega^\circ$  определяет размер множества  $S_\omega$ . Для определения структуры вектора управляющего момента  $\mathbf{M} = \mathbf{M}(\boldsymbol{\omega})$  из условия минимума принуждения  $M^2 = \|\mathbf{M}\|^2$  введем функцию Ляпунова  $v = K^2 = (\mathbf{K}, \mathbf{K})$  и вычислим ее производную  $\dot{v} = 2(\mathbf{K}, \dot{\mathbf{K}}) = 2(\mathbf{K}, \mathbf{M})$ . При выборе закона управления  $\mathbf{M} = -aK\mathbf{k}$  с ортом  $\mathbf{k} = \mathbf{K}/K$  и постоянным параметром  $a > 0$  имеем  $\dot{v} = -2a(\mathbf{K}, \mathbf{K}) = -2av$  и прямым интегрированием получается соотношение  $v(t) = v_0 \exp(-2at)$ , где  $v_0 = K_0^2$  и  $\mathbf{K}_0 = \mathbf{J}\boldsymbol{\omega}_0$ . Отсюда следуют явные соотношения для оценки изменения во времени вектора КМ  $\mathbf{K}(t) = \mathbf{K}_0 \exp(-at)$  и вектора момента  $\mathbf{M}(t) = -a\mathbf{K}_0 \exp(-at)$ . При выборе закона управления в виде  $\mathbf{M} = -m\mathbf{k}$ , ограниченного по модулю постоянным параметром  $m > 0$ , имеем  $\dot{v} = -2m(\mathbf{K}, \mathbf{K})/K = -2m\sqrt{v}$ , и в результате получается соотношение  $v^{1/2}(t) = K(t) = K_0 - mt$ . Этот закон управления является оптимальным по быстродействию.

## 3. Цифровое управление магнитным приводом

Будем считать, что в моменты времени  $t_r = r T_u^m$  вектор индукции магнитного поля

Земли  $\mathbf{V}_r \equiv \mathbf{V}(t_r) = V_r \mathbf{b}_r$  измеряется ММ. При формировании команды  $\mathbf{M}_r = -a \mathbf{K}_r$  для вектора механического момента МП на каждом полуинтервале времени  $t \in [t_r, t_{r+1})$  с заданным периодом  $T_u^m$  сначала определяется вектор потребной вариации импульса управляющего момента

$$\mathbf{M}_r^p \equiv \int_{t_r}^{t_{r+1}} \mathbf{M}(\tau) d\tau = -a \int_{t_r}^{t_{r+1}} \mathbf{K}(\tau) d\tau = -\mathbf{K}_r (1 - \exp(-aT_u^m)) \mathbf{k}_r.$$

Этот вектор представляется в виде  $\mathbf{M}_r^p = \mathbf{b}_r \times (\mathbf{M}_r^p \times \mathbf{b}_r) + \mathbf{b}_r \langle \mathbf{M}_r^p, \mathbf{b}_r \rangle$ , и назначается значение вектора  $\mathbf{M}_r^{pm} = \mathbf{b}_r \times (\mathbf{M}_r^p \times \mathbf{b}_r)$  с условием  $(\mathbf{M}_r^p, \mathbf{b}_r) = 0$ , что обеспечивает энергетическую экономичность МП. Вектор потребной вариации импульса управляющего момента МП  $\mathbf{M}_r^{pm} \equiv -\Delta I_r^m \mathbf{k}_r$  с модулем  $\Delta I_r^m = K_r (1 - \exp(-aT_u^m))$  и ортом  $\mathbf{k}_r$  используется для формирования цифрового управления ЭММ  $\mathbf{L}_r = \{l_{ir}\}$  МП на периоде  $T_u^m$ . При этом определяется взаимная ориентация ортов  $\mathbf{b}_r$  и  $\mathbf{k}_r$  в ССК. Если  $|\langle \mathbf{b}_r, \mathbf{k}_r \rangle| > \cos(\pi/3)$ , то на текущем периоде дискретности МП не включается.

#### 4. Управление ориентацией спутника

Для кластера ДМ важная проблема заключается в распределении векторов его кинетического  $\mathbf{H}$  и управляющего  $\mathbf{M}^r = -\mathbf{H}^*$  моментов между четырьмя ДМ. Для решения этой проблемы используется скалярная функция настройки, которая обеспечивает однозначное распределение векторов  $\mathbf{H}$  и  $\mathbf{M}^r$  по явным аналитическим соотношениям [6-9]. В СУО применяются дискретная рекуррентная фильтрация сигналов БИНС с периодом  $T_p$ , цифровое управление кластером ДМ с периодом  $T_u$ , компенсационная схема его разгрузки от накопленного КМ при цифровом управлении МП с периодом  $T_u^m$  и компенсация влияния моментов сухого трения  $m_p^f$  по осям вращения ДМ с использованием наблюдателя Луенбергера. Выполняется фильтрация значений рассогласования  $\boldsymbol{\epsilon}_l = -\delta \boldsymbol{\phi}_l = -2e_{0l} \mathbf{e}_l$ ,  $l \in N_0$ , с периодом  $T_p$  и формируются векторы  $\boldsymbol{\epsilon}_k^f$ ,  $k \in N_0$ , которые при обозначениях  $\mathbf{C}_k^c \equiv \mathbf{C}^c(\mathbf{E}_k)$ ,  $\mathbf{G}_k^o \equiv \mathbf{J}\boldsymbol{\omega}_k + \mathbf{H}_k$  используются в законе управления  $\mathbf{g}_{k+1} = \mathbf{B}\mathbf{g}_k + \mathbf{C}\boldsymbol{\epsilon}_k^f$ ;  $\tilde{\mathbf{m}}_k = \mathbf{K}\mathbf{g}_k + \mathbf{P}\boldsymbol{\epsilon}_k^f$ ;  $\mathbf{M}_k^r = \boldsymbol{\omega}_k \times \mathbf{G}_k^o + \mathbf{J}(\mathbf{C}_k^c \boldsymbol{\epsilon}_k^p + [\mathbf{C}_k^c \boldsymbol{\omega}_k^p \times] \boldsymbol{\omega}_k + \tilde{\mathbf{m}}_k)$ .

#### 5. Компьютерная имитация

Пусть КА выведен на солнечно-синхронную орбиту (ССО) высотой 720 км, при раскрытых панелях СБ его тензор инерции  $\mathbf{J} = \text{diag}\{812; 587; 910\}$  кгм<sup>2</sup>. Будем считать,

что МП имеет ограничение  $l^m = 150 \text{ Ам}^2$  на компоненты вектора ЭММ и периоды цифрового управления  $T_u^m = 4 \text{ с}$  для  $\omega \geq 1,5 \text{ град/с}$ ,  $T_u^m = 8 \text{ с}$  для  $1,5 > \omega \geq 0,75 \text{ град/с}$  и  $T_u^m = 16 \text{ с}$  для  $\omega < 0,75 \text{ град/с}$ . Принято, что дискретная фильтрация сигналов ДУС выполняется с периодом  $T_q = 1 \text{ с}$ , а процесс успокоения КА считается завершенным в момент времени  $T_\omega$  при выполнении условия успокоения с параметром  $\Delta_\omega^\circ = 0,1 \text{ град/с}$ . При компьютерной имитации основного контура управления ориентацией учитывался дискретный шум БИНС с СКО  $\sigma^m = 1 \text{ угл. сек}$  при измерении углового положения КА с периодом  $T_p = 1/8 \text{ с}$ , дискретная фильтрация измерений выполнялась с этим же периодом, цифровое управление ДМ формировалось с периодом  $T_u = 1/4 \text{ с}$ . На рис. 1 – 3 приведены результаты имитации режима успокоения КА для значения вектора  $\omega_o = \{\omega_{oi}\}$  при  $\omega_{oi} = 1/\sqrt{3} \text{ град/с}$  и модуле  $\omega_o = \bar{\omega}_o = 3 \text{ град/с}$ . Успокоение КА с помощью МП (рис. 1) реализуется на полуинтервале времени  $t \in [0, 7000) \text{ с}$ , где выбором параметра  $a > 0$  достигается сначала цифровое управление МП по типу «максимального быстрогодействия», а затем следует автоматический переход к цифровому управлению МП по типу «минимального принуждения». На рис. 2, 3 видно, что значения компонентов вектора ЭММ  $\mathbf{L} = \{l_i\}$  фиксируются  $\forall t \in [t_r, t_{r+1})$  с периодом  $T_u^m$ , но компоненты  $m_i^m$  и модуль  $m^m$  вектора  $\mathbf{M}^m = \{m_i^m\}$  механического момента МП изменяются  $\forall t \in [t_r, t_{r+1})$  из-за вращения упругого КА. На полуинтервале  $t \in [7000, 7150) \text{ с}$  выполняются включение БИНС и определение ориентации КА в ИСК, а на полуинтервале  $t \in [7150, 7200) \text{ с}$  – инициализация кластера ДМ и начальное включение СУО.

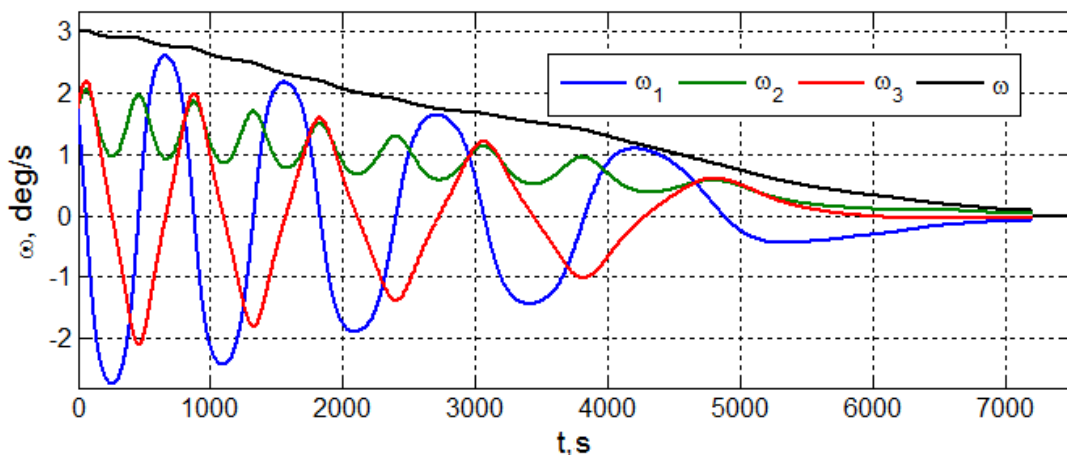


Рис. 1. Угловые скорости при успокоении КА с помощью цифрового управления МП

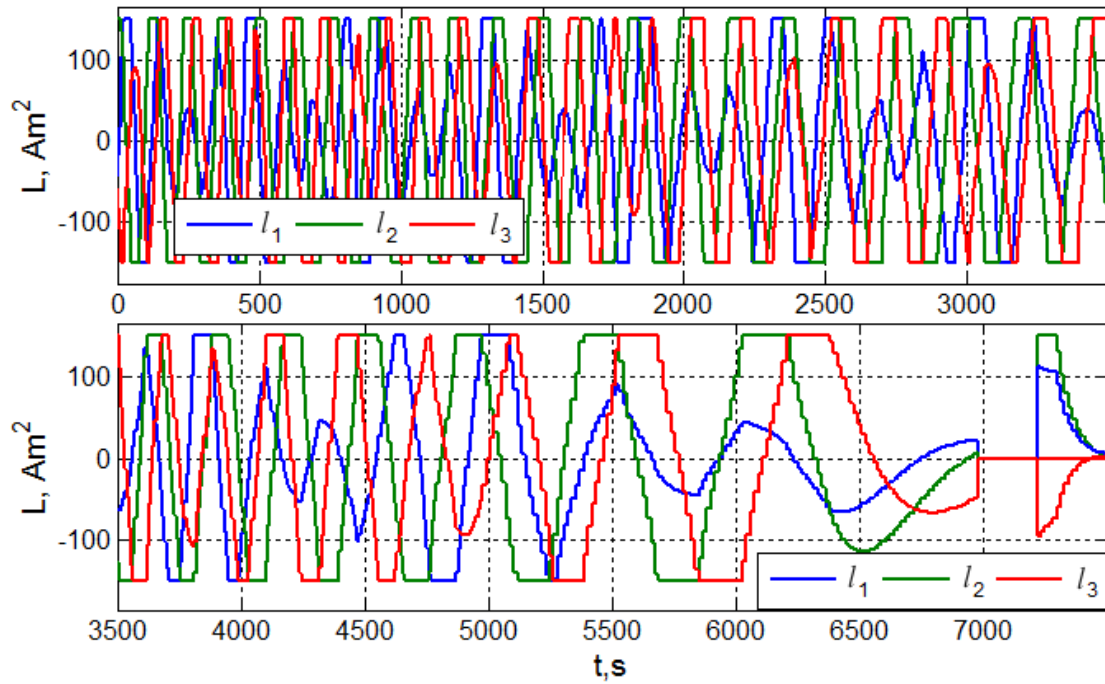


Рис. 2. Электромагнитный момент МП при цифровом управлении

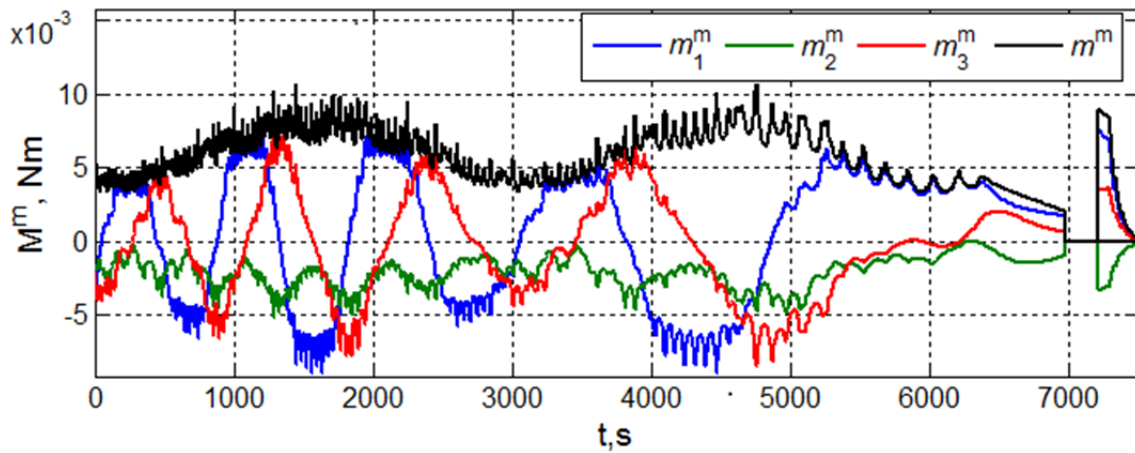


Рис. 3. Механический момент МП при цифровом управлении

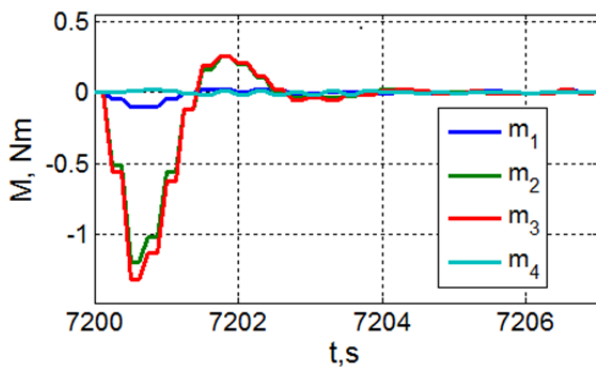


Рис. 4. Управляющие моменты ДМ при включении контура управления

Результаты имитации этих двух режимов представлены в завершающей части рис. 2, 3 4. Включение контура управления для стабилизации углового положения КА в ИСК выполняется при балансе КМ  $\mathbf{G}^0 = \mathbf{K} + \mathbf{H} \equiv \mathbf{0}$ . При этом вектор  $\boldsymbol{\omega}(t) \equiv \mathbf{0}$ , но «парковое» состояние кластера ДМ с вектором КМ  $\mathbf{H} \equiv \mathbf{0}$  реализуется при значениях КМ отдельных

ДМ  $h_p \neq 0, \forall p = 1 \div 4$ . Поэтому при включении контура происходит автоматический переход кластера ДМ к «парковому» состоянию с «впитыванием» остаточного накопленного КМ спутника и разгрузкой КМ кластера ДМ с помощью МП (рис. 4, 5).

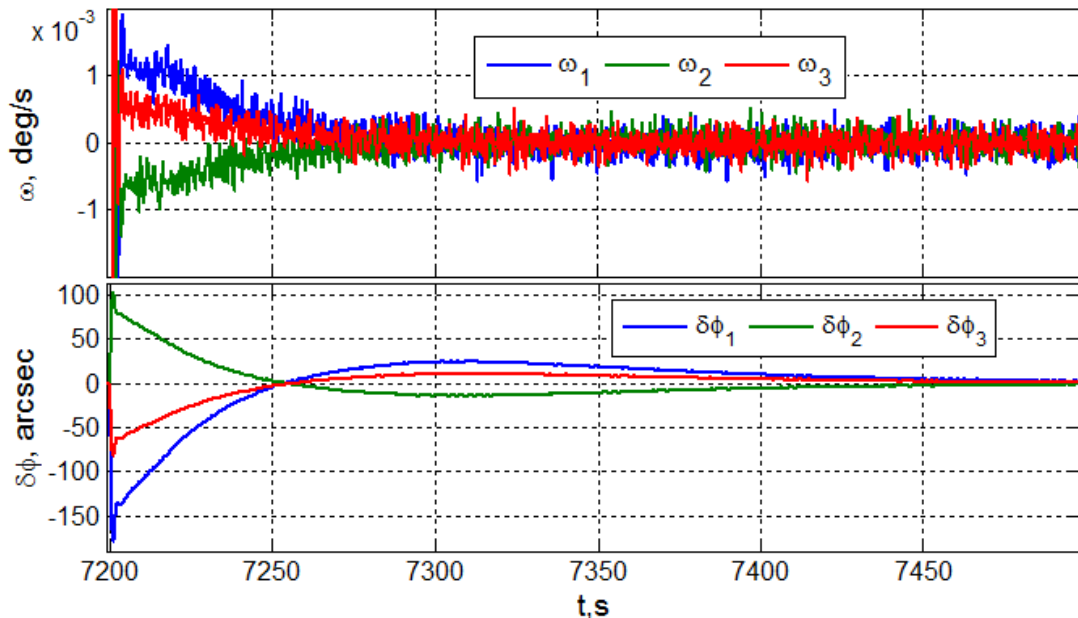


Рис. 5. Включение контура управления и стабилизация КА в ИСК

Работа выполнена при поддержке РФФИ (гранты 17-08-01708, 17-48-630637) и Отделения энергетики, механики, машиностроения и процессов управления РАН (программа фундаментальных исследований № 13).

#### Библиографический список

1. Сомов, Е.И. Наведение и управление ориентацией информационного спутника в начальных режимах [Текст] / Е.И. Сомов, С.А. Бутырин // Аналитическая механика, устойчивость и управление. Труды XI международной Четаевской конференции. Том 3. Секция 3. Управление. Ч. III. – Казань: КНИТУ-КАИ. – 2017. – С. 41-52.
2. Коваленко, А.П. Магнитные системы управления космическими летательными аппаратами [Текст] / А.П. Коваленко. М.: Машиностроение, 1975. – 248 с.
3. Фурасов, В.Д. Устойчивость движения, оценки и стабилизация [Текст] / В.Д. Фурасов. М.: Наука, 1977. – 248 с.
4. Черноусько, Ф.Л. Управление колебаниями [Текст] / Ф.Л. Черноусько,

Л.Д. Акуленко, Б.И. Соколов М.: Наука, 1980. – 384 с.

5. Акуленко, Л.Д. Асимптотические методы оптимального управления [Текст] / Л.Д. Акуленко. М.: Наука, 1987. – 368 с.

6. Somova, T. Attitude guidance and control, simulation and animation of a land-survey mini-satellite motion // Journal of Aeronautics and Space Technologies. – 2016. – Vol. 9. – No. 2. – P. 35-45.

7. Сомова, Т. Е. Алгоритмы наведения и цифрового управления ориентацией маневрирующего спутника землеобзора [Текст] / Т. Е. Сомова // Известия Самарского научного центра РАН. – 2016. – Том 18. – № 4(6). – С. 1173-1180.

8. Somova, T. Guidance and digital attitude control of a maneuvering land-survey satellite // Proceedings of 24th Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems. – 2017. – P. 564-568.

9. Somova, T. Guidance and economical digital attitude control of a land-survey satellite // Proceedings of 8th International Conference on Recent Advances in Space Technologies. – 2017. – P. 403-408.