

Сомова Т.Е., Бутырин С.А.

СИНТЕЗ ЗАКОНОВ УГЛОВОГО НАВЕДЕНИЯ СПУТНИКА ЗЕМЛЕОБОЗОРА ПРИ СКАНИРУЮЩЕЙ СЪЁМКЕ ПРОИЗВОЛЬНОЙ ДЛИТЕЛЬНОСТИ

Введение

В работах [1,2] представлены разработанные методы оптимизации законов углового наведения спутника землеобзора для произвольного маршрута сканирующей съёмки, основанные на анализе вектора скорости движения изображения (СДИ) в произвольной точке набора матриц оптико-электронных преобразователей (ОЭП), размещённого в фокальной плоскости бортового телескопа. Эти методы используют теоретические основы космической геодезии и конкретизированы для трассовых, ортодромических и криволинейных маршрутов сканирующей съёмки с оптимальным выравниванием продольной СДИ, для маршрутов площадной, стереоскопической, объектовой съёмки и др. (рис. 1).

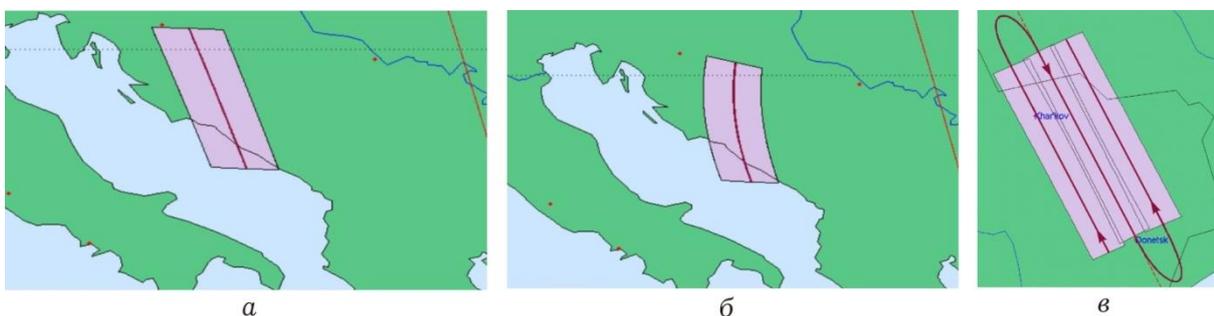


Рис. 1. Маршруты трассовой (а), с выравниванием СДИ (б) и площадной (в) съёмки

В данной статье приводится технология аналитического представления законов углового наведения спутника при сканирующей съёмке произвольной длительности, основанная на интерполяции расчётных данных векторной функцией модифицированных параметров Родрига (МПР), а также конкретные численные результаты, которые демонстрируют эффективность разработанных алгоритмов.

1. Постановка задачи

Рассматривается спутник землеобзора, оснащённый телескопом с матрицами ОЭП в его фокальной плоскости. При съёмке заданных участков поверхности Земли совокупностью маршрутов их сканирования матрицы ОЭП работают в режиме временной задержки и накопления (ВЗН).

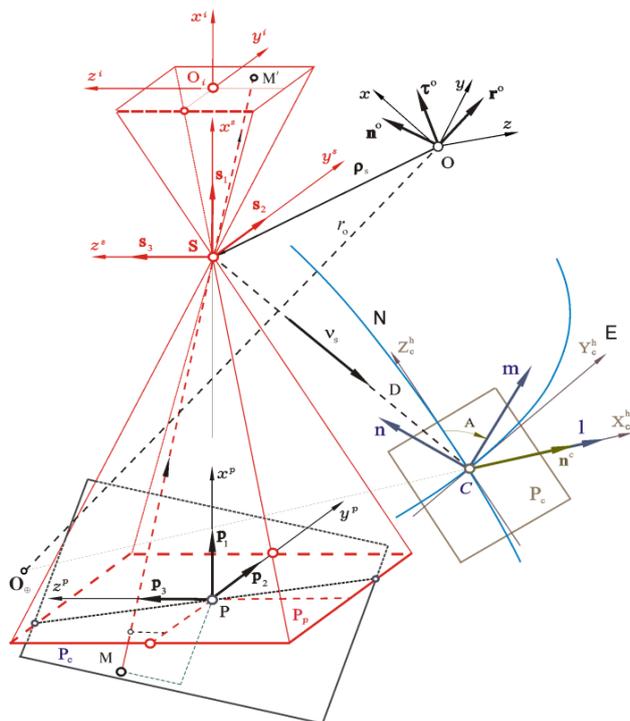


Рис.2. Схема сканирующей съёмки

Используются стандартные системы координат (СК) – инерциальная (ИСК) с началом в центре Земли, геодезическая Гринвичская (ГСК), горизонтная (ГорСК) с эллипсоидальными геодезическими координатами L, B и H , орбитальная (ОСК) и связанная с КА (ССК) системы координат с началом в его центре масс O , (рис. 2). Вводятся телескопная СК (ТСК, базис \mathbf{S}) с началом в центре оптического проектирования S , СК поля изображения $O_i x^i y^i z^i$ (ПСК, базис \mathbf{F}) с началом в центре O_i

фокальной плоскости телескопа и визирная СК (ВСК, базис \mathbf{V}) с началом в центре O_v основной матрицы ОЭП. На поверхности Земли маршрут съёмки отображается следом проекций ОЭП. Маршруту съёмки соответствует закон углового наведения КА в функции времени, при котором происходит требуемое движение получаемого оптического изображения на поверхности матрицы ОЭП.

При известном орбитальном движении центра масс КА рассматриваются задачи: (i) анализа поля СДИ на матрицах ОЭП с ВЗН для трассовых, ортодромических и криволинейных маршрутов с выравниванием продольной СДИ; (ii) синтеза и аналитического представления законов углового наведения спутника при выполнении съёмки с произвольной длительностью.

2. Анализ скорости движения изображения и синтез законов наведения

Задача вычисления кватерниона Λ , векторов угловой скорости $\boldsymbol{\omega}$ и ускорения $\boldsymbol{\varepsilon}$ решается на основе векторного сложения всех элементарных движений телескопа (ТСК) в ГСК с учётом как орбитального, так и углового положения спутника, геодезических координат наблюдаемых наземных объектов, вращения Земли и множества других факторов. Пусть векторы-столбцы $\boldsymbol{\omega}_c^s$ и \mathbf{v}_c^s представляют в ТСК угловую скорость и скорость поступательного движения центра масс КА относительно ГСК, матрица $\tilde{\mathbf{C}} = \|\tilde{c}_{ij}\|$ определяет ориентацию ТСК относительно ГорСК, а скалярная функция $D(t)$

представляет дальность наблюдения. Тогда для любой точки в фокальной плоскости телескопа продольная $\tilde{V}_y^i = \tilde{V}_y^i(\tilde{y}^i, \tilde{z}^i)$ и поперечная $\tilde{V}_z^i = \tilde{V}_z^i(\tilde{y}^i, \tilde{z}^i)$ компоненты вектора нормированной СДИ вычисляются по соотношению

$$\begin{bmatrix} \tilde{V}_y^i \\ \tilde{V}_z^i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{y}^i & 1 & 0 \\ \tilde{z}^i & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q^i \tilde{v}_{e1}^s - \tilde{y}^i \omega_{e3}^s + \tilde{z}^i \omega_{e2}^s \\ q^i \tilde{v}_{e2}^s - \omega_{e3}^s - \tilde{z}^i \omega_{e1}^s \\ q^i \tilde{v}_{e3}^s + \omega_{e2}^s + \tilde{y}^i \omega_{e1}^s \end{bmatrix}. \quad (1)$$

Здесь $\tilde{y}^i = y^i / f_e$ и $\tilde{z}^i = z^i / f_e$ являются нормированными фокальными координатами указанной точки, где f_e – эквивалентное фокусное расстояние телескопа, скалярная функция $q^i = 1 - (\tilde{c}_{21}\tilde{y}^i + \tilde{c}_{31}\tilde{z}^i) / \tilde{c}_{11}$ и компоненты вектора нормированной скорости поступательного движения $\tilde{v}_{ei}^s = v_{ei}^s(t) / D(t), i = 1, 2, 3$. На основе (1) получаются компоненты вектора-столбца ω_e^s для всех типов сканирующей съёмки. Синтез закона углового наведения телескопа выполняется с помощью численного интегрирования кватернионного кинематического уравнения $\dot{\Lambda} = \Lambda \circ \omega / 2$ при одновременном строгом согласовании с изменением вектора угловой скорости.

3. Аналитическое представление векторным сплайном

Аналитическое представление законов наведения спутника при сканирующей съёмке с заданной точностью основывается на сплайновой интерполяции данных численного интегрирования с помощью векторной функции МПР $\sigma = \mathbf{e} \operatorname{tg}(\Phi / 4)$ с ортом \mathbf{e} Эйлера и углом Φ собственного поворота. Векторная функция σ взаимно-однозначно связана с кватернионом $\Lambda = (\lambda_0, \lambda), \lambda = \{\lambda_i\}, i = 1 \div 3$ прямыми ($\Lambda \Rightarrow \sigma$) и обратными ($\sigma \Rightarrow \Lambda$) соотношениями

$$\sigma = \lambda / (1 + \lambda_0); \quad \lambda = 2\sigma / (1 + \sigma^2), \quad \lambda_0 = (1 - \sigma^2) / (1 + \sigma^2). \quad (2)$$

Прямые и обратные кинематические уравнения для вектора МПР σ имеют вид

$$\dot{\sigma} = \frac{1}{4}(1 - \sigma^2)\omega + \frac{1}{2}\sigma \times \omega + \frac{1}{2}\sigma(\sigma, \omega); \quad \omega = 4\{(1 - \sigma^2)\dot{\sigma} - 2(\sigma \times \dot{\sigma}) + 2\sigma(\dot{\sigma}, \sigma)\} / (1 + \sigma^2)^2, \quad (3)$$

вторая производная вектора МПР вычисляется по формуле

$$\begin{aligned} \ddot{\sigma} &= \frac{1}{2}\{-(\sigma, \dot{\sigma})\omega + \frac{1}{2}(1 - \sigma^2)\boldsymbol{\varepsilon} + \dot{\sigma} \times \omega + \sigma \times \boldsymbol{\varepsilon} + \dot{\sigma}(\sigma, \omega) + \sigma(\dot{\sigma}, \omega) + \sigma(\sigma, \boldsymbol{\varepsilon})\} \\ &= \frac{1}{2}\{\dot{\sigma} \times \omega + [\dot{\sigma}\sigma]\omega + \frac{1}{2}(1 - \sigma^2)\boldsymbol{\varepsilon} + \sigma \times \boldsymbol{\varepsilon} + [\sigma\sigma]\boldsymbol{\varepsilon}\}, \end{aligned} \quad (4)$$

где используется диадное произведение $[\mathbf{ab}]$ трёхмерных векторов $\mathbf{a} = \{a_i\}$ и $\mathbf{b} = \{b_j\}$, которое представляется квадратной матрицей $[\mathbf{ab}] = \|a_i b_j\| = \mathbf{ab}^t$.

Рассмотрим временной интервал $T \equiv [0, T]$, где выполняется сканирующая съёмка, и введём обозначения для четырех точек $t_k \in T$: $t_1 = 0$, $t_2 = T/3$, $t_3 = 2T/3$ и $t_4 = T$ этого интервала.

Пусть с помощью численного интегрирования кватернионного кинематического уравнения выполнен расчёт закона наведения $\Lambda = \Lambda(t)$, $\omega = \omega(t)$, $t \in T$. На концах интервала T вычислены значения кватерниона $\Lambda_1 = \Lambda(0)$, $\Lambda_4 = \Lambda(T)$, векторов угловой скорости $\omega_1 = \omega(0)$, $\omega_4 = \omega(T)$ и углового ускорения $\varepsilon_1 = \dot{\omega}(0)$, $\varepsilon_4 = \dot{\omega}(T)$, а также значения вектора МПР $\sigma_1 = \sigma(0)$, $\sigma_2 = \sigma(t_2)$, $\sigma_3 = \sigma(t_3)$, $\sigma_4 = \sigma(T)$ в четырёх точках t_k и его производных в краевых точках:

$$\dot{\sigma}_p = \frac{1}{4}(1 - \sigma_p^2)\omega_p + \frac{1}{2}\sigma_p \times \omega_p + \frac{1}{2}\sigma_p(\sigma_p, \omega_p); \quad (5)$$

$$\ddot{\sigma}_p = \frac{1}{2}\{\dot{\sigma}_p \times \omega_p + [\dot{\sigma}_p \sigma_p]\omega_p + \frac{1}{2}(1 - \sigma_p^2)\varepsilon_p + \sigma_p \times \varepsilon_p + [\sigma_p \sigma_p]\varepsilon_p\}, \quad (6)$$

где значения индекса $p = 1$ и $p = 4$ соответствуют граничным точкам интервала T .

Интерполяция выполняется векторной функцией МПР $\sigma_a(t) \quad \forall t \in T$ в виде векторного полинома (сплайна) седьмого порядка $\sigma_a(t) = \sum_0^7 \mathbf{a}_s t^s$ с 8 столбцами $\mathbf{a}_s \in \mathbf{R}^3$, $s = 0 \div 7$ неизвестных коэффициентов. Производные векторного полинома $\sigma_a(t)$ представляются очевидными соотношениями: $\dot{\sigma}_a(t) = \sum_1^7 s \mathbf{a}_s t^{s-1}$; $\ddot{\sigma}_a(t) = \sum_2^7 s(s-1) \mathbf{a}_s t^{s-2}$. Поэтому все восемь столбцов \mathbf{a}_s однозначно определяются с использованием:

(i) трёх краевых условий $\sigma_a(0) = \sigma_1$; $\dot{\sigma}_a(0) = \dot{\sigma}_1$; $\ddot{\sigma}_a(0) = \ddot{\sigma}_1$ на левом конце интервала T , что даёт $\mathbf{a}_0 = \sigma_1$, $\mathbf{a}_1 = \dot{\sigma}_1$ и $\mathbf{a}_2 = \ddot{\sigma}_1/2$;

(ii) двух условий $\sigma_a(t_2) = \sigma_2$; $\sigma_a(t_3) = \sigma_3$ в двух внутренних точках t_2 и t_3 интервала T :

$$\mathbf{a}_3 + \mathbf{a}_4 t_2 + \mathbf{a}_5 t_2^2 + \mathbf{a}_6 t_2^3 + \mathbf{a}_7 t_2^4 = \mathbf{b}_3; \quad \mathbf{a}_3 + \mathbf{a}_4 t_3 + \mathbf{a}_5 t_3^2 + \mathbf{a}_6 t_3^3 + \mathbf{a}_7 t_3^4 = \mathbf{b}_4, \quad (7)$$

где $\mathbf{b}_3 = \sigma_2 - (\mathbf{a}_0 + \mathbf{a}_1 t_2 + \mathbf{a}_2 t_2^2)/t_2^3$, $\mathbf{b}_4 = \sigma_3 - (\mathbf{a}_0 + \mathbf{a}_1 t_3 + \mathbf{a}_2 t_3^2)/t_3^3$;

(iii) трёх краевых условий $\sigma_a(T) = \sigma_4$; $\dot{\sigma}_a(T) = \dot{\sigma}_4$; $\ddot{\sigma}_a(T) = \ddot{\sigma}_4$ на правом конце интервала T , что приводит к соотношениям

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_3 + \mathbf{a}_4 T + \mathbf{a}_5 T^2 + \mathbf{a}_6 T^3 + \mathbf{a}_7 T^4 = \mathbf{b}_5; \quad 3\mathbf{a}_3 + 4\mathbf{a}_4 T + 5\mathbf{a}_5 T^2 + 6\mathbf{a}_6 T^3 + 7\mathbf{a}_7 T^4 = \mathbf{b}_6; \\ 6\mathbf{a}_3 + 12\mathbf{a}_4 T + 20\mathbf{a}_5 T^2 + 30\mathbf{a}_6 T^3 + 42\mathbf{a}_7 T^4 = \mathbf{b}_7, \end{aligned} \quad (8)$$

где $\mathbf{b}_5 = \sigma_4 - (\mathbf{a}_0 + \mathbf{a}_1 T + \mathbf{a}_2 T^2)/T^3$, $\mathbf{b}_6 = \dot{\sigma}_4 - (\mathbf{a}_1 + 2\mathbf{a}_2 T)/T^2$, $\mathbf{b}_7 = \ddot{\sigma}_4 - 2\mathbf{a}_2/T_4$.

Для определения пяти столбцов \mathbf{a}_s , $s = 3 \div 7$ на основе (7) и (8) формируется матричное соотношение $\mathbf{AC} = \mathbf{B}$, где строчные матрицы

$$\mathbf{A} = [\mathbf{a}_3, \mathbf{a}_4, \mathbf{a}_5, \mathbf{a}_6, \mathbf{a}_7]; \quad \mathbf{B} = [\mathbf{b}_3, \mathbf{b}_4, \mathbf{b}_5, \mathbf{b}_6, \mathbf{b}_7]; \quad \mathbf{C} = [\mathbf{c}_3, \mathbf{c}_4, \mathbf{c}_5, \mathbf{c}_6, \mathbf{c}_7]$$

составлены из столбцов \mathbf{a}_s , \mathbf{b}_s , $s = 3 \div 7$ и $\mathbf{c}_3 = \mathbf{t}_2$, $\mathbf{c}_4 = \mathbf{t}_3$, $\mathbf{c}_5 = \mathbf{t}_4$, $\mathbf{c}_6 = \mathbf{D}_6 \mathbf{t}_4$, $\mathbf{c}_7 = \mathbf{D}_7 \mathbf{t}_4$ при $\mathbf{t}_p = \{1, t_p, t_p^2, t_p^3, t_p^4\}$, $p = 2, 3, 4$ и $\mathbf{D}_6 = \text{diag}\{3, 4, 5, 6, 7\}$, $\mathbf{D}_7 = \text{diag}\{6, 12, 20, 30, 42\}$.

Вычисление сразу всех пяти искомым столбцов \mathbf{a}_s , $s = 3 \div 7$ выполняется по явному аналитическому соотношению $[\mathbf{a}_3, \mathbf{a}_4, \mathbf{a}_5, \mathbf{a}_6, \mathbf{a}_7] = \mathbf{BC}^{-1}$.

4. Точность векторной сплайновой интерполяции

Согласованные кинематические параметры $\Lambda = \Lambda(t), \omega = \omega(t), t \in T$ спутника, полученные интегрированием кватернионного уравнения $\dot{\Lambda}(t) = \Lambda(t) \circ \omega(t) / 2$ с нормировкой кватерниона на каждом шаге численного интегрирования, представляют закон углового наведения спутника при выполнении сканирующей съёмки.

Кватернион $\mathbf{E} = (\mathbf{e}_0, \mathbf{e})$ погрешности интерполяции кватерниона $\Lambda(t)$ кватернионом $\Lambda_a(t)$, который соответствует сплайновой интерполяции $\sigma_a(t)$ и вычисляется по обратному уравнению в (2), определяется как $\mathbf{E}(t) \equiv (\mathbf{e}_0(t), \mathbf{e}(t)) = \tilde{\Lambda}(t) \circ \Lambda_a(t)$. При этом вектор параметров Эйлера $\mathbf{E} = \{\mathbf{e}_0, \mathbf{e}\}$, ортогональная матрица погрешности интерполяции $\mathbf{C}^e(t) = \mathbf{I}_3 - 2[\mathbf{e} \times] \mathbf{Q}_e^t$, где $\mathbf{Q}_e = \mathbf{I}_3 \mathbf{e}_0 + [\mathbf{e} \times]$ и вектор-столбец $\delta\phi = \{\delta\phi_i\}$ малых углов погрешности интерполяции $\delta\phi = 2\mathbf{e}_0 \mathbf{e}$. Вектор $\delta\omega$ погрешности интерполяции вектора $\omega(t)$ вектором $\omega_a(t)$ определяется в ССК как $\delta\omega(t) = \omega(t) - \mathbf{C}^e(t) \omega_a(t)$.

Выполнен численный анализ зависимости длительности T различных маршрутов всех указанных выше типов съёмки при обеспечении заданной точности интерполяции вектора $\sigma(t)$ векторным сплайном $\sigma_a(t)$ седьмого порядка.

Исходные данные для выполнения расчётов выбраны в следующем виде: круговая солнечно-синхронная орбита высотой 600 км, долгота восходящего узла орбиты (ВУО) 131 град; методы съёмки – трассовая, ортодромическая и с выравниванием продольной СДИ; длительность съёмки до 80 с, начало съёмки в момент времени 535 с от времени прохождения ВУО; начальная точка маршрута соответствует углам крена –30 град и тангажа +20 (рис. 3). При этих исходных данных рассчитаны максимальные отклонения

сплайновой интерполяции от закона наведения по углу $\delta\phi^m = \max |\delta\phi|$ и по угловой скорости $\delta\omega^m = \max |\delta\omega|$ в зависимости от длительности T маршрута съёмки (табл. 1). При длительности маршрута $T = 40$ с максимальные отклонения составили по углу $\delta\phi^m = 0,07$ угл. сек и по угловой скорости $\delta\omega^m = 0,04$ угл. сек/с.



Рис. 3. Маршруты съёмки: 1 – с выравниванием, 2 – ортодромическая, 3 – трассовая

Таблица 1

T , с	$\delta\phi^m$, угл. с	$\delta\omega^m$, град/с
4	$2 \cdot 10^{-4}$	$1,5 \cdot 10^{-7}$
10	$2 \cdot 10^{-3}$	$4 \cdot 10^{-7}$
20	0,01	$1,5 \cdot 10^{-6}$
40	0,07	$2 \cdot 10^{-6}$
80	1,5	$6 \cdot 10^{-5}$

5. Обеспечение произвольной длительности маршрута съёмки

При произвольной длительности T маршрута съёмки задача сплайновой интерполяции закона углового наведения спутника решается так: интервал $T = [t_i, t_f]$, $t_f = t_i + T$, представляется набором интервалов уменьшенной длительности до 40 с, на их границах выполняется гладкое сопряжение смежных векторных сплайнов. Результаты точности интерполяции трёх различных маршрутов съёмки на интервале длительностью $T = 80$ с при гладком сопряжении двух векторных сплайнов приведены на рис. 4 – 6.

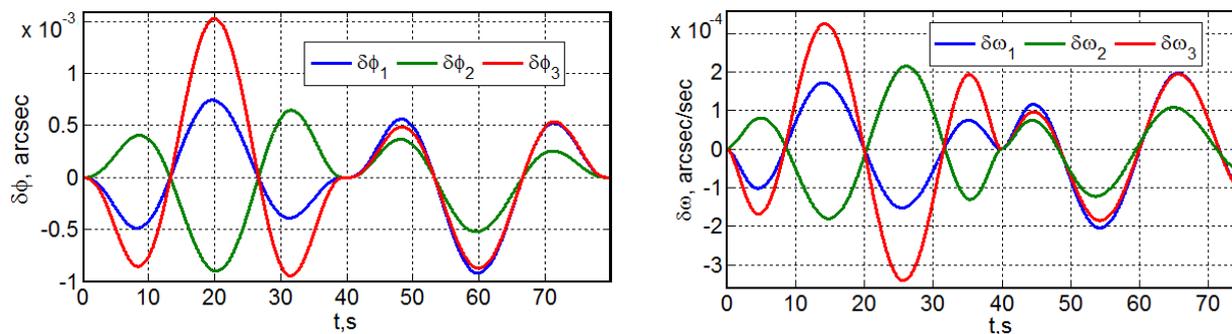


Рис. 4. Погрешности интерполяции длительного маршрута с выравниванием СДИ

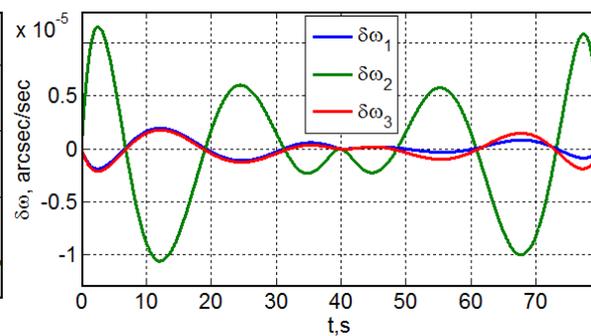
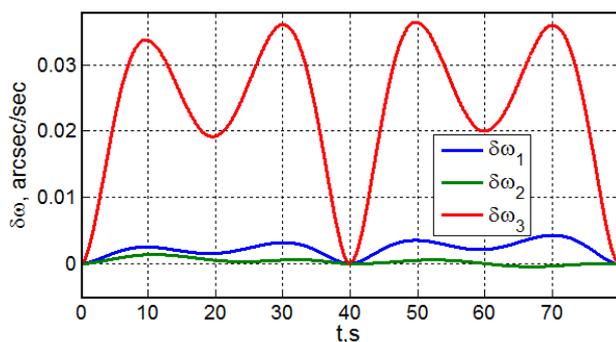
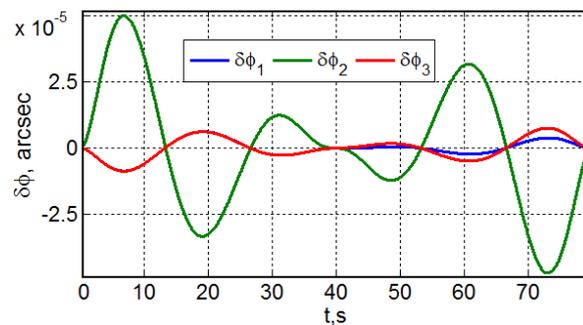
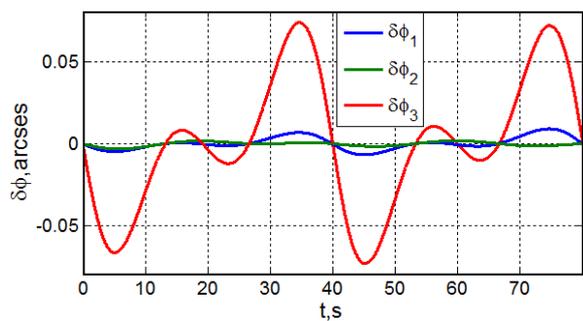


Рис.5. Погрешности интерполяции длительного маршрута ортодромической съёмки

Рис. 6. Погрешности интерполяции длительного маршрута трассовой съёмки

Заключение

Разработаны методы аналитического представления законов углового наведения спутника землеобзора при сканирующей съёмке произвольной длительности. Приведены результаты, демонстрирующие эффективность разработанных алгоритмов.

Работа выполнена при поддержке РФФИ, проект № 17-48-630637.

Библиографический список

1. Сомов, Е.И. Алгоритмы наведения и гиросилового управления ориентацией спутников землеобзора при сканирующей оптико-электронной съёмке [Текст] / Е.И. Сомов, С.А. Бутырин // Труды научно-технической конференции «Техническое зрение в системах управления 2012». – М.: Институт космических исследований РАН. – 2012. – С. 61-69.

2. Somov Ye.I., Butyrin S.A., Somov S.Ye., Somova T.Ye. SIRIUS-S software environment for computer-aided designing of attitude control systems for small information satellites, Proceedings of 20th Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems, 2013. pp. 325-328.