

**ПОДДЕРЖАНИЕ ЗАДАННЫХ ОРБИТАЛЬНЫХ ПАРАМЕТРОВ
КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА С ПОМОЩЬЮ ДВИГАТЕЛЕЙ МАЛОЙ ТЯГИ В
УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ ПЛОТНОСТИ ВЕРХНЕЙ АТМОСФЕРЫ
ЗЕМЛИ**

Рассматривается задача поддержания параметров низкой эллиптической орбиты космического аппарата (КА) электрореактивным двигателем малой тяги. Основным возмущением служит сила аэродинамического сопротивления, величина которой известна недостаточно точно. Предложенные алгоритмы коррекции орбиты предусматривают: 1) пошаговое уточнение возмущающей силы путем прямых измерений и 2) расчет параметров управления по приближенным аналитическим соотношениям.

1) Управляемое движение КА описывается векторным дифференциальным уравнением

$$\dot{x} = f(t, x, u, v), \quad x(t_0) = x_0, \quad t \in [t_0, t_n] \quad (1)$$

где x – n -мерный вектор состояния; u – r -мерный вектор управлений; v – l -мерный вектор возмущений, к которым относятся в первую очередь неизвестные компоненты в правых частях системы (1).

Целью управления является изменение вектора контролируемых параметров z в соответствии с заданной программой или его удержание в допустимой области. Вектор z связан с вектором состояния функциональной зависимостью $z = z[x(t)]$. При терминальном управлении условия на вектор z накладываются только в конце интервала управления $z(t_k) \in Z_K$, где Z_K – терминальная область допустимых контролируемых параметров.

Пусть в момент $t = t_j$ известен вектор состояния $\hat{x}(t_j)$, а также построена апостериорная модель возмущений $v^j(t)$. Последняя строится либо на основе прямых измерений, либо в результате согласования «расчетного» и «фактического» движений.

Траекторию, определяемую уравнением

$$\dot{x}_{ПП}^j = f(t, x_{ПП}^j, v^j, u), \quad x_{ПП}^j(t_j) = \hat{x}(t_j), \quad t \in [t_j, t_k] \quad (2)$$

назовем траекторией прогноза. Расчет траектории прогноза, выполненный с программой управления $u = u^{j-1}(t)$, сформированной на предыдущем шаге, позволяет получить прогноз конечного состояния $x_{ПП}^j(t_k)$ и вектора $z_{ПП}^j(t_k)$.

Если прогнозируемый вектор $z_{ПП}^j(t_k)$ не принадлежит множеству Z_k , то следует построить новую программу управления $u = u^j(t)$. Последняя должна отвечать требованию $z_{ПП}^j(t_k) \in Z_k$. Настройка алгоритма коррекции производится из условия минимума меры прогнозируемого конечного промаха. В частном случае, алгоритм коррекции настраивается в соответствии с методом «попадающих» траекторий, согласно которому на каждом шаге управления прогнозируемый конечный промах сводится к нулю: $\Delta z_{ПП}^j(t_k) = 0$.

Выбор параметров программы управления может производиться двумя способами. Первый способ предполагает нахождение параметров управления в результате решения краевой задачи для системы дифференциальных уравнений (2) при заданных начальных и конечных условиях. Достоинством метода является возможность подбора параметров управления на каждом шаге процесса с высокой точностью. Но в этом случае для формирования невязок краевой задачи необходимо многократно интегрировать систему уравнений движения.

Второй способ определения параметров управления заключается в применении упрощенной модели движения. Положим в системе (2) $v = 0$. Тогда

$$\dot{\tilde{x}}_{ПП}^j = f(t, \tilde{x}_{ПП}^j, v^j, u), \quad \tilde{x}_{ПП}^j(t_j) = \hat{x}(t_j), \quad t \in [t_j, t_k] \quad (3)$$

Определим управление

$$u = \tilde{u}^j(t) = \arg \min_{u \in U} F[\Delta z_{ПП}^j(t_k)],$$

где $F[\Delta z_{ПП}^j(t_k)]$ - мера прогнозируемого конечного промаха по контролируемым параметрам.

2) Построение простой и достаточно точной математической модели движения КА, пригодной для автономной системы управления, оказывается затруднительным в первую очередь из-за существенной неопределенности модели плотности верхних слоев атмосферы, а также из-за отличия реального баллистического коэффициента от его расчетного значения. Последнее является следствием изменения конфигурации КА и его положения относительно вектора воздушной скорости.

Аэродинамическое ускорение может с высокой точностью измеряться бортовыми датчиками. По результатам измерений согласуется модель плотности атмосферы.

Введем в рассмотрение две модели плотности атмосферы. Первая, так называемая «бортовая модель», строится на основе априори заданной статической модели атмосферы,

учитывающей зависимость плотности только от высоты. Эта модель используется для построения номинальной траектории. По мере накопления информации, «бортовая» модель плотности строится следующим образом:

$$\rho_B(h, t) = \rho_{\text{СТАТ}}(h) \chi^j(t), \quad (4)$$

где $\chi^j(t)$ - функция согласования, равная отношению измеренного текущего значения аэродинамического ускорения к его расчетному значению. Практически функция согласования, используемая в модели возмущений j -го приближения, определяется в результате обработки и аналитической аппроксимации массива значений $\{\chi_k\}$, соответствующих мерному интервалу (τ_0, τ_M) .

В «эталонной» системе уравнений, интегрируемой с целью имитации процесса измерения фактического вектора фазовых координат и истинных параметров атмосферы, используется вторая, динамическая модель атмосферы. В этой модели учитывается зависимость плотности не только от высоты, но и от индекса солнечной активности (текущего F и среднего за последние пять месяцев \bar{F}), местного времени (эквивалентом которого является угол φ между меридианом Солнца и меридианом ИСЗ), геомагнитного индекса A_p , и времени в сутках от начала текущего года d :

$$\rho(h, \varphi, F, \bar{F}, A_p, d) = \rho_{cp}(h) B(\varphi, F, \bar{F}, A_p, h), \quad (5)$$

где $\rho_{cp}(h)$ – среднесуточное значение плотности, B – коэффициент, отражающий влияние освещенности данной точки атмосферы Солнцем с учетом других отмеченных факторов.

В периоды максимальной и минимальной солнечной активности средняя плотность на высотах порядка 300 км изменяется примерно в три раза. Кроме того, имеют место колебания плотности с периодами 24 часа, 27 суток и 6 месяцев, с амплитудами, составляющими от 20 до 40% ρ_{cp} на высотах 200 ÷ 350 км.

Ошибка в расчетной величине баллистического коэффициента может составить около 20%, и баллистический коэффициент может периодически изменяться из-за изменения ориентации и конфигурации КА.

3) Простейшим режимом коррекции слабоэллиптической низкой орбиты КА является режим идеальной компенсации аэродинамического ускорения (в предположении, что закон изменения плотности точно известен). Такой режим использовался для поддержания орбиты КА GOCE, и он позволяет провести оценку максимальной потребной величины аэродинамического ускорения и энергетических затрат. Часто не требуется восстанавливать все шесть элементов орбиты, а можно ограничиться коррекцией лишь нескольких,

наиболее важных параметров.

В качестве общей математической модели движения КА примем систему уравнений в оскулирующих элементах $(p, q_1, q_2, \Omega, i, u)$. Обозначения здесь соответствуют общепринятым: p – фокальный параметр орбиты; q_1, q_2 – компоненты вектора Лапласа $q_1 = e \cos \omega, q_2 = e \sin \omega$ (e – эксцентриситет, ω – аргумент перигея); Ω – долгота восходящего узла; i – наклонение орбиты; u – аргумент широты.

Проекции возмущающего ускорения S, T, W по осям орбитальной системы координат включают в себя помимо возмущений от сопротивления атмосферы и тяги, компоненты, обусловленные нецентральностью гравитационного поля Земли. Для принятой модели потенциала Земли, соответствующей несимметричному эллипсоиду, эти соотношения известны. Проекция аэродинамического ускорения имеют вид:

$$R_S = -\sigma_x \rho V_a V_r, \quad R_T = -\sigma_x \rho V_a (V_T - \omega_3 r \cos i), \quad R_W = -\sigma_x \rho V_a \omega_3 \sin i \cos u, \quad (6)$$

где V_r, V_T – соответственно радиальная и трансверсальная компоненты скорости КА относительно невращающейся Земли. Принимается, что атмосфера вращается вместе с Землей с угловой скоростью ω_3 .

Источником дополнительной информации, позволяющей периодически уточнять модель плотности и построить гибкий алгоритм управления, могут служить измерения компонентов аэродинамического ускорения.

Предполагается, что согласующая функция χ^i формируется путем аналитической аппроксимации массива согласующих коэффициентов, равных отношению измеренных значений аэродинамического ускорения к расчетным значениям.

Массив значений $\{\chi_i\}$ подвергается аналитической аппроксимации, в результате чего формируется согласующая функция $\chi^j(u)$:

$$\chi^j(u) = \Phi_u[\chi(t_i)], \quad t_i \in [t_{j-1}, t_j], \quad i = 1, M, \quad (7)$$

где Φ_u – оператор аппроксимации, использующий ряды Фурье; u (аргумент широты) – аргумент аппроксимации.

Аппроксимационный полином Фурье позволяет учесть периодический характер изменения скоростного напора при движении КА по орбите.

Достоинством описанного алгоритма уточнения модели плотности является его гибкость, позволяющая быстро реагировать на изменение плотности. В то же время обработка массива измерительной информации в пределах витка уменьшает влияние грубых ошибок измерений и случайных флуктуаций плотности.