

Салмин В. В., Петрухина К. В.

МЕТОДИКА ПРОЕКТНО-БАЛЛИСТИЧЕСКОЙ ОПТИМИЗАЦИИ И МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ПЕРЕВОДА КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА С ЭЛЛИПТИЧЕСКОЙ ОРБИТЫ НА ГЕОСТАЦИОНАРНУЮ ОРБИТУ

1. Постановка задачи

Выведение полезной нагрузки (ПН) на геостационарную орбиту (ГСО) может осуществляться тремя основными способами, задающими множество альтернатив:

- «Импульсное» выведение с использованием традиционных химических двигателей. Достоинством данной схемы является малое время выведения ПН на ГСО и, как следствие, малое время пребывания космического аппарата (КА) в радиационных поясах Земли. Недостаток – сокращение массы ПН, выводимой на ГСО, из-за значительного возрастания массы топлива, необходимого для выполнения импульсных манёвров.

- Некомпланарный переход с низкой околоземной орбиты на ГСО с использованием электрореактивной двигательной установки (ЭРДУ). Достоинством указанной схемы является увеличение массы ПН, выводимой на рабочую орбиту, по сравнению с импульсным выведением. Недостаток заключается в увеличении времени выведения и, следовательно, времени пребывания КА в радиационных поясах Земли.

- Комбинированная схема выведения ПН на ГСО с использованием на первом этапе химического разгонного блока (ХРБ) для формирования промежуточной орбиты, а на втором этапе – бортовой ЭРДУ для доведения орбиты до целевой. Эта схема является наиболее универсальной, так как сочетает в себе достоинства первой и второй схем, а также позволяет варьировать соотношение массы ПН и времени выведения на ГСО, т.е. решить многокритериальную задачу оптимизации.

Существенным фактором, ограничивающим возможность создания КА с солнечной энергоустановкой, является большая потребная площадь солнечных батарей, что обусловлено необходимостью создания электрической мощности порядка нескольких десятков кВт. Кроме того, КА с солнечной электрореактивной двигательной установкой (СЭРДУ) при движении в околоземном пространстве периодически попадает в тень Земли, где двигательная установка выключается, что приводит к ещё большему увеличению продолжительности перелёта.

Рассмотрим комбинированные схемы выведения, включающие в себя следующие этапы (рисунок 1):

1. Выведение КА на опорную круговую орбиту высотой $H_0 = 200$ км и наклоном

$i_0 = 51.5^\circ$ с помощью РН «Союз-2-1б».

2. Двухимпульсный компланарный переход КА на промежуточную эллиптическую орбиту за счёт работы ХРБ (в данном случае маршевой двигательной установки (МДУ) разгонного блока (РБ) «Фрегат»).

3. Перелёт КА с промежуточной орбиты на ГСО за счёт работы ЭРДУ, состоящей из нескольких стационарных плазменных двигателей СПД-140.

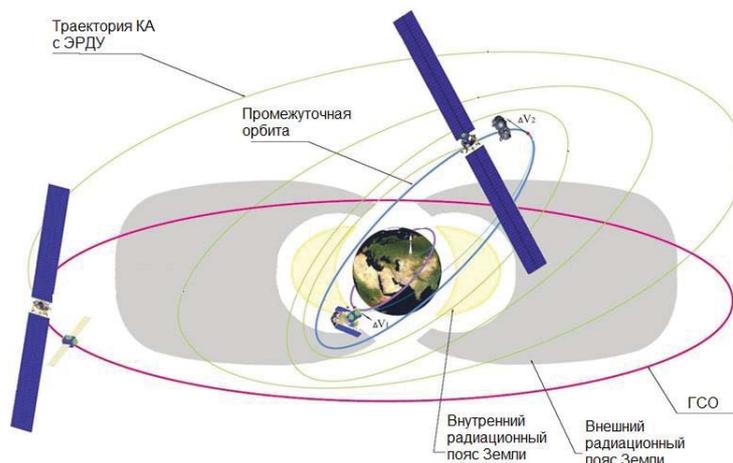


Рисунок 1 – Комбинированная схема выведения КА на ГСО

2. Проектная модель массы космической транспортной системы

Для выбора оптимальных проектных и баллистических параметров КА представим стартовую массу КА как сумму масс отдельных систем:

$$m_0 = m_K^{ХРБ} + m_T^{ХРБ} + m_{\text{Э}}^{\text{ЭРДУ}} + m_{\text{Д}}^{\text{ЭРДУ}} + m_{\text{СПХ}}^{\text{ЭРДУ}} + m_{\text{Т}}^{\text{ЭРДУ}} + m_{\text{К}}^{\text{ЭРДУ}} + m_{\text{ПН}}, \quad (1)$$

где $m_K^{ХРБ}$ - масса конструкции ХРБ (сухая масса); $m_T^{ХРБ}$ - масса топлива ХРБ; $m_{\text{Э}}^{\text{ЭРДУ}}$ - масса источника и преобразователя энергии ЭРДУ; $m_{\text{Д}}^{\text{ЭРДУ}}$ - масса двигательной установки ЭРДУ; $m_{\text{СПХ}}^{\text{ЭРДУ}}$ - масса системы подачи и хранения рабочего тела ЭРДУ; $m_{\text{Т}}^{\text{ЭРДУ}}$ - масса рабочего тела ЭРДУ; $m_{\text{К}}^{\text{ЭРДУ}}$ - масса корпуса КА, прочих элементов и систем КА с ЭРДУ; $m_{\text{ПН}}$ - масса полезной нагрузки.

Массы отдельных компонентов КА с ЭРДУ [1, 2] зависят от проектных параметров. Обычно применяются следующие зависимости:

$$m_{\text{Э}}^{\text{ЭРДУ}} = \alpha_{\text{ЭУ}} N, \quad (2)$$

$$m_{\text{Д}}^{\text{ЭРДУ}} = \gamma_{\text{ДУ}} (P + kP_{\text{УПР}}), \quad (3)$$

$$m_{\text{СПХ}}^{\text{ЭРДУ}} = \gamma_{\text{СПХ}} m_{\text{Т}}^{\text{ЭРДУ}}, \quad (4)$$

$$m_{\text{К}}^{\text{ЭРДУ}} = \gamma'_{\text{К}} P + \gamma''_{\text{К}} N, \quad (5)$$

$$m_T^{\text{ЭРДУ}} = \frac{P}{c} T_M, \quad (6)$$

где P - тяга маршевых двигателей; $P_{\text{УПР}}$ - тяга управляющих двигателей; N - мощность энергоустановки; T_M - моторное время (полное время работы ЭРДУ); $\alpha_{\text{ЭУ}}$, $\gamma_{\text{ДУ}}$, $\gamma_{\text{СПХ}}$, γ'_K , γ''_K - соответствующие удельные массовые характеристики.

Мощность энергоустановки зависит от тяги двигателей и скорости истечения рабочего тела

$$N = \frac{Pc(1+\chi)}{2\eta_T\eta_{\text{ПЭ}}}, \quad (7)$$

где $\chi = \frac{P_{\text{УПР}}}{P}$ характеризует относительный расход массы управляющих двигателей, η_T - тяговый коэффициент полезного действия, $\eta_{\text{ПЭ}}$ - КПД преобразователя энергии.

3. Управление вектором тяги при многовитковом перелёте на геостационарную орбиту

Законы управления вектором тяги КА с ЭРДУ реализуются посредством изменения углов ориентации вектора тяги как в плоскости орбиты (угол λ), так и в плоскости местного горизонта (угол ψ).

Рассмотрим закон управления, обеспечивающий совместное изменение большой полуоси, эксцентриситета и наклона орбиты при движении КА с ЭРДУ.

В качестве критерия оптимальности динамической задачи выбран квадратичный функционал, представляющий собой сумму квадратов невязок большой полуоси, эксцентриситета и наклона орбиты, умноженных на соответствующие им весовые коэффициенты:

$$I = \Delta x_K^T \alpha \Delta x_K \rightarrow \min, \quad (8)$$

где $\Delta x_K = [\Delta A, \Delta e, \Delta i]^T$.

Здесь $\Delta A = A(t) - A_k$, $\Delta e = e(t) - e_k$, $\Delta i = i(t) - i_k$;

$$\alpha = [\alpha_{ij}] = \begin{bmatrix} \alpha_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \alpha_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_{33} \end{bmatrix}, \quad \sum \alpha_{ij} = 1,$$

где $\alpha_A = \alpha_{11}$, $\alpha_e = \alpha_{22}$, $\alpha_i = \alpha_{33}$ - весовые коэффициенты (элементы диагональной матрицы) по большой полуоси, эксцентриситету и наклону соответственно.

Этот функционал легко приводится к интегральному виду с целью обеспечения максимальной скорости изменения критерия I :

$$\frac{dI}{dt} = 2\alpha_1 \left(\frac{A}{A_0} - \frac{A_\kappa}{A_0} \right) \cdot \frac{1}{A_0} \frac{dA}{dt} + 2\alpha_2 e \frac{de}{dt} + 2\alpha_3 i \frac{di}{dt} \rightarrow \max. \quad (9)$$

Данный подход реализует идею «локальной оптимизации» [3].

Численное моделирование показало, что функционал (8) монотонно убывает, минимизируя обобщённую невязку. Монотонность и одновременное выполнение граничных условий по большой полуоси, эксцентриситету и наклонению орбиты обеспечивается специальным алгоритмом подбора матрицы весовых коэффициентов.

Полученный закон управления прост в использовании, даёт верхнюю оценку продолжительности перелёта и обеспечивает достаточную точность. Проводилось сравнение результатов, полученных с использованием законов локально-оптимального управления, с результатами точного решения задач перелёта между некомпланарными орбитами. Оказалось, что для широкого диапазона граничных условий результаты решений отличаются не более чем на 0,8...1%, что позволяет рассматривать локально-оптимальные управления в качестве хорошего начального приближения для точного решения вариационных задач механики полёта с малой тягой.

4. Алгоритм решения многокритериальной задачи оптимизации

На первом этапе на основе перебора параметров баллистической схемы (большой полуоси и эксцентриситета промежуточной орбиты) с заданным шагом производится моделирование каждого расчётного варианта. В плоскости параметров «время перелёта – масса полезной нагрузки» строится множество решений π_1 . Далее применяется метод рабочих характеристик ($M_{\text{пн}} = \text{fixe}$, $T_\Sigma = \text{var}$) и исходное множество решений π_1 сужается до множества Парето $\pi_2 \subset \pi_1$, которое является верхней границей множества π_1 .

На втором этапе производится проверка ограничений $T_{\text{рад}} \leq T_{\text{рад}}^{\text{дон}}$, $T_{\text{мену}} \leq T_{\text{мену}}^{\text{дон}}$. Варианты, не удовлетворяющие ограничениям, исключаются из множества π_2 . Таким образом, результатом решения задачи оптимизации является некоторое множество «неулучшаемых» решений $\pi_3 \subset \pi_2$, в котором можно выделить две области:

- а) область решений, характеризующихся малым временем выведения и небольшой массой полезной нагрузки (этому случаю соответствует интенсивная работа ХРБ);
- б) область решений, характеризующаяся длительным перелётом и значительной массой полезной нагрузки (в этом случае происходит интенсивная работа ЭРДУ).

На третьем этапе решается задача параметрической оптимизации, т.е. выбора оптимальных проектных параметров электрореактивного транспортного модуля (тяги, скорости истечения, мощности энергоустановки, площади солнечных батарей, типа и количества электрореактивных двигателей, массы рабочего тела и т.д.). Однако, если используется стандартный спроектированный электрореактивный транспортный модуль, то этот этап оптимизации опускается. Тогда синтез проектно-баллистических характеристик перелёта сводится к выбору оптимальных параметров переходного эллипса и оптимальных управлений углами ориентации тяги ЭРД, обеспечивающих минимум квадратичной невязки граничных условий при фиксированном моторном времени перелёта.

Построив точки в плоскости параметров «время перелёта – относительная масса ПН» (рисунок 2) и проведя процедуру сравнения, исключаем из исходного множества неконкурентоспособные решения в плане обеспечения максимальной массы полезной нагрузки и минимальной продолжительности перелёта.

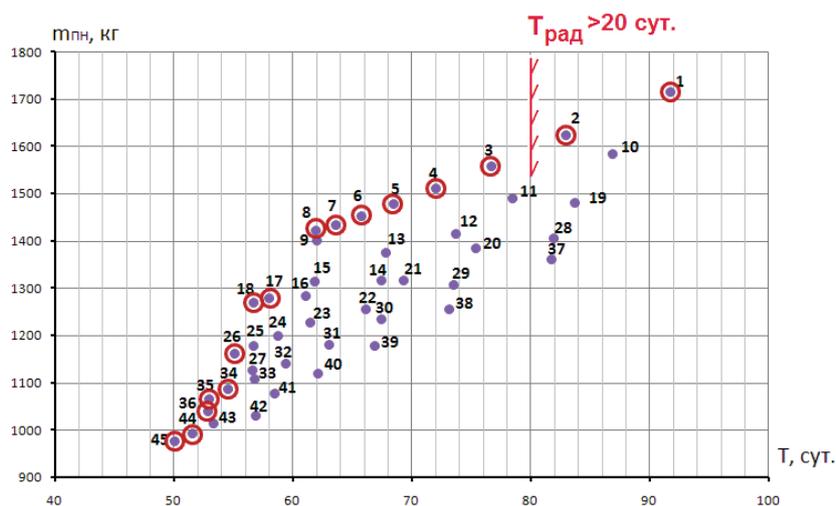


Рисунок 2 – Зависимость массы полезной нагрузки от продолжительности перелёта

Таким образом, получаем более узкое множество решений (множество Парето), которое на рисунке 2 является верхней границей исходного множества. Видно, что точки, принадлежащие множеству, обладают следующим свойством: двигаясь вдоль этого множества, нельзя увеличить массу ПН на ГСО, не увеличив при этом и времени перелёта. Результаты расчётов, отражённые на графике (рисунок 3), показывают, что масса ПН при стартовой массе 6900 кг составляет порядка 1350 кг, а время перелёта изменяется от 65 до 85 суток.

Рисунок 2 позволяет чётко выделить две характерных области:

- Первый участок продолжительностью от 50 до 60 суток: здесь масса полезной нагрузки не превышает 1300 кг, т.к. основные энергетические затраты берёт на себя ХРБ

при реализации переходного эллипса (короткие перелёты).

- Второй участок, реализующий оптимальную комбинированную схему, имеет продолжительность от 60 до 80 суток, при этом масса полезной нагрузки за счёт более длительной работы двигателя малой тяги увеличивается примерно до 1550 кг.

5. Результаты моделирования перелёта на ГСО

На рисунке 3 представлены зависимости большой полуоси, эксцентриситета и наклона орбиты, а также результаты трёхмерного моделирования траектории перелёта на ГСО при использовании локально-оптимальной схемы.

Исходные данные: $A_0 = 22000$ км, $e_0 = 0.273$, 8 маршевых двигателей СПД-140 (тяги каждого двигателя – 280 мН; скорость истечения – 2600 с).

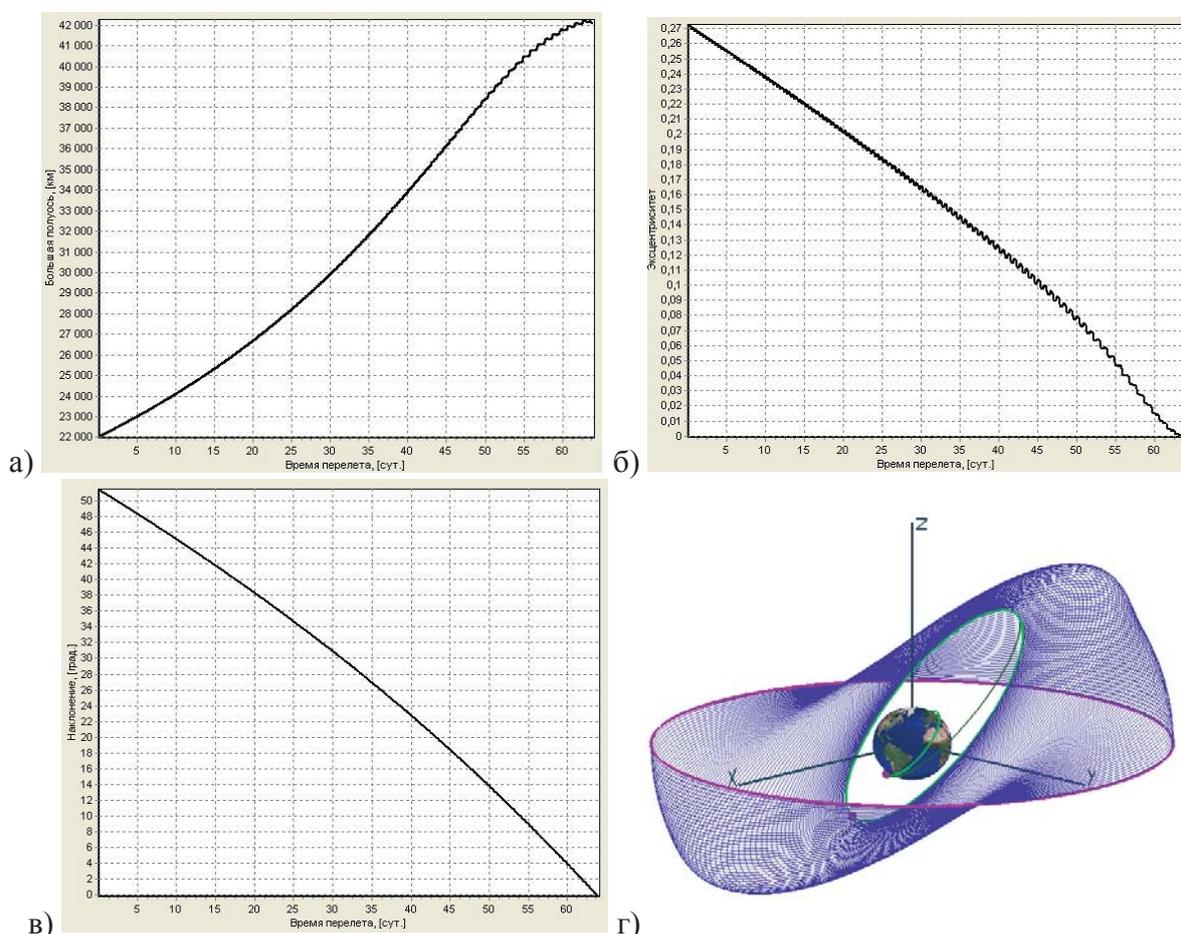


Рисунок 3 – Зависимости большой полуоси (а), эксцентриситета (б), наклона (в) от времени перелёта и траектория перелёта для локально-оптимальной схемы

Рассмотрим перелёт, осуществляемый с помощью космической транспортной системы при стартовой массе комплекса на низкой орбите 8250 кг, что соответствует возможностям РН «Союз-2-1б».

В таблице 1 приведены результаты расчёта проектных параметров для двигателей

СПД-140 и СПД-140D. Во всех случаях в составе ЭРДУ использовались двенадцать двигателей, восемь из которых являлись рабочими, а остальные – резервными. Видно, что можно доставить на ГСО более 2 т полезного груза, что соответствует массе спутника связи класса «Экспресс».

Таблица 1 – Результаты расчёта проектно-баллистических параметров перелёта на ГСО

Исходные данные		
Начальная масса КА, кг	8250	
Масса рабочего запаса топлива ХРБ, кг	3164	
Конечная (сухая) масса ХРБ, кг	980	
Тяга двигателя ХРБ, Н	20000	
Удельная тяга двигателя ХРБ, с	328	
Тяга одного ЭРД, мН	290	180
Удельный импульс ЭРД, с	1770	2750
Потребляемая мощность одного ЭРД, кВт	4,5	4,8
Масса одного ЭРД, кг	8,5	8,5
Количество рабочих ЭРД	8	
Коэффициент резервирования ЭРД	1.5	
Удельная масса энергоустановки, кг/кВт	10	
Удельная масса системы подачи и хранения рабочего тела	0.02	
Относительная масса конструкции КА (после отделения ХРБ)	0.1	
Высота начальной орбиты, км	200	
Наклонение начальной орбиты, град.	51.5	
Большая полуось промежуточной орбиты, км	12000	
Эксцентриситет промежуточной орбиты	0.3	
Баллистические параметры перелёта		
Время перелёта, сут.	108,7	186,1
Моторное время, сут.	108,7	186,1
Количество витков	267	445
Характеристическая скорость, км/с	6,152	6,153
Проектные параметры перелёта		
Масса КА на промежуточной орбите, кг	4207	
Масса энергоустановки, кг	360	384
Масса ЭРДУ, кг	102	102
Масса СПХ, кг	25,1	17,2
Масса рабочего тела ЭРДУ, кг	1255	858
Масса конструкции, кг	421	
Масса полезной нагрузки, кг	2044	2425
Полная тяга, мН	2320	1440
Начальное ускорение, мм/с ²	0,551	0,342
Площадь солнечных батарей, м ²	130	139

6. Оптимизация даты старта с учетом времени пребывания КА с ЭРДУ в тени Земли

В зависимости от даты старта $D_{\text{старта}}$, определяющей эфемериды Солнца, и начальной долготы восходящего узла Ω_0 , задающей начальную ориентацию плоскости орбиты относительно Солнца, траектория космического аппарата с солнечной ЭРДУ будет характеризоваться различным временем затенения. Варьируя параметры $\Omega_0, D_{\text{старта}}$, получаем различные значения времени пребывания КА в тени.

Поставим задачу построения изолиний времен пребывания КА, совершающего перелёт по многовитковой пространственной траектории перехода на ГСО, в тени Земли. Для этого выполним серию расчётов для различных значений параметров $\Omega_0, D_{\text{старта}}$ с шагом по долготе восходящего узла и по дате старта.

На рисунке 4 представлены результаты расчёта продолжительностей теневого участков при варьировании значений даты старта и долготы восходящего узла при фиксированных значениях большой полуоси $A = 14000 \text{ км}$ и эксцентриситета $e = 0.3$ промежуточной орбиты.

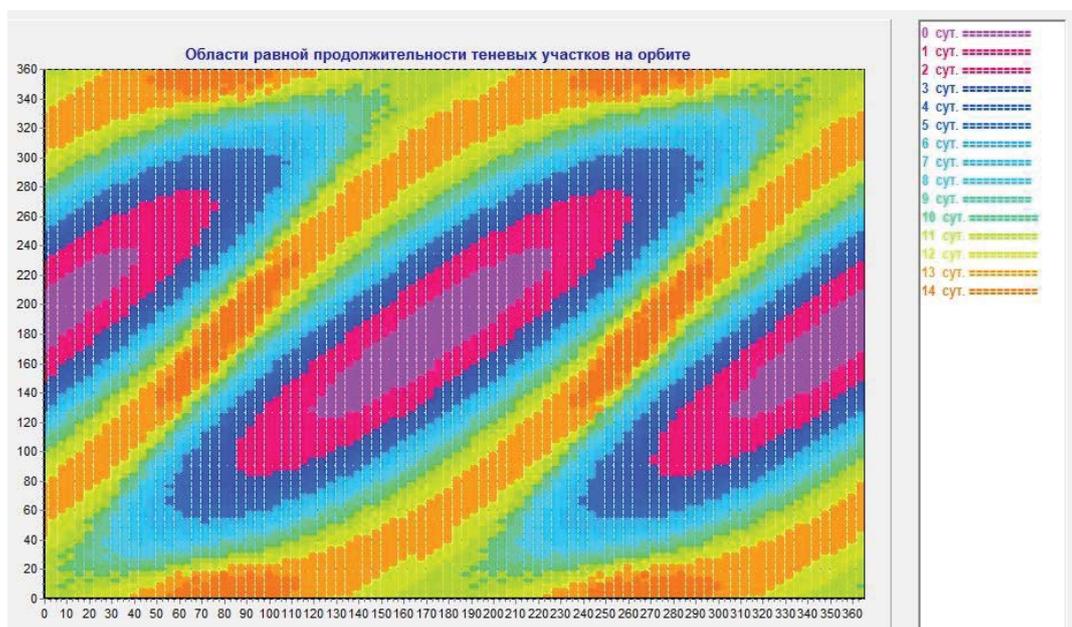


Рисунок 4 - Области равной продолжительности пребывания КА с ЭРДУ в тени Земли

Из рисунка 4 видно, что оптимальные ($T_{\text{тени}} = 0$) и неоптимальные ($T_{\text{тени}} = \max$) даты старта повторяются с периодичностью 6 месяцев. Кроме того, существуют достаточно широкие окна старта, при которых $T_{\text{тени}} = 0$. Ранее этот факт был установлен для движения по околокруговым траекториям [4].

При фиксированной дате старта можно добиться уменьшения времени пребывания

КА в тени за счёт оптимального выбора начальной ориентации плоскости орбиты (угла Ω_0). Описанная приближённая методика позволяет существенно сузить границы области поиска оптимальных дат старта для космических аппаратов с солнечными электрореактивными двигателями.

Таким образом, проведенная декомпозиция общей задачи оптимизации траекторий межорбитального перелёта позволила выделить область баллистических параметров, обеспечивающих оптимум по критерию продолжительности пребывания в тени.

Первоначальное расширение множества допустимых решений оказалось достаточно эффективным, т.к. диапазон параметров, при которых $T_{\text{тени}} = 0$, оказался весьма широким.

Отметим, что для серии расчётов, выполненных с различными значениями большой полуоси переходного эллипса, время пребывания КА в тени составляет от 0 до 7 суток. Это существенно меньше, чем для траекторий перелётов на ГСО, соответствующих движению по квазикруговой орбите только с двигателем малой тяги – от 0 до 20 суток [4].

Библиографический список

- 1 Гродзовский Г.Л., Иванов Ю.Н., Токарев В.В. Механика космического полета. Проблемы оптимизации. М.: Наука. 1975. 702 с.
- 2 Ишков С.А., Салмин В.В.. Оптимизация траекторий и параметров межорбитальных транспортных аппаратов с двигателями малой тяги // Космические исследования. 1989. Т. XXVII, вып. 1. С.42-53.
- 3 Моисеев Н.Н. Элементы теории оптимальных систем, М.: Наука, 1975. 528с.
- 4 Салмин, В. В. Оптимизация космических перелётов с малой тягой. Проблемы совместного управления траекторным и угловым движением [Текст] / В.В. Салмин. – М.: Машиностроение, 1987. 208 с.