

Сомов С.Е.

ИНИЦИАЛИЗАЦИЯ ИЗБЫТОЧНОГО КЛАСТЕРА ГИРОДИНОВ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ОРИЕНТАЦИЕЙ ИНФОРМАЦИОННОГО СПУТНИКА

Введение

В системах управления ориентацией (СУО) информационных космических аппаратов (КА) применяются электромеханические приводы в виде избыточных кластеров кратных схем *3-SPE* (группа 3 ножничных пар – *3 Scissored Pair Ensemble*) или *2-SPE* на основе соответственно трех либо двух пар двухстепенных силовых гироскопов – гироскопов (ГД) с коллинеарными осями подвеса [1]. Энергетические возможности системы электропитания КА в начале его миссии не позволяют выполнить одновременный разгон роторов всех ГД составе силовых гироскопических кластеров (СГК) указанных схем. Доступен разгон гироскопов до номинального значения h_g их собственного кинетического момента (КМ) лишь для пар ГД. В работах [2 – 5] представлен метод разгона роторов ГД в составе таких СГК, когда оси гироскопов и угловые положения ГД относительно осей их подвеса зафиксированы в корпусе КА с помощью арретиров сразу в «парковом» состоянии (парке) СГК, которому соответствует значение вектора его КМ $\mathbf{H} = \sum \mathbf{h}_p = \mathbf{0}$ при $h_p = |\mathbf{h}_p| = h_g$, где индексом p отмечен номер ГД. Здесь применялся пошаговый разгон гироскопов в циклах последовательности пар ГД, при завершении каждого такого цикла выполняется условие $\mathbf{H} = \mathbf{0}$. При этом проявляются инерционные возмущающие моменты из-за разгона гироскопов пар ГД и гироскопические связи каналов углового движения спутника, стабилизируемого с помощью двигательной установки (ДУ). В статье предлагается метод разгона роторов ГД и приведения СГК кратных схем в парковое состояние без создания возмущающих моментов при угловой стабилизации корпуса спутника с помощью ДУ.

1. Математические модели и постановка задачи

Стандартным образом вводятся системы координат (СК) – инерциальная (ИСК), орбитальная (ОСК) и связанная с корпусом спутника (ССК $Oxyz$), корпус КА считается твердым телом с тензором инерции \mathbf{J} . Вводятся ортогональная каноническая система

координат СГК $Ox_c^g y_c^g z_c^g$, для простоты совпадающая с ССК $Oxyz$, и отсчет углов ГД β_p относительно осей их подвеса (рис. 1).

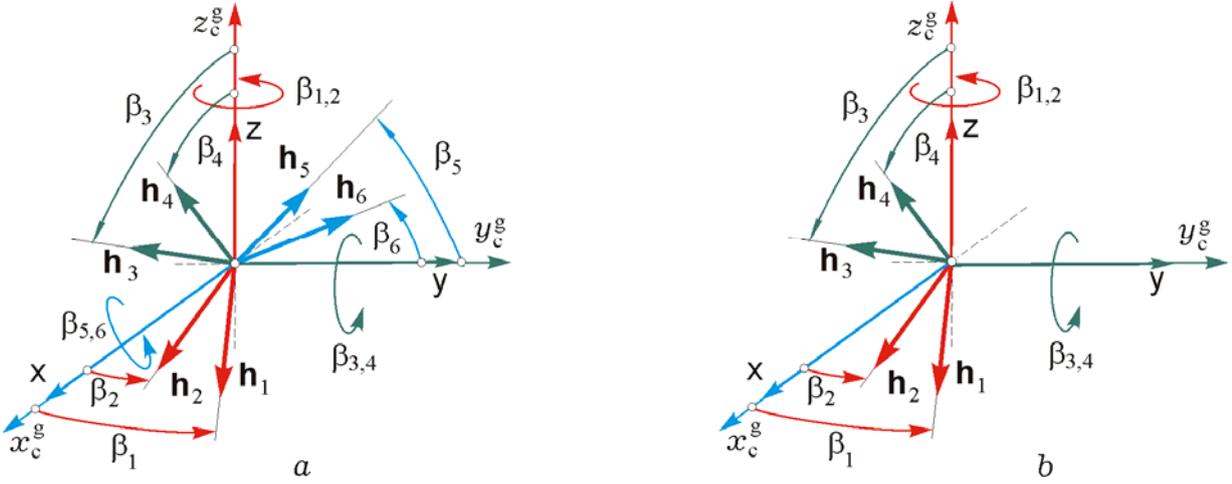


Рис. 1. Система координат СГК и отсчет углов ГД в схемах 3-SPE (a) и 2-SPE (b)

Далее используются обозначения $\text{col}(\cdot) = \{\cdot\}$, $\text{line}(\cdot) = [\cdot]$, $(\cdot)^t$, $[\mathbf{a} \times]$ и \circ, \sim для векторов, матриц и кватернионов, а также индексы $i = 1, 2, 3 \equiv 1 \div 3$ для осей ССК. Модель углового движения КА принимается в виде $\dot{\Lambda} = \Lambda \circ \omega / 2$; $\mathbf{J} \dot{\omega} = -[\omega \times] \mathbf{G} + \mathbf{M}^s + \mathbf{M}^e + \mathbf{M}^d$. Здесь $\mathbf{G} = \mathbf{J} \omega + \mathbf{H}$ является вектором КМ электромеханической СУО, где столбец $\mathbf{H} = \{\mathbf{H}_i\}$ представляют КМ СГК; \mathbf{M}^e – вектор момента ДУ; вектор $\mathbf{M}^s = \{\mathbf{M}_i^s\}$ управляющего момента СГК формируется в виде $\mathbf{M}^s = -\mathbf{H}^*$, где $(\cdot)^*$ – символ локальной производной по времени; вектор \mathbf{M}^d представляет внешние возмущающие моменты.

При обозначениях $C_p \equiv \cos \beta_p$, $S_p \equiv \sin \beta_p$ ($p = 1 \div 8$) для схемы 3-SPE (рис. 1a) проекции ортов КМ каждого ГД на оси системы координат $Ox_c^g y_c^g z_c^g$ СГК таковы: $x_1 = C_1$; $x_2 = C_2$; $y_1 = S_1$; $y_2 = S_2$; $x_3 = S_3$; $x_4 = S_4$; $z_3 = C_3$; $z_4 = C_4$; $y_5 = C_5$; $y_6 = C_6$; $z_5 = S_5$; $z_6 = S_6$. Тогда вектор нормированного КМ такого СГК $\mathbf{h}(\boldsymbol{\beta}) = \mathbf{H}(\boldsymbol{\beta}) / h_g$, где столбец $\boldsymbol{\beta} = \{\beta_p\}$ ($p = 1 \div 6$) и градиентная матрица $\mathbf{A}_h(\boldsymbol{\beta}) = \partial \mathbf{h} / \partial \boldsymbol{\beta}$ представляются в виде

$$\mathbf{h} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_1 + C_2 + S_3 + S_4 \\ S_1 + S_2 + C_5 + C_6 \\ C_3 + C_4 + S_5 + S_6 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{A}_h(\boldsymbol{\beta}) = \begin{bmatrix} -S_1 & -S_2 & C_3 & C_4 & 0 & 0 \\ C_1 & C_2 & 0 & 0 & -S_5 & -S_6 \\ 0 & 0 & -S_3 & -S_4 & C_5 & S_6 \end{bmatrix}$$

для схемы 2-SPE (рис. 1b) столбец $\boldsymbol{\beta} = \{\beta_p\}$, ($p = 1 \div 4$) и

$$\mathbf{h} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_1 + C_2 + S_3 + S_4 \\ S_1 + S_2 \\ C_3 + C_4 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{A}_h(\boldsymbol{\beta}) = \begin{bmatrix} -S_1 & -S_2 & C_3 & C_4 \\ C_1 & C_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -S_3 & -S_4 \end{bmatrix}.$$

При цифровом управлении СГК $\mathbf{u}_k^g(t) = \{u_{pk}^g(t)\}$ с периодом T_u , где $u_{pk}^g(t) = u_{pk}^g$ $\forall t \in [t_k, t_{k+1})$, $t_{k+1} = t_k + T_u$ и $k \in \mathbb{N}_0 \equiv [0, 1, 2, \dots)$, когда управлением считается вектор $\dot{\boldsymbol{\beta}} = \mathbf{u}^g$ скоростей ГД относительно осей их подвеса, кусочно-непрерывный управляющий момент СГК формируется по соотношениям $\mathbf{M}_k^g(t) = -h_g \mathbf{A}_h(\boldsymbol{\beta}(t)) \mathbf{u}_k^g(t)$; $\dot{\boldsymbol{\beta}}(t) = \mathbf{u}_k^g(t)$. В сингулярных состояниях СГК матрица Грамма $\mathbf{G}(\boldsymbol{\beta}) \equiv \mathbf{A}_h(\boldsymbol{\beta}) \mathbf{A}_h^T(\boldsymbol{\beta})$ теряет полный ранг, когда $G = \det(\mathbf{G}(\boldsymbol{\beta})) = 0$. Важной проблемой управления СГК избыточной структуры является выбор функции распределения вектора КМ СГК между ГД – закона настройки СГК. Наиболее рациональными [1] являются явные законы настройки, когда все характеристики движения ГД получаются по аналитическим соотношениям. Задача статьи состоит в определении парковых состояний СГК обеих схем при явных законах их настройки и разработке метода разгона роторов ГД и приведения СГК в парк без создания инерционных и гироскопических возмущающих моментов при угловой стабилизации корпуса спутника в ИСК с помощью ДУ.

2. Парковые состояния СГК

Вводятся обозначения

$$x_{12} = x_1 + x_2; \quad x_{34} = x_3 + x_4; \quad y_{12} = y_1 + y_2; \quad y_{56} = y_5 + y_6; \quad z_{34} = z_3 + z_4; \quad z_{56} = z_5 + z_6;$$

$$\tilde{x}_{12} = \frac{x_{12}}{\sqrt{4 - y_{12}^2}}; \quad \tilde{x}_{34} = \frac{x_{34}}{\sqrt{4 - z_{34}^2}}; \quad \tilde{y}_{12} = \frac{y_{12}}{\sqrt{4 - x_{12}^2}}; \quad \tilde{y}_{56} = \frac{y_{56}}{\sqrt{4 - z_{56}^2}}; \quad \tilde{z}_{34} = \frac{z_{34}}{\sqrt{4 - x_{34}^2}}; \quad \tilde{z}_{56} = \frac{z_{56}}{\sqrt{4 - y_{56}^2}}$$

и принимаются компоненты закона $\mathbf{f}_\rho(\boldsymbol{\beta}) = \{f_{\rho 1}, f_{\rho 2}, f_{\rho 3}\} \equiv \mathbf{0}$ настройки схемы 3-SPE в виде $f_{\rho 1} \equiv \tilde{x}_{12} - \tilde{x}_{34} + \rho(\tilde{x}_{12}\tilde{x}_{34} - 1)$; $f_{\rho 2} \equiv \tilde{y}_{56} - \tilde{y}_{12} + \rho(\tilde{y}_{56}\tilde{y}_{12} - 1)$; $f_{\rho 3} \equiv \tilde{z}_{34} - \tilde{z}_{56} + \rho(\tilde{z}_{34}\tilde{z}_{56} - 1)$ с постоянным параметром ρ при условии $0 < \rho < 1$. Для представления условий однозначной разрешимости уравнения $\mathbf{h}(\boldsymbol{\beta}) = \mathbf{h}$, где $\mathbf{h} = \{x, y, z\}$ является известным вектором-столбцом, относительно синусов и косинусов углов β_p всех шести гиродинов вводятся обозначения

$$p_{12} = \sqrt{4 - (x_{12})^2}; \quad q_{12} = \sqrt{4 - (y_{12})^2}; \quad p_{34} = \sqrt{4 - (z_{34})^2}; \quad q_{34} = \sqrt{4 - (x_{34})^2};$$

$$p_{56} = \sqrt{4 - (y_{56})^2}; \quad q_{56} = \sqrt{4 - (z_{56})^2}; \quad x_{12} = \frac{x + \Delta_x}{2}; \quad x_{34} = \frac{x - \Delta_x}{2}; \quad x_{56} = \frac{y + \Delta_y}{2};$$

$$y_{12} = \frac{y - \Delta_y}{2}; \quad z_{34} = \frac{z + \Delta_z}{2}; \quad z_{56} = \frac{z - \Delta_z}{2}; \quad d_x = q_{12} + p_{34}; \quad d_y = q_{56} + p_{12}; \quad d_z = q_{34} + p_{56}.$$

Условия разрешимости векторного уравнения $\mathbf{h}(\boldsymbol{\beta}(t)) = \mathbf{h}(t)$ имеют вид

$$\Delta_x = d_x \{1 - [1 - 4\rho((q_{12} - p_{34})(x/2) + \rho(q_{12}p_{34} - (x/2)^2)) / d_x^2]^{1/2}\} / \rho;$$

$$\Delta_y = d_y \{1 - [1 - 4\rho((q_{56} - p_{12})(y/2) + \rho(q_{56}p_{12} - (y/2)^2)) / d_y^2]^{1/2}\} / \rho;$$

$$\Delta_z = d_z \{1 - [1 - 4\rho((q_{34} - p_{56})(z/2) + \rho(q_{34}p_{56} - (z/2)^2)) / d_z^2]^{1/2}\} / \rho$$

и при введении столбца $\boldsymbol{\Delta} = \{\Delta_x, \Delta_y, \Delta_z\}$ очевидным образом преобразуются к нелинейному векторному уравнению $\boldsymbol{\Delta} = \boldsymbol{\Phi}(\mathbf{h}, \boldsymbol{\Delta})$. Получить аналитическое решение этого уравнения для определения углов β_p^* ГД при парковом состоянии СГК весьма затруднительно, но его численное решение достигается быстро по методу простой итерации – достаточно 2-3 итераций для получения результата с приемлемой точностью.

При введении обозначений

$$a_1 = \frac{x + \Delta_x}{2}; \quad b_1 = \frac{y - \Delta_y}{2}; \quad c_1 = \sqrt{a_1^2 + b_1^2}; \quad d_1 = \sqrt{4 - c_1^2} / c_1; \quad a_2 = \frac{z + \Delta_z}{2}; \quad b_2 = \frac{x - \Delta_x}{2};$$

$$c_2 = \sqrt{a_2^2 + b_2^2}; \quad d_2 = \sqrt{4 - c_2^2} / c_2; \quad a_3 = \frac{y + \Delta_y}{2}; \quad b_3 = \frac{z - \Delta_z}{2}; \quad c_3 = \sqrt{a_3^2 + b_3^2}; \quad d_3 = \sqrt{4 - c_3^2} / c_3$$

вычисление синусов и косинусов углов β_p всех шести ГД выполняется по явным аналитическим соотношениям

$$1\text{-я пара (ГД1 и ГД2):} \quad x_1 = \frac{a_1 - d_1 b_1}{2}; \quad y_1 = \frac{b_1 + d_1 a_1}{2}; \quad x_2 = \frac{a_1 + d_1 b_1}{2}; \quad y_2 = \frac{b_1 - d_1 a_1}{2};$$

$$2\text{-я пара (ГД3 и ГД4):} \quad x_3 = \frac{b_2 + d_2 a_2}{2}; \quad z_3 = \frac{a_2 - d_2 b_2}{2}; \quad x_4 = \frac{b_2 - d_2 a_2}{2}; \quad z_4 = \frac{a_2 + d_2 b_2}{2};$$

$$3\text{-я пара (ГД5 и ГД6):} \quad y_5 = \frac{a_3 - d_3 b_3}{2}; \quad z_5 = \frac{b_3 + d_3 a_3}{2}; \quad y_6 = \frac{a_3 + d_3 b_3}{2}; \quad z_6 = \frac{b_3 - d_3 a_3}{2}.$$

Положение нечетных ($p=1,3,5$) и четных ($p=2,4,6$) ГД в трех парах $i=1 \div 3$ удобно представить углами $\alpha_i = (\beta_{2i-1} + \beta_{2i})/2$ и $\delta_i = (\beta_{2i-1} - \beta_{2i})/2$, $i=1 \div 3$, которые поясняют применяемое выше наименование «ножничной пары» – угол α_i определяет центральную линию a_i «ножниц», а углы $\pm \delta_i$ – положения векторов КМ \mathbf{h}_{2i-1} и \mathbf{h}_{2i} относительно линии a_i в i -ой паре ГД.

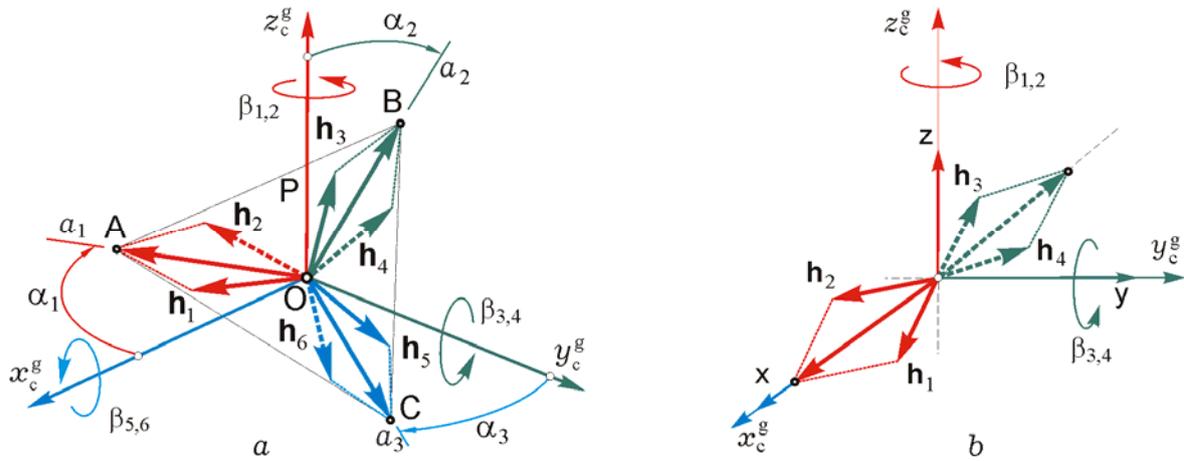


Рис. 2. Парковые состояния СГК кратных схем 3-SPE (a) и 2-SPE (b)

Парковое состояние СГК по схеме 3-SPE приведено на рис. 2a. Здесь векторы КМ всех трёх пар ГД $\mathbf{h}_i = \mathbf{h}_{2i-1} + \mathbf{h}_{2i}$ с одинаковыми модулями и концами в точках А, В и С принадлежат плоскости Р, которая содержит начало системы координат СГК, причем векторы \mathbf{h}_i направлены по линиям a_i . Парковое состояние схемы 2-SPE приведено на рис. 2b, где не показаны центральные линии a_1 и a_2 двух ножничных пар, которые определяются углами $\alpha_1 = 0$ и $\alpha_2 = \pi$, а также углы $\delta_1 = \delta_2$ в парах ГД.

3. Разгон роторов и приведение СГК в парковое состояние

Для СГК по схеме 3-SPE в плоскости изменения КМ каждой i -ой пары ГД введем линии b_i , ортогональные линиям a_i (рис. 3a) и будем считать, что направления осей роторов нечетных ($p=1,3,5$) и четных ($p=2,4,6$) ГД в парах $i=1 \div 3$ зафиксированы в корпусе КА с помощью арретиров по линиям b_i при углах ГД относительно осей их подвеса $\beta_{2i-1} = \beta_{2i} - \pi$, так как согласно применяемой стратегии отсчета углов гиродинов нечетные ГД в парах всегда перемещаются впереди четных (рис. 1 и рис. 3a).

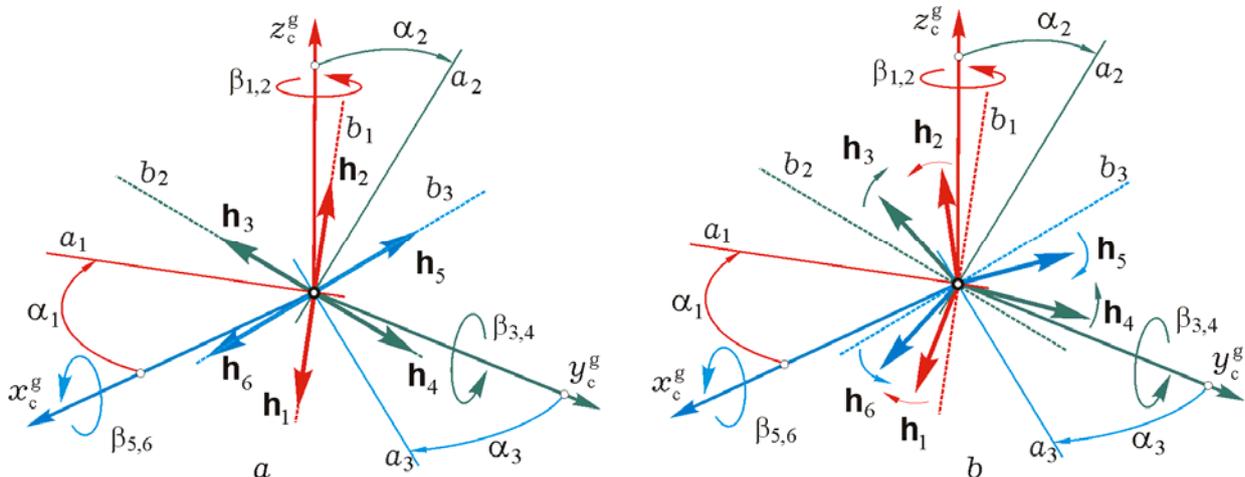


Рис. 3. Разгон роторов в парах ГД (a) и приведение схемы 3-SPE в парк (b)

При последовательном разгоне роторов в парах ГД с одинаковыми ускорениями вплоть до номинального значения h_g их собственных КМ инерционные возмущающие моменты таких гиросоторов компенсируются. Поэтому в результате КМ роторов всех шести ГД принимают значения h_g без влияния их инерционных возмущающих моментов на угловое движение корпуса КА, и при отключении арретиров гиросоторов СГК становится готовым для приведения в парковое состояние.

При развороте двух ГД с противоположными векторами КМ в i -ой паре в разные стороны с одинаковыми скоростями относительно осей подвеса создаваемые ими механические гироскопические моменты складываются и вектор КМ $\mathbf{h}_i(t)$ этой пары ГД изменяется вдоль центральной линии a_i , (рис. 3 б). В процессе приведения СГК в парк с условиями $\mathbf{H}(t) \equiv \mathbf{0}$ и $\mathbf{M}^g(t) = -\mathbf{H}^*(t) \equiv \mathbf{0}$ рационально выполнять указанные развороты гиросоторов во всех трех парах *одновременно* в следующей последовательности: 1) все шесть ГД разворачиваются в соответствующих направлениях с одинаковыми постоянными угловыми скоростями до значений их углов $\hat{\beta}_{2i-1} = \beta_{2i-1}^* - \chi$, $\hat{\beta}_{2i} = \beta_{2i}^* + \chi$ в парах $i = 1 \div 3$ с постоянным углом χ (принимается, что $\chi = 1$ град); 2) задается потребный управляющий гироскопический момент СГК $\mathbf{M}^g \equiv \mathbf{0}$ и включается закон его настройки, который автоматически приводит СГК точно в парковое состояние. Для СГК по схеме 2-*SPE* разгон роторов и приведение к парковому состоянию (рис 2 б) выполняется аналогично. Здесь линия b_1 , ортогональная центральной линии a_1 первой пары, параллельна оси Oy_c^g , а линия b_2 параллельна оси Oz_c^g системы координат СГК $Ox_c^g y_c^g z_c^g$.

4. Результаты компьютерной имитации

При имитации рассматривался информационный спутник с массой $m = 1000$ кг и тензором инерции $\mathbf{J} = \text{diag}\{812; 587; 910\}$ кг м² на солнечно-синхронной орбите. Каждый из шести ГД в составе СГК имеет модуль собственного КМ $h_g = 30$ Нмс и период цифрового управления $T_u = 0,25$ с. Будем считать, что к моменту времени $t = t_i = 7000$ с завершен режим успокоения КА и в момент времени $t = t_f^p = 8548$ с начинается длительный режим угловой стабилизации КА с панелями солнечных батарей, ориентированными на Солнце. Здесь на интервале времени $t \in [8548, 14428]$ с попарно разгоняются роторы шести ГД и при $t = 14428$ с положение векторов КМ с модулями

$h_g = 30$ Нмс в парах ГД определяется углами $\beta_{2i-1}^o = 45$ град и $\beta_{2i}^o = -135$ град, $i = 1 \div 3$.

При значении параметра $\rho=0,65$ и парковом состоянии СГК по схеме *3-SPE* углы β_p ГД имеют значения $\beta_{2i-1}^* = 15,66$ град, $\beta_{2i}^* = -105,66$ град, $i = 1 \div 3$, что приводит к значениям углов $\alpha_i = -45$ град и $\delta_i = 60,66$ град для ножничных пар. На интервале времени $t \in [14428; 14488]$ с все шесть ГД разворачиваются в соответствующих направлениях с одинаковыми постоянными угловыми скоростями, что дает соблюдение условий $\mathbf{H}(t) \equiv \mathbf{0}$ и $\mathbf{M}^s(t) \equiv \mathbf{0}$. В результате углы β_p ГД принимают значения $\hat{\beta}_{2i-1}^* = 14,66$ град, $\hat{\beta}_{2i}^* = -104,66$ град, $i = 1 \div 3$, которые сохраняются до момента времени $t = 14528$ с, когда включается закон настройки СГК с условием $\mathbf{M}^s \equiv \mathbf{0}$. В течение 20 секунд на интервале времени $t \in [14528; 14548]$ с указанный закон настройки приводит СГК точно в парковое состояние. Изменения углов β_p нечетных ГД ($p = 1, 3, 5$) при завершении приведения СГК в парк и включении его в контур управления представлены на рис. 4, а углов β_p четных ГД ($p = 2, 4, 6$) – на рис. 5.

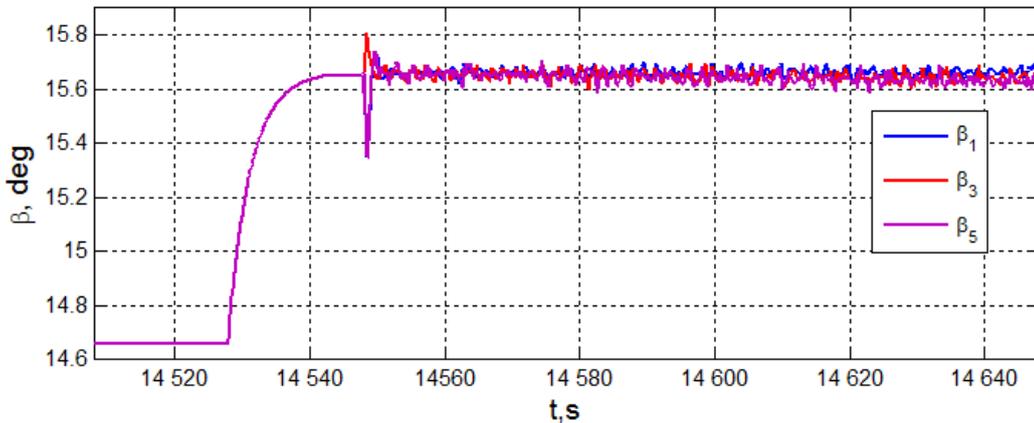


Рис. 4. Углы ГД при завершении приведения СГК в парк и включении его в СУО

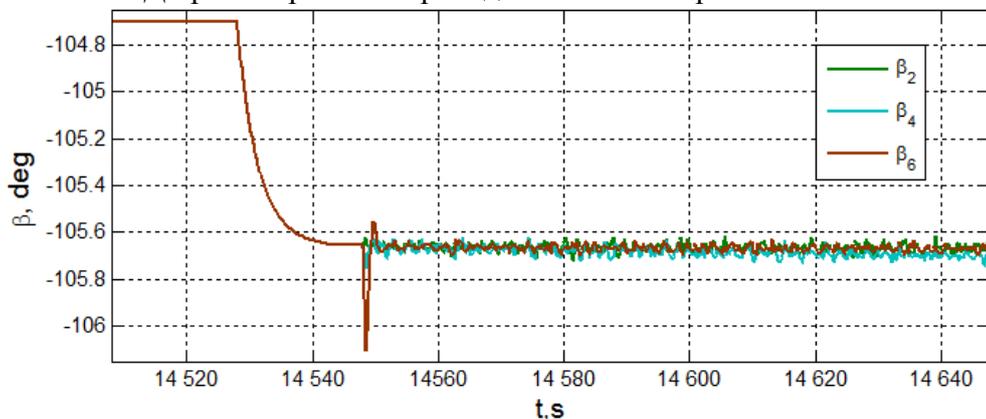


Рис. 5. Углы ГД при завершении приведения СГК в парк и включении его в СУО

Заключение

Разработан метод разгона роторов гиродинов и приведения СГК двух кратных схем в парковое состояние без создания инерционных и гироскопических возмущающих моментов при угловой стабилизации корпуса КА в ИСК с помощью ДУ.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (гранты 17-08-01708, 17-48-630637) и Отделения ЭММПУ РАН (программа фундаментальных исследований № 13).

Библиографический список

1. Somov Ye.I., Butyrin S.A., Sorokin A.V., Platonov V.N. Steering the spacecraft control moment gyroscope clusters // Proceedings of 10th Saint-Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems. – 2003. – P. 403-419.
2. Somov S.Ye. Guidance and robust pulse-width control of an information satellite at initial modes // Proceedings of 18th IFAC Symposium on Automatic Control in Aerospace. – 2010. – P. 302-307.
3. Somov S., Butyrin S. Guidance and robust pulse-width control of an information satellite at initial, service and emergency modes // Proceedings of 18th IFAC World Congress. – 2011. –P. 2072-2077.
4. Somov S. Spacecraft attitude pulse-width control at initial, service and emergency modes // AIP Conference Proceedings. – 2012. – Vol. 1493. –P. 933-940.
5. Somov S. Pulse-width attitude control of large-scale information satellite at service modes // Proceedings of 19th IFAC Symposium on Automatic Control in Aerospace. – 2013. – P. 7-12.