

Клюев Н.И., Крюков Ю.А.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ОСАЖДЕНИЯ КАПЛИ В ЛАМИНАРНОМ ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ ПЛАСТИНЫ

Рассматривается задача об осаждении капли в ламинарном ПС плоской полубесконечной пластины, по поверхности которой течет жидкая пленка. Такое течение формируется около плоской поверхности движущегося ЛА в условиях выпадения атмосферных осадков. Предполагается, что капли - сферические не вращающиеся частицы постоянной массы, неподверженные деформации, и между собой не взаимодействуют, плотности $\rho_1 \gg \rho_3$ (индекс 1 соответствует жидкости, индекс 3 – газу).

Выбирается подвижная, связанная с пластиной система декартовых координат, начало которой помещается на край пластины (рисунок 1). Пластина расположена под углом α к горизонту и обтекается однородным потоком воздуха с постоянной скоростью U . Вектор скорости потока совпадает с плоскостью пластины. Капля при свободном падении в гравитационном поле попадает на внешнюю границу ПС пленкой, 3 – ПС и профиль Блазиуса (газ) (точка с координатой (x_0, y_0) на рисунке 1).

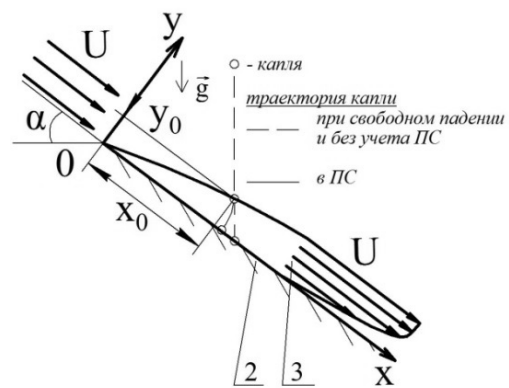


Рисунок 1 – Схема движение капли

x_0, y_0 - координаты начальной точки движения капли в ПС, 1 – капля (жидкость), 2 – пластина с пленкой, 3 – ПС и профиль Блазиуса (газ)

Уравнение движения капли в поперечном направлении имеет вид

$$m_1 \ddot{y}_1 = -m_1 g \cos \alpha + F_d + F_{Saf}, \quad (1)$$

где F_d - поперечная сила сопротивления, F_{Saf} - сила Сэфмана, m_1 - масса капли; точка над переменной означает производную по времени.

Уравнение движения в продольном направлении следующее

$$m \ddot{x}_1 = m_1 g \sin \alpha + F_x, \quad (2)$$

F_x - продольная сила сопротивления. Число Рейнольдса для капли не превышает 103. Профили продольной и поперечной скоростей ПС определяются из автомодельного решения задачи Блазиуса, влияние пленки учитывается через граничные условия

проскальзывания на межфазной поверхности (скорость на поверхности пленки $u_{мф}$ приближенно считается постоянной). Уравнения движения (1), (2) дополняются начальными условиями.

$$t = 0, x_1 = x_0, y_1 = 5\sqrt{\frac{V_3 X_0}{U}}, \dot{x}_1 = U + V \sin \alpha, \dot{y}_1 = -V \cos \alpha, \quad (3)$$

где ордината y_1 вычисляется по формуле Блазиуса для толщины ПС; V - собственная скорость падения капли.

Рассмотрим на примерах движение капли. Пусть $T = 20^\circ$, $U = 5$ м/с, $\alpha = 0^\circ$, $x_0 = 1$ м, $D_1 = 0.0001$ м, $u_{мф} = 0$. На рисунках 2 и 3 приведены коэффициенты поперечных сил и поперечная скорость капли в зависимости от времени, полученные по (1) – (3) (Модель) и в пакете Ansys Fluent (AF).

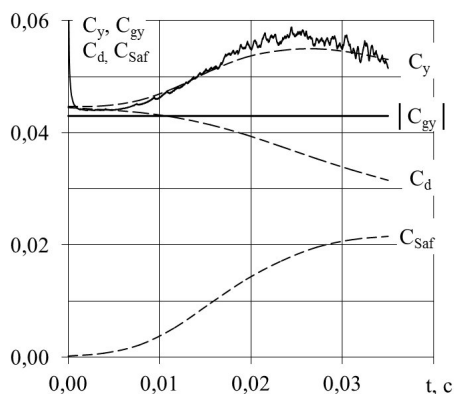


Рисунок 2 – Коэффициенты сил

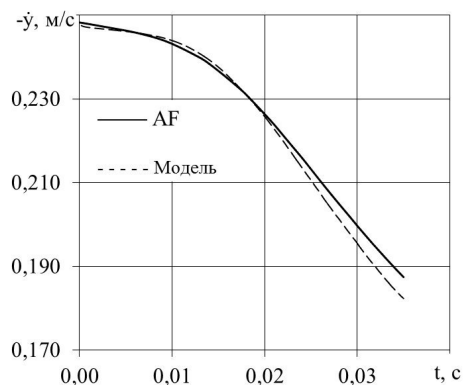


Рисунок 3 – Поперечная скорость

$$\text{при } t = 0, \dot{y}_1 = V_\infty$$

$$\text{при } t = 0, \dot{y}_1 = V_\infty$$

C_d , C_{Saf} , C_{gy} - коэффициенты сил сопротивления, Сэфмана и тяжести соответственно, $C_y = C_d + C_{Saf}$. Все коэффициенты отнесены к миделевому сечению капли и скоростному напору $\frac{\rho_3 U^2}{2}$. В начальный момент времени поперечной скорости капли соответствует ее равновесная скорость V_∞ при свободном падении (при $t = 0$ с, $\dot{y}_1 = V_\infty = -0,248$ м/с).

По рисунку 2 видно, что C_d , C_{Saf} являются положительным и соответствующие силы стремятся оттолкнуть каплю от пластины (C_y - выталкивающая сила). По величине C_y превосходит C_{gy} , поэтому поперечная скорость капли падает (рисунок 3).

Изменим начальные условия для капли. Пусть она попадает в ПС со скоростью меньше равновесной (при $t = 0$ с, $\dot{y}_1 = -0,14$ м/с). На рис. 4 и 5 приведены коэффициенты

сил и поперечная скорость капли. По графикам заметно, что баланс сил меняется. Так, при $t < 0,23 \text{ с}$ величина C_{gy} превосходит C_y (рисунок 4) и капля продолжает набирать скорость (рисунок 5). При $t > 0,23 \text{ с}$ соотношение сил изменяется на обратное, и капля тормозится.

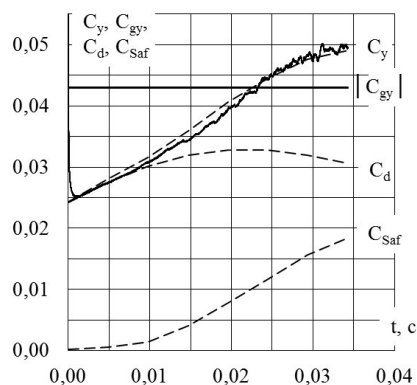


Рисунок 4 – Коэффициенты сил
при $t = 0, \dot{y}_1 < V_\infty$

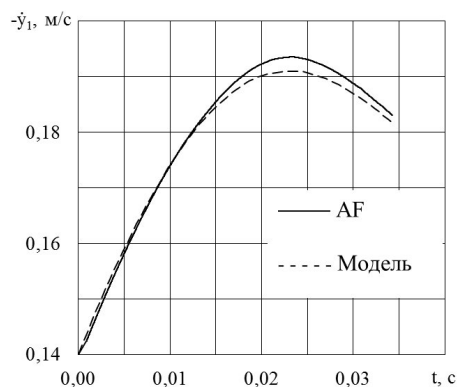


Рисунок 5 – Поперечная скорость при
 $t = 0, \dot{y}_1 < V_\infty$

На рисунке 6 приведено изменение скорости капли по времени в продольном направлении. Наличие силы сопротивления заставляет каплю тормозиться.

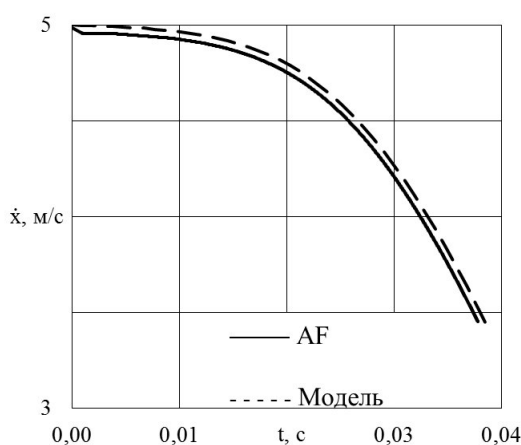


Рисунок 6 – Продольная скорость капли

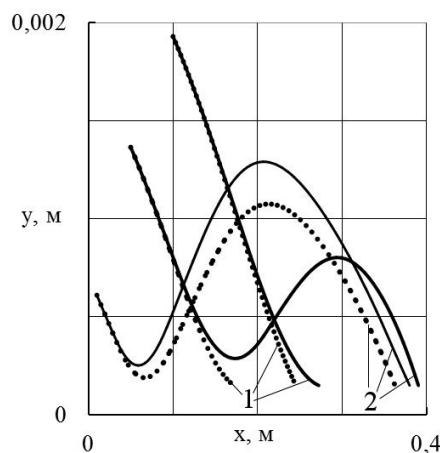


Рисунок 7 – Траектории капли

На рисунке 7 приведены траектории движения капли при $T = 20^\circ$, $U = 10 \text{ м/с}$, $\alpha = 0^\circ$, $\dot{y}_0 = -0,1 \text{ м/с}$, $D_1 = 0,00015 \text{ м}$. Точками обозначены траектории, полученные при наличии пленки на поверхности пластины ($u_{\text{мф}} = 1 \text{ м/с}$), сплошными линиями – без пленки.

На каплю в поперечном к пластине направлении действуют силы инерции и тяжести, в противоположном – силы сопротивления и Сэфмана. Если первые силы больше, капля слабо отклоняется от прямолинейной траектории (цифра 1), в обратном случае траектория капли заметно искривляется (цифра 2).

Сравним траектории капли при наличии пленки на пластине и без неё. Пленка изменяет профиль ПС, уменьшая величину выталкивающей поперечной силы, и капля при наличии пленки оседает на пластину ближе к её краю.

На рисунках 2 – 6 сплошной линией приведены результаты, полученные в АФ, пунктирной – по предложенной модели. По рисункам видно хорошее совпадение результатов, что позволяет говорить о справедливости выбранной системы активных сил.

Библиографический список

1. Крюков, Ю.А. Снижение трения на плоской пластине при наличии жидкой пленки на ее поверхности. / Н.И. Ключев, В.А. Фролов, Ю.А. Крюков // Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета имени академика С.П. Королева (национального исследовательского университета), –№5 (36), Часть 2, 2012. – С. 29-32.

2. Крюков, Ю.А. Моделирование движения сферической капли в ламинарном пограничном слое Блазиуса с помощью пакета Ansys Fluent // Вестник СамГУ, – № 3(125), 2015. – С. 97-105.

3. Крюков, Ю.А. Сферическая капля в ламинарном пограничном слое плоской пластины / Ю.А. Крюков // Научная мысль, –№ 1, 2016. С. 106-111.