УДК 629.7

Любимов В. В., Сокольчук И. Б.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ УГЛОВОЙ СКОРОСТИ МАЛОГО СПУТНИКА ПРИ РАЗЛИЧНЫХ ЗАКОНАХ РАЗВЁРТЫВАНИЯ СОЛНЕЧНЫХ БАТАРЕЙ

Введение. Программа орбитального полёта большинства искусственных спутников предполагает изменение их конфигурации. Изменение конфигурации приводит к возмущениям во вращательном движении малых спутников [1]. Развёртывание солнечных батарей в процессе орбитального движения является одним из распространённых примеров изменения конфигурации спутников. Развёртывание солнечных батарей может осуществляться согласно различным математическим закономерностям.

Постановка задачи. Рассматривается искусственный спутник Земли с массой 100 килограмм, имеющий форму прямоугольного параллелепипеда. На рисунке 1 представлен рассматриваемый спутник и связанные с ним системы координат (СК). Оси связанной СК $X_1Y_1Z_1$ являются главными центральными осями параллелепипеда. Оси СК $X_2Y_2Z_2$ параллельны осям СК $X_1Y_1Z_1$ и проходят через центр масс солнечных батарей (СБ). Оси СК $X_3Y_3Z_3$ являются главными центральными осями СБ. Габаритные размеры спутника: 400×400×600 миллиметров в направлении связанных осей X_1, Y_1, Z_1. Два блока солнечных батарей (массой по 6 килограмм каждый) имеют форму прямоугольного параллелепипеда с габаритными размерами 400×10×600 миллиметров в направлении связанных осей X_1, Y_1, Z_1. Раскрытие СБ происходит за 5 секунд. Рассмотрим два случая раскрытия СБ. В первом случае СБ раскрываются по линейному закону. Во втором случае СБ раскрываются по закону синуса.

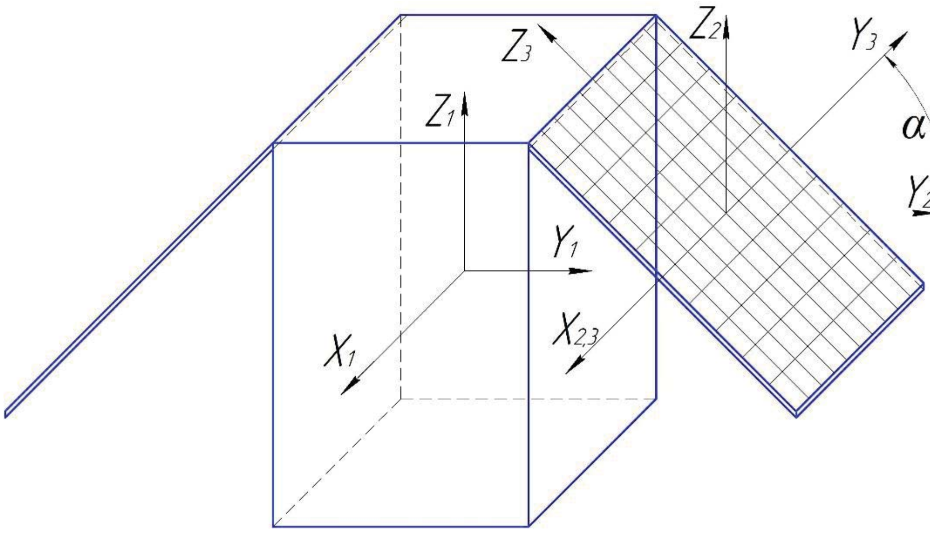

Рисунок 1 – Спутник и системы координат

Вычисление моментов инерции. При вычислении моментов инерции спутника и СБ используем следующие известные выражения для параллелепипедов:

$$I_x = \frac{m\cdot(y^2+z^2)}{12}, I_y = \frac{m\cdot(\mathrm{z}^2+x^2)}{12}, I_z = \frac{m\cdot(\mathrm{x}^2+y^2)}{12}. \quad (1)$$

Для вычисления момента инерции СБ при их развёртывании воспользуемся формулой для вычисления моментов инерции твёрдого тела относительно произвольной оси [2], которая имеет вид:

$$\begin{gathered}I = I_x\cdot\cos^2(\alpha)+I_y\cdot\cos^2(\beta)+I_z\cdot\cos^2(\gamma)-2\cdot I_{yz}\cdot\cos(\beta)\cdot\cos(\gamma)-2\cdot I_{zx}\cdot\cos(\gamma)\cdot\cos(\gamma)-\\ -2\cdot I_{xy}\cdot\cos(\alpha)\cdot\cos(\gamma).\end{gathered} \quad (2)$$

Поскольку оси СК $X_3Y_3Z_3$ являются главными, то центробежные моменты инерции $I_{yz}=I_{zx}=I_{xy}=0$. В результате выражение (2) применимо к рассматриваемой задаче примут вид:

$$I_{x_2} = I_{x_3}\cdot\cos^2(0)+I_{y_3}\cdot\cos^2(90)+I_{z_3}\cdot\cos^2(90) = \frac{m\cdot(y^2+z^2)}{12}, \quad (3)$$

$$\begin{gathered}I_{y_2} = I_{x_3}\cdot\cos^2(90)+I_{y_3}\cdot\cos^2(\alpha)+I_{z_3}\cdot\cos^2(90+\alpha) = \frac{m\cdot(\mathrm{x}^2+z^2)\cdot\cos^2(\alpha)}{12}+\\ +\frac{m\cdot(\mathrm{x}^2+y^2)\cdot\sin^2(\alpha)}{12},\end{gathered} \quad (4)$$

$$\begin{gathered}I_{z_2} = I_{x_3}\cdot\cos^2(90)+I_{y_3}\cdot\cos^2(90-\alpha)+I_{z_3}\cdot\cos^2(\alpha) = \frac{m\cdot(\mathrm{x}^2+z^2)\cdot\sin^2(\alpha)}{12}+\\ +\frac{m\cdot(\mathrm{x}^2+y^2)\cdot\cos^2(\alpha)}{12}.\end{gathered} \quad (5)$$

Для вычисления момента инерции солнечных батарей относительно осей СК $X_1Y_1Z_1$ используемся теорему Гюйгенса— Штейнера:

$$I = I_c + md^2. \quad (6)$$

где I_c - известный момент инерции относительно оси, проходящей через центр масс тела; I - искомый момент инерции относительно параллельной оси.

Расстояние между осями различных систем координат рассчитывается согласно выражению:

$$d_x = \frac{205+295\cdot\cos(90-\alpha)}{\cos(\arctan(\frac{295-295\cdot\sin(90-\alpha)}{205+295\cdot\cos(90-\alpha)})}, d_y = 295\cdot\sin(\alpha), d_z = 205+295\cdot\sin(\alpha). \quad (7)$$

С учётом выражений (1), (3)-(5), (7) осевые моменты инерции спутника с двумя СБ будут иметь:

$$I_x = \frac{m_1(z_1^2 + y_1^2)}{12} + 2 \cdot \left[\frac{m_2 \cdot (z_3^2 + y_3^2)}{12} + m_2 \cdot \left(\frac{205 + 295 \cdot \cos(90 - \alpha)}{\cos(\arctan(\frac{295 - 295 \cdot \sin(90 - \alpha)}{205 + 295 \cdot \cos(90 - \alpha)})} \right)^2 \right], \quad (8)$$

$$I_y = \frac{m_1(z_1^2 + x_1^2)}{12} + 2 \cdot \left[\frac{m_2(x_3^2 + z_3^2) \cdot \cos^2(\alpha)}{12} + \frac{m_2(x_3^2 + z_3^2) \cdot \sin^2(\alpha)}{12} + m_2 \cdot (295 \cdot \sin(\alpha))^2 \right], \quad (9)$$

$$I_z = \frac{m_1(y_1^2 + x_1^2)}{12} + 2 \cdot \left[\frac{m_2(x_3^2 + y_3^2) \cdot \sin^2(\alpha)}{12} + \frac{m_2(x_3^2 + y_3^2) \cdot \cos^2(\alpha)}{12} + m_2 \cdot (205 + 295 \cdot \sin(\alpha))^2 \right]. \quad (10)$$

Определение угловых скоростей. Для расчёта составляющих угловой скорости применяются динамические и кинематические уравнения Эйлера [2]. Динамические уравнения Эйлера имеют вид:

$$\omega'_{x_1} = \frac{3 \cdot \mu \cdot R\left[(I_z - I_y) \cdot \cos(\psi_0) \cdot \sin(\theta_0) \cdot \cos(\theta_0)\right] - (I_z - I_y)\omega_{y0} \cdot \omega_{z0}}{I_x}, \quad (11)$$

$$\omega'_{y_1} = \frac{3 \cdot \mu \cdot R \cdot \left[(I_x - I_z) \cdot \cos(\psi_0) \cdot \sin(\theta_0) \cdot \cos(\theta_0)\right] - (I_x - I_z)\omega_{x0} \cdot \omega_{z0}}{I_y}, \quad (12)$$

$$\omega'_{z_1} = \frac{3 \cdot \mu \cdot R \cdot \left[(I_y - I_x) \cdot \sin(\psi_0) \cdot \cos(\psi_0) \cdot \sin^2(\theta_0) \cdot \right] - (I_y - I_x) \cdot \omega_{y0} \cdot \omega_{x0}}{I_z}, \quad (13)$$

где, μ -гравитационная постоянная Земли равная $\mu = 3.986 \cdot 10^5$ $км^3/c^2$, R - радиус круговой орбиты спутника, $R = R_З + H$, $R_з = 6370$ км, $H = 600$ км.

Кинематические уравнения Эйлера записываются следующим образом:

$$\frac{d\theta}{dt} = \omega_{z_1} \cdot \cos(\varphi_0) + \omega_{y_1} \cdot \sin(\varphi_0), \quad (14)$$

$$\frac{d\psi}{dt} = \frac{1}{\sin(\theta)} \cdot \left(\omega_{z_1} \cdot \sin(\varphi_0) - \omega_{y_1} \cdot \cos(\varphi_0) \right), \quad (15)$$

$$\frac{d\varphi}{dt} = \omega_{x_1} - \frac{d\psi}{dt} \cdot \cos(\theta_0), \quad (16)$$

где θ - угол прецессии, ψ - угол нутации, φ - угол свободного вращения.

Начальные условия для интегрирования данной системы: $\omega_{x0} = 0.17453$ рад/с, $\omega_{y0} = 0.17453$ рад/с, $\omega_{z0} = 0.17453$ рад/с, $\theta_0 = 0.09$ рад, $\psi_0 = 0.09$ рад, $\varphi_0 = 0.09$ рад.

Законы развёртывания СБ. В первом случае солнечные батареи развёртываются по линейному закону, во втором случае – по закону синуса. Пусть время разворачивания

СБ составляет 5 секунд. Угол развёртывания батарей α в данной постановке задачи изменяется в интервале от 0 до 90 градусов. Законы развёртывания СБ будет иметь вид:

$$\alpha(t) = \frac{\pi}{10} \cdot t\,, \tag{17}$$

$$\alpha(t) = \frac{\pi}{2} \cdot \sin(\frac{\pi}{10} \cdot t)\,. \tag{18}$$

В системе дифференциальных уравнений (11)-(16) не учитывается изменение положения центра масс спутника при развёртывании СБ. Расчёты показывают, что для принятых величин массы спутника и солнечных батарей влияние смещения центра масс оказывает существенно меньшее влияние на величину угловой скорости спутника, чем изменение моментов инерции в процессе развёртывания СБ.

На рисунках 2, 3 представлены зависимости угловой скорости от времени, полученные при интегрировании уравнений (11)-(16).

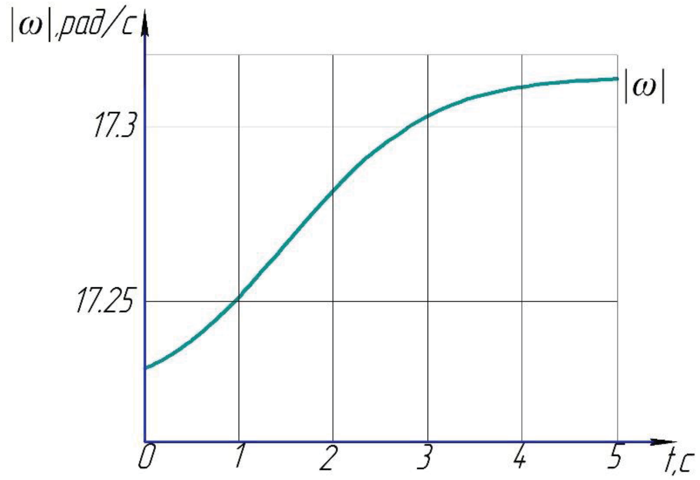

Рисунок 2 – Величина модуля угловой скорости при линейном законе раскрытия солнечных батарей в зависимости от времени

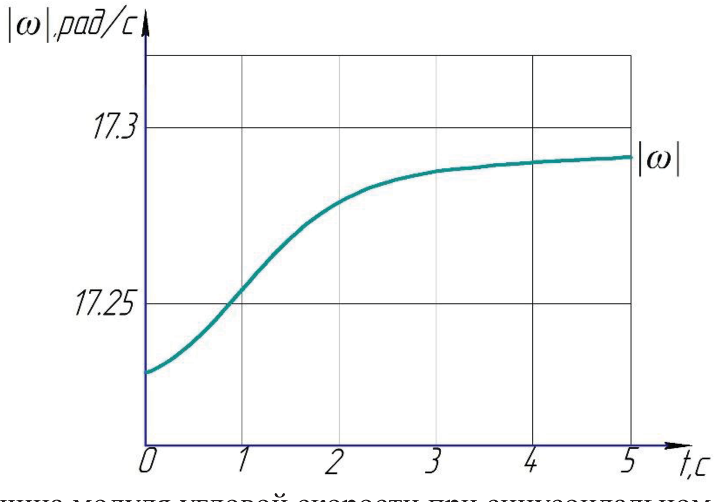

Рисунок 3 – Величина модуля угловой скорости при синусоидальном законе раскрытия солнечных батарей в зависимости от времени

Вывод. Из сравнения результатов численного моделирования можно сделать вывод, что при развёртывании солнечных батарей по закону синуса конечное значение модуля угловой скорости будет меньше, чем при линейном законе раскрытия. Следовательно, применение синусоидального закона в большей степени, чем линейный и импульсный законы, способствует обеспечению безударности процесса раскрытия СБ и приводит к меньшим возмущениям микроускорений на борту малого спутника.

Библиографический список

1 Яблонский, А.А. Курс теоретической механики [Текст]/А.А. Яблонский, В.М. Никифорова. – М.: Интеграл-пресс, 2006. – 350 с.

2 Любимов В.В., Лебедев А.С., Семкин Н.Д. Модулирование управляемого движения микроспутника с магнитными и гравитационными исполнительными органами: Полёт. Общероссийский научно-технический журнал. 2012. №7. С.39-44.