УДК 531

Алексеев А.В., Дорошин А.В., Ерёменко А.В., Крикунов М.М., Недовесов М.О.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ СОСТАВНОГО КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА С ВНУТРЕННИМ ПОДВИЖНЫМ УСТРОЙСТВОМ

Механическая и математическая модели

Рассмотрим механическую структуру составного (двутельного) космического аппарата (КА) со взаимосвязями и внутренними степенями свободы, приведённую на рис. 1.

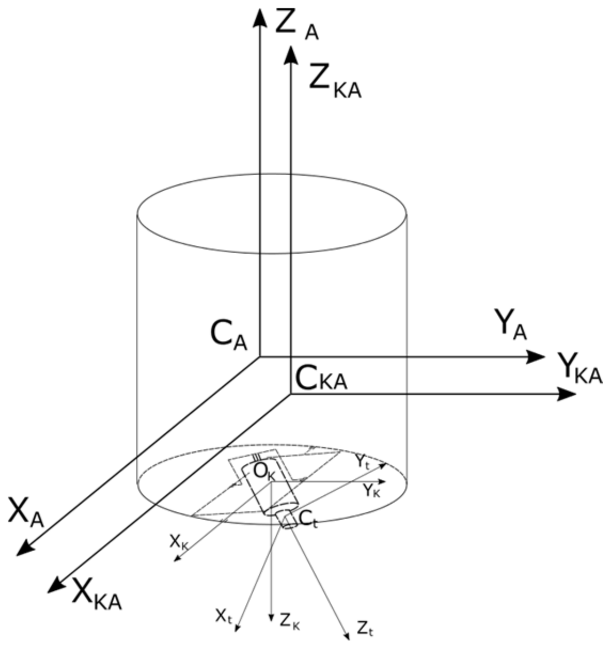

Рис. 1. Структура КА с внутренними степенями свободы: 1 – корпус космического аппарата (несущее тело), тело 2 – подвижное устройство в кардановом подвесе

Введем следующую группу систем координат:

– $C_{KA}X_{KA}Y_{KA}Z_{KA}$ – система координат, начало которой совпадает с центром масс составного КА, а оси параллельны главным центральным осям инерции корпуса (несущего тела) космического аппарата;

– $C_AX_AY_AZ_A$ – система координат, начало которой совпадает с центром масс несущего тела, а оси являются главными центральными осями инерции несущего тела;

– $O_KX_KY_KZ_K$ – система координат, начало которой совпадает с неподвижной точкой карданова подвеса, оси которой остаются параллельными осям главными центральными осями инерции несущего тела;

– $C_tX_tY_tZ_t$ – система координат, начало которой совпадает с центром масс подвижного устройства, а оси являются главными центральными осями инерции подвижного оборудования.

Рассмотрим движение составного КА в системе координат $C_{KA}X_{KA}Y_{KA}Z_{KA}$, которую будем именовать основной. Определим положения центров масс частей космического аппарата в основной системе координат (рис. 1). Для центра масс составного КА в основной системе координат справедливо соотношение:

$$\mathbf{r_c} = \frac{m_1\mathbf{r_1} + m_2\mathbf{r_2}}{m_1 + m_2}, \tag{1}$$

где $\mathbf{r_2}$ и m_2 – радиус-вектор центра масс и масса подвижного оборудования, $\mathbf{r}_1$ и m_1 – радиус вектор центра масс и масса несущего тела, $\mathbf{r}_c$ – радиус вектор центра масс всего составного КА.

Запишем радиус-вектор центра масс составного КА в системе координат $O_K X_K Y_K Z_K$:

$$\mathbf{r_c} = \frac{m_1\mathbf{O_k C_a} + m_2\mathbf{A_1(O_k C_t)}}{m_1 + m_2}, \tag{2}$$

где $\mathbf{A_1}$ – матрица перехода от системы координат $C_t X_t Y_t Z_t$ к системе координат $C_A X_A Y_A Z_A$

Запишем выражения для определения радиус вектора центра масс несущего тела в основной системе координат $C_{KA} X_{KA} Y_{KA} Z_{KA}$:

$$\mathbf{r_1} = \mathbf{O_k C_a} - \mathbf{r_c}. \tag{3}$$

Радиус вектор центра масс подвижного оборудования для удобства дальнейших вычислений запишем в его собственной системе координат $C_t X_t Y_t Z_t$:

$$\mathbf{r_2} = \mathbf{O_k C_t} - \mathbf{A_2 r_c}, \tag{4}$$

где $\mathbf{A_2}$ – матрица перехода от системы координат $C_A X_A Y_A Z_A$ к системе координат $C_t X_t Y_t Z_t$,

Запишем выражение кинетических моментов частей составного КА относительно общего центра масс:

$$\mathbf{K_i} = \mathbf{I_i \omega_i} + \left[\mathbf{r_i} \times m_i\left(\boldsymbol{\omega}_\mathbf{i} \mathbf{r}_i + \frac{d\mathbf{r_i}}{dt}\right)\right], \tag{5}$$

где $\mathbf{I_i} = diag[A_i, B_i, C_i]$ – тензор инерции, $\boldsymbol{\omega}_\mathbf{i}$ – вектор угловой скорости, i=1, 2 – номер части составного КА.

Тогда компоненты угловых скоростей частей составного КА, при выбранной последовательности поворотов $X \to Y \to Z$, определяются следующими кинематическими уравнениями:

$$\begin{cases} p_i = \dot{\alpha}_i \cos(\beta_i)\cos(\gamma_i) + \dot{\beta}_i \sin(\gamma_i), \\ q_i = -\dot{\alpha}_i \cos(\beta_i)\sin(\gamma_i) + \dot{\beta}_i \cos(\gamma_i), \\ r_i = \dot{\alpha}_i \sin(\beta_i) + \dot{\gamma}_i, \end{cases} \tag{6}$$

где p_i, q_i, r_i – проекции угловой скорости $\boldsymbol{\omega}_\mathbf{i}$ на оси системы координат $C_A X_A Y_A Z_A$ при i=1 и на систему координат $C_tX_tY_tZ_t$ при i =2; $\alpha_i, \beta_i, \gamma_i$ – углы Крылова.

Запишем первые три уравнения движения составного КА:

$$\left(\frac{\tilde{\mathbf{d}}\mathbf{K_1}}{\mathbf{dt}} + \boldsymbol{\omega}_1 \times \mathbf{K_1}\right) + \mathbf{A}_1\left(\frac{\tilde{\mathbf{d}}\mathbf{K_2}}{\mathbf{dt}} + \boldsymbol{\omega}_2 \times \mathbf{K_2}\right). \tag{7}$$

Для нахождения оставшихся трёх уравнений движения составного КА, описывающих внутренние степени свободы, найдём кинетическую энергию системы и запишем уравнение Лагранжа второго рода:

$$T = \frac{1}{2}\left(\mathbf{K_1}\boldsymbol{\omega}_1 + \mathbf{K_2}\boldsymbol{\omega}_2 + m_1\mathbf{V_1^2} + m_2\mathbf{V_2^2}\right), \tag{8}$$

где T – полная кинетическая энергия механической системы.

Так как на механическую систему не действуют потенциальные силы уравнение Лагранжа запишется в следующем виде

$$L = \frac{d}{dt}\frac{\partial T}{\dot{\varphi}_i} - \frac{\partial T}{\partial \varphi_i} = 0\,, \tag{9}$$

где φ_i – обобщённые координаты, $\dot{\varphi}_i$ – обобщённые скорости механической системы.

Уравнения (7) и (9) образуют систему динамических уравнений движения всей составного КА.

$$\begin{cases} \left(\dfrac{\tilde{\mathbf{d}}\mathbf{K_a}}{\mathbf{dt}} + \omega_{\mathbf{a}} \times \mathbf{K_a}\right) + \mathbf{A}_2\left(\dfrac{\tilde{\mathbf{d}}\mathbf{K_t}}{\mathbf{dt}} + \omega_{\mathbf{t}} \times \mathbf{K_t}\right) = \mathbf{M_c^e}, \\ \dfrac{\mathbf{d}}{\mathbf{dt}}\dfrac{\partial \mathbf{T}}{\dot{\varphi}_{\mathbf{i}}} - \dfrac{\partial \mathbf{T}}{\partial \varphi_{\mathbf{i}}} = \mathbf{M_c^e} + \mathbf{M_c^{\mathit{i}}}. \end{cases} \tag{10}$$

Результаты численного моделирования

Полученные уравнения (10) в полной мере позволяют осуществлять численное моделирование и последующий синтез динамики КА с подвесным устройством (ПУ). Структура уравнений (10) является линейной по отношению к производным, что позволяет записать динамические уравнения в явном разрешенном виде, готовом для интегрирования совместно с двумя группами кинематических уравнений.

Стоит отметить, что контроль полученных результатов интегрирования уравнений динамики КА осуществлялся с помощью проверок сохранения естественных интегралов движения (сохранение кинетического момента и сохранение кинетической энергии при свободном движении):

$$T = const\,,\ K_c = const\,.$$

Принимались следующие начальные условия и параметры составного КА: m1=400 [кг], m2=20 [кг]; моменты инерции КА: A1=B1=1500 [кг*м2], C1=750 [кг*м2]; моменты инерции ПУ: A2=B2=100 [кг*м2], C2=50 [кг*м2]; начальные значения угловых скоростей КА: p1=q1=r1=0,03 [рад/с]; начальные значения углов КА: α1=β1=γ1=0 [рад]; начальные значения угловых скоростей ПУ: p1=q1=r1=0 [рад/с]; начальные значения углов ПУ: α1=β1=γ1=0 [рад]; время интегрирования 500 [с].

Результаты моделирования приведены на рис. 2-7.

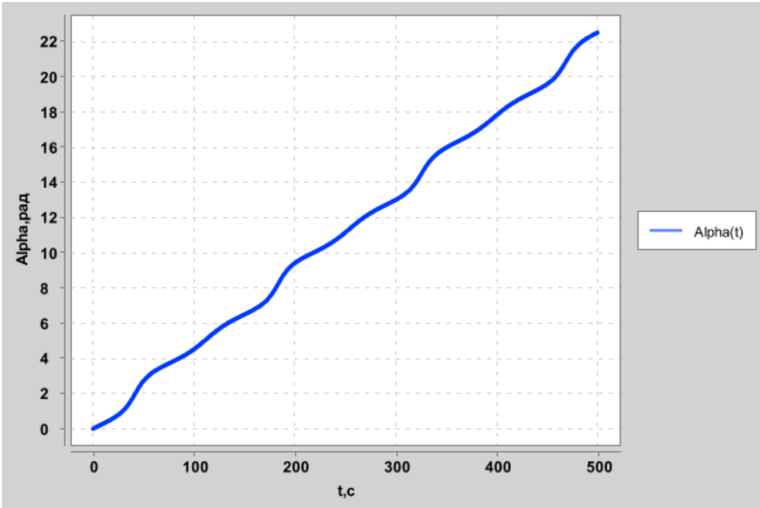

Рис. 2. Зависимость угла α_1 корпуса КА от времени

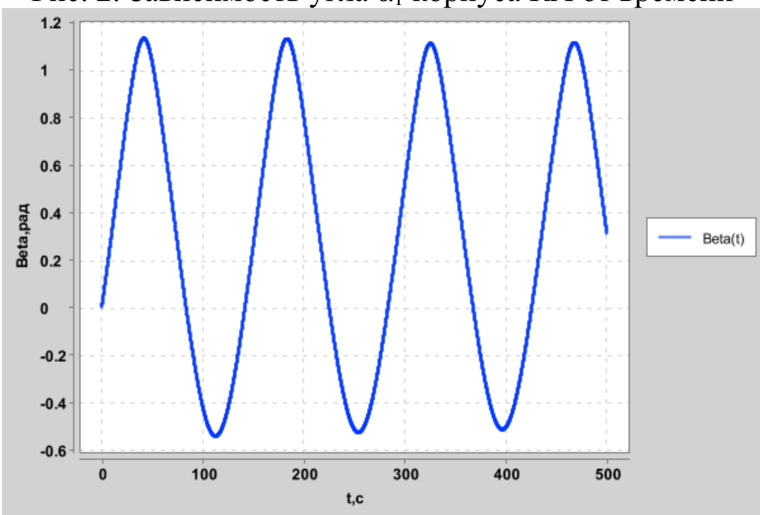

Рис. 3. Зависимость угла β_1 корпуса КА от времени

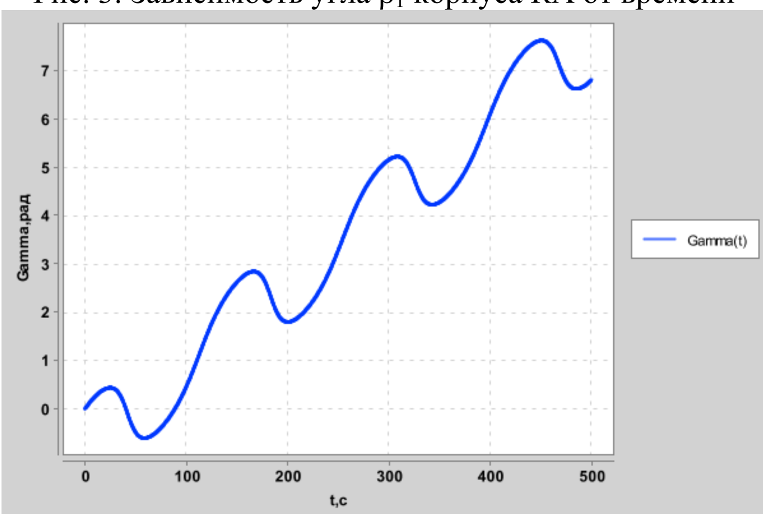

Рис. 4. Зависимость угла γ_1 корпуса КА от времени

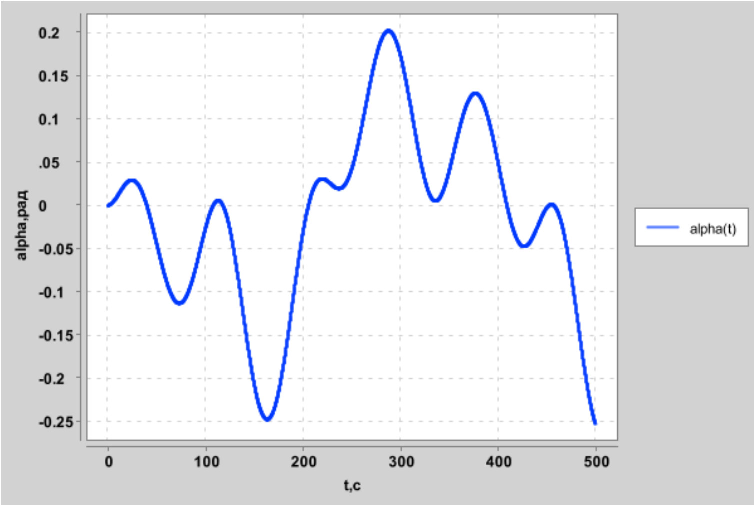

Рис. 5. Зависимость угла α_2 ПУ от времени

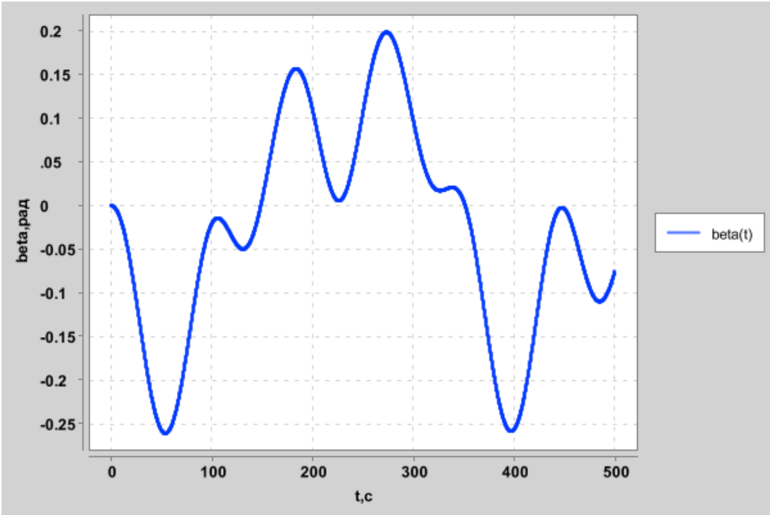

Рис. 6. Зависимость угла β_2 ПУ от времени

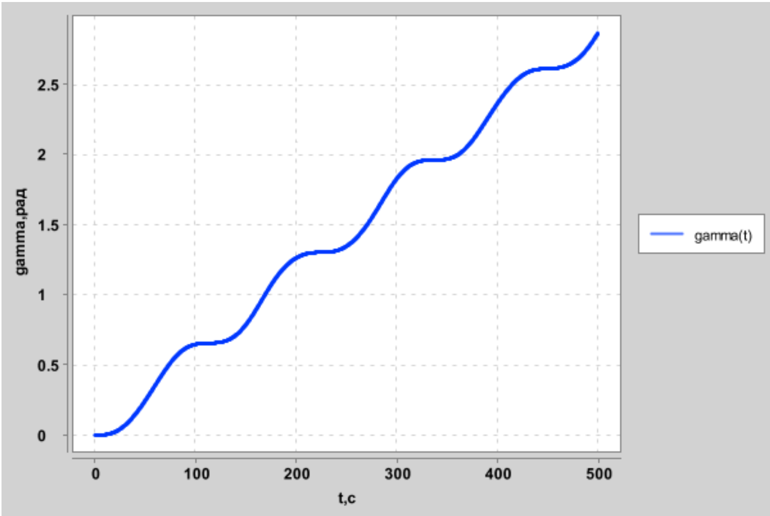

Рис. 7.Зависимость угла γ_2 ПУ от времени

Как видно из графиков, динамика движения несущего тела близка к динамике движения свободного твёрдого тела. Подвижное устройство совершает угловое движение внутри рамок карданова подвеса без ограничений на параметры движения. Отклонения подвижного оборудования по углам α_2 и β_2 не превышают 0,3 [рад].

Для обеспечения динамики движения механической системы с адекватными технической задаче параметрами движения (углы и угловые скорости ПУ) целесообразно выбрать параметры КА, обеспечивающие его симметричность.

Полученные в работе модели и численные оценки для динамических параметров будут полезны в рамках разработки КА новых поколений, содержащих в своем составе подвижные полифункциональные рабочие элементы.

Библиографический список

1. Schiehlen W. Research trends in multibody system dynamics//Multibody System Dynamics. – 2007. – Т. 18. – №. 1. – С. 3-13.

2. Wittenburg J. (1977), Dynamics of Systems of Rigid Bodies. Stuttgart: Teubner.

3. Likins P.W. (1986), Spacecraft Attitude Dynamics and Control - A Personal Perspective on Early Developments, J. Guidance Control Dyn. Vol. 9, No. 2, pp. 129-134.

4. Бейнум П.М., Фуксел П. Дж., Мэкисон Д.Л. Движение и устойчивость спутника с двойным вращением, снабженного демпферами нутации // Сборник статей. Механика. Новое в зарубежной науке. Задачи стабилизации составных спутников. М.: Мир, 1975. С. 59-78.

5. Аншаков Г.П., Асланов В.С., Балакин В.Л., Дорошин А.В., Квашин А.С., Круглов Г.Е., Юдинцев В.В. Динамические процессы в ракетно-космических системах // Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета им. академика С.П. Королёва (национального исследовательского университета). – 2003. – №. 1.

6. Асланов В.С., Дорошин А.В. Стабилизация спускаемого аппарата частичной закрутки при осуществлении неуправляемого спуска // Космические исследования. – 2002. – Т. 40. – №. 2. – С. 193-200.

7. Асланов В.С., Дорошин А.В. О двух случаях движения неуравновешенного гиростата // Изв. РАН. МТТ. 2006. №4, С. 42-55.

8. Doroshin A.V., Heteroclinic chaos and its local suppression in attitude dynamics of an asymmetrical dual-spinspacecraft and gyrostat-satellites. The part I – main models and solutions, Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation (2016), 31 (1-3), pp. 151-170.