УДК 531.36

Пикалов Р.С., Асланов В.С.

СБЛИЖЕНИЕ КОСМИЧЕСКОГО БУКСИРА С КОСМИЧЕСКИМ МУСОРОМ ПРИ ПОМОЩИ ТРОСОВОЙ СИСТЕМЫ С ДЕМПФЕРОМ

Введение

Одной из наиболее значимых задач современной космонавтики является уборка космического мусора. Различным аспектам, связанным с данной проблемой посвящено множество работ, в частности [1-7]. Один из способов заключается в использовании специальных аппаратов – космических буксиров, которые будут производить захват и последующий увод космического мусора с орбиты [2-3].

В работе рассматривается задача осуществления безопасного сближения буксира с космическим мусором при помощи тросовой системы с демпфером. Целью работы является изучение динамики системы во время выполнения маневра сближения.

1. Уравнения движения

Рассмотрим механическую систему, представленную на рис. 1. Она состоит из буксира и космического мусора, связанных между собой вязкоупругим тросом длиной l_0. Будем моделировать твердое тело буксира как совокупность двух материальных точек S_1 и S_3, связанных между собой вязкоупругим стержнем длиной δ_0. Масса точки S_3 будет значительно меньше массы точки S_1 ($m_3 << m_1$). Космический мусор смоделируем как материальную точку S_2 массой m_2. В системе стержень выполняет функции демпфера, поскольку крепится не к центру масс, а к точке, соединенной с центром масс посредством демпфера (рис. 1). Движение рассматривается относительно орбитальной системы координат $Sxyz$ в гравитационном поле Земли. Ось Sx направлена по касательной к орбите, ось Sy направлена к центру Земли, Sz дополняет систему до правой тройки векторов. Положение точек системы определяется векторами $\boldsymbol{\rho}_i = \{x_i, y_i, z_i\}^T$. Уравнения движения системы можно записать в следующей форме [8]

$$\ddot{\boldsymbol{\rho}}_i = \frac{1}{m_i}\left(\mathbf{F}_i^g + \boldsymbol{\Phi}_i^e + \boldsymbol{\Phi}_i^c + \mathbf{f}_i\right), \quad i = 1, 2, 3. \tag{1}$$

Здесь $\mathbf{F}_i^g$ – сила гравитационного воздействия Земли, $\boldsymbol{\Phi}_i^e, \boldsymbol{\Phi}_i^e$ – силы инерции определяемые формулами

$$\mathbf{F}_i^g = -\mu\frac{m_i}{\left|\mathbf{r}_i\right|^3}\mathbf{r}_i, \quad \boldsymbol{\Phi}_i^e = m_i\left(\mathbf{r}\omega + \mathbf{h}_i\omega^2\right), \quad \boldsymbol{\Phi}_i^c = -2m_i\left(\boldsymbol{\omega}\times\dot{\boldsymbol{\rho}}_i\right), \tag{2}$$

где μ – гравитационный параметр Земли; $\mathbf{r}_i = \mathbf{r} + \boldsymbol{\rho}_i$ – вектора, задающие положение точек системы относительно центра Земли; $\mathbf{h}_i = \{x_i, y_i, 0\}^T$ – вектор, определяющий расстояние до оси вращения для точек системы; $\boldsymbol{\omega} = \{0, 0, \omega\}^T$ – вектор угловой скорости вращения системы координат, $\omega = const$.

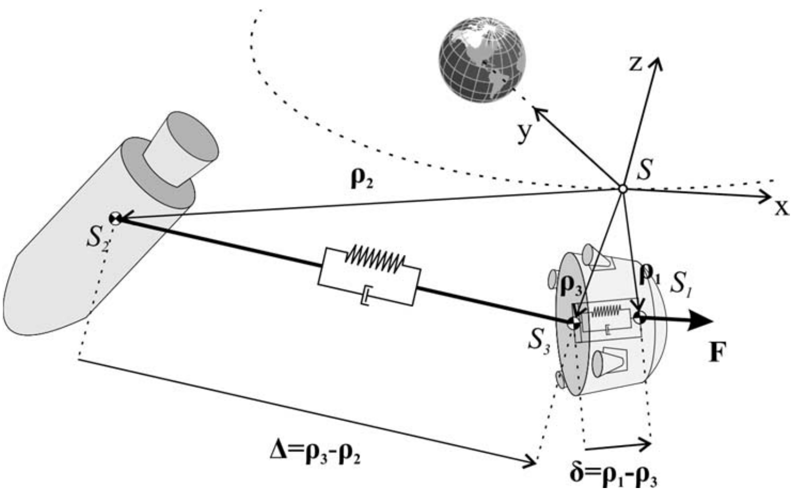


Рис. 1. Схема системы

Подставляя (2) в (1) и учитывая, что система движется по круговой орбите, запишем уравнения движения в известной линеаризованной форме [8]

$$\ddot{\boldsymbol{\rho}}_i = -3\omega^2 \frac{y_i}{r}\mathbf{r} - \left(\boldsymbol{\rho} - \mathbf{h}_i\right)\omega^2 - 2\left(\boldsymbol{\omega} \times \dot{\boldsymbol{\rho}}_i\right) + \frac{\mathbf{f}_i}{m_i}, \quad i = 1, 2, 3. \tag{3}$$

Введем следующие новые переменные

$$\boldsymbol{\Delta} = \boldsymbol{\rho}_3 - \boldsymbol{\rho}_2 = \left\{x_3 - x_2, y_3 - y_2, z_3 - z_2\right\}^T, \quad \boldsymbol{\delta} = \boldsymbol{\rho}_1 - \boldsymbol{\rho}_3 = \left\{x_1 - x_3, y_1 - y_3, z_1 - z_3\right\}^T. \tag{4}$$

С учетом (4) уравнения (3) примут вид

$$\begin{aligned} \ddot{\boldsymbol{\Delta}} &= -3\omega^2 \frac{\Delta_y}{r}\mathbf{r} - \omega^2 \Delta_z - 2\left(\boldsymbol{\omega} \times \dot{\boldsymbol{\Delta}}\right) + \left(\frac{\mathbf{f}_3}{m_3} - \frac{\mathbf{f}_2}{m_2}\right), \\ \ddot{\boldsymbol{\delta}} &= -3\omega^2 \frac{\delta_y}{r}\mathbf{r} - \omega^2 \delta_z - 2\left(\boldsymbol{\omega} \times \dot{\boldsymbol{\delta}}\right) + \left(\frac{\mathbf{f}_1}{m_1} - \frac{\mathbf{f}_3}{m_3}\right). \end{aligned} \tag{5}$$

Силы взаимодействия точек системы $\mathbf{f}_i$ определяются формулами

$$\mathbf{f}_1 = F\left\{1, 0, 0\right\}^T - T_d \frac{\boldsymbol{\delta}}{\left|\boldsymbol{\delta}\right|}, \quad \mathbf{f}_2 = T_t \frac{\boldsymbol{\Delta}}{\left|\boldsymbol{\Delta}\right|}, \quad \mathbf{f}_3 = T_d \frac{\boldsymbol{\delta}}{\left|\boldsymbol{\delta}\right|} - T_t \frac{\boldsymbol{\Delta}}{\left|\boldsymbol{\Delta}\right|}, \tag{6}$$

где $F = const$ – тяга, действующая на буксир; T_t и T_d – вязкоупругие силы троса и демпфера соответственно. Они определяются следующим образом

$$T_t = \begin{cases} k_t \varepsilon_t + c_t \dot{\varepsilon}_t & \left|\boldsymbol{\Delta}\right| \ge l, \\ 0 & \left|\boldsymbol{\Delta}\right| < l, \end{cases} \qquad T_d = \begin{cases} k_d \varepsilon_d + c_d \dot{\varepsilon}_d & \left|\boldsymbol{\delta}\right| \ge \delta_0, \\ 0 & \left|\boldsymbol{\delta}\right| < \delta_0, \end{cases} \tag{7}$$

где k_t и k_d – жесткость троса и демпфера соответственно; c_t и c_d – коэффициент демпфирования для троса и демпфера соответственно.

Относительные деформации и их производные для троса и демпфера соответственно определяются формулами

$$\varepsilon_t = \frac{\left|\boldsymbol{\Delta}\right|}{l} - 1, \quad \dot{\varepsilon}_t = \frac{\boldsymbol{\Delta}\dot{\boldsymbol{\Delta}}}{l\left|\boldsymbol{\Delta}\right|} - \frac{\left|\boldsymbol{\Delta}\right|\dot{l}}{l^2}, \quad \varepsilon_d = \frac{\left|\boldsymbol{\delta}\right|}{\delta_0} - 1, \quad \dot{\varepsilon}_d = \frac{\boldsymbol{\delta}\dot{\boldsymbol{\delta}}}{\delta_0\left|\boldsymbol{\delta}\right|} - 1 \ , \tag{8}$$

где l – длина троса изменяющаяся по заданному закону управления.

Будем использовать следующие законы [8]:

$$l_1 = l_1(t) = L + \frac{(l_0 - L)}{2}(1 + \cos\varphi t), \tag{9}$$

$$l_2 = l_2(t) = L + (l_0 - L) + 2\frac{(l_0 - L)}{t_k^3}t^3 - 3\frac{(l_0 - L)}{t_k^2}t^2, \tag{10}$$

где $\varphi = \pi / t_t$, t_k – время выполнения маневра сближения, l_0 – начальная длина троса, L – конечная длина троса.

2. Результаты моделирования

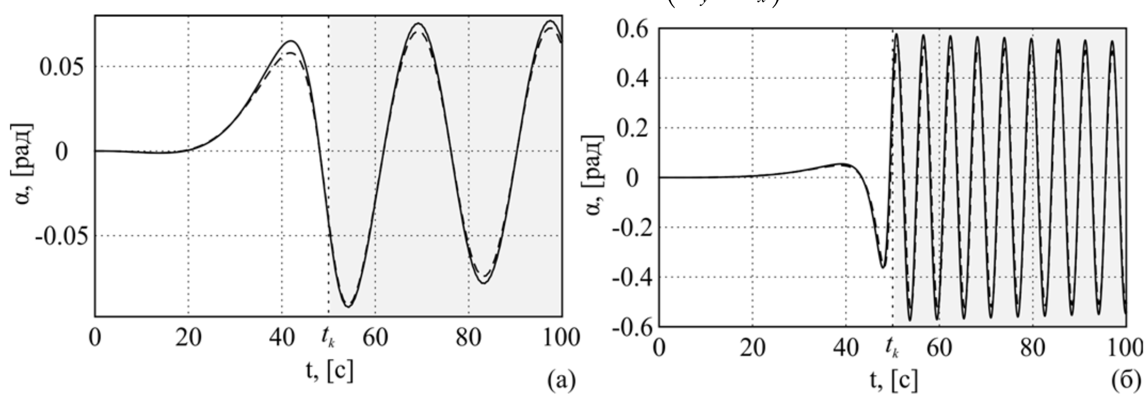
Для исследования динамики системы проведена серия численных экспериментов. Рассматривалась система со следующими параметрами: $l_0 = 20$ м; $L = 0{,}1$ м; $m_1 = 800$ кг; $m_2 = 2000$ кг; $m_3 = 8$ кг; $t_k = 50$ с; $k_t = 6000$ Н; $k_d = 10$ Н; $c_t = 4000$ Нс; $c_d = 100$ Нс; $\delta_0 = 0{,}3$ м. Время интегрирования равно 100 с. Использованы следующие начальные условия:

$$\mathbf{\Delta} = \left\{\Delta_x, \Delta_y, \Delta_z\right\}^T = \left\{l_0, 0, 0\right\}^T, \quad \mathbf{\delta} = \left\{\delta_x, \delta_y, \delta_z\right\}^T = \left\{\delta_0, 0, 0\right\}^T.$$

На рис. 2-4 представлены результаты моделирования. Динамика системы сравнивалась с системой без демпфера, описанной в работе [7]. Использовались одинаковые параметры системы и начальные условия. На рис. 2-4 сплошной линией изображены результаты, полученные при использовании закона (9), штрихованной линией – для закона (10).

На рис. 2 показан график изменения угла α, определяемого соотношением

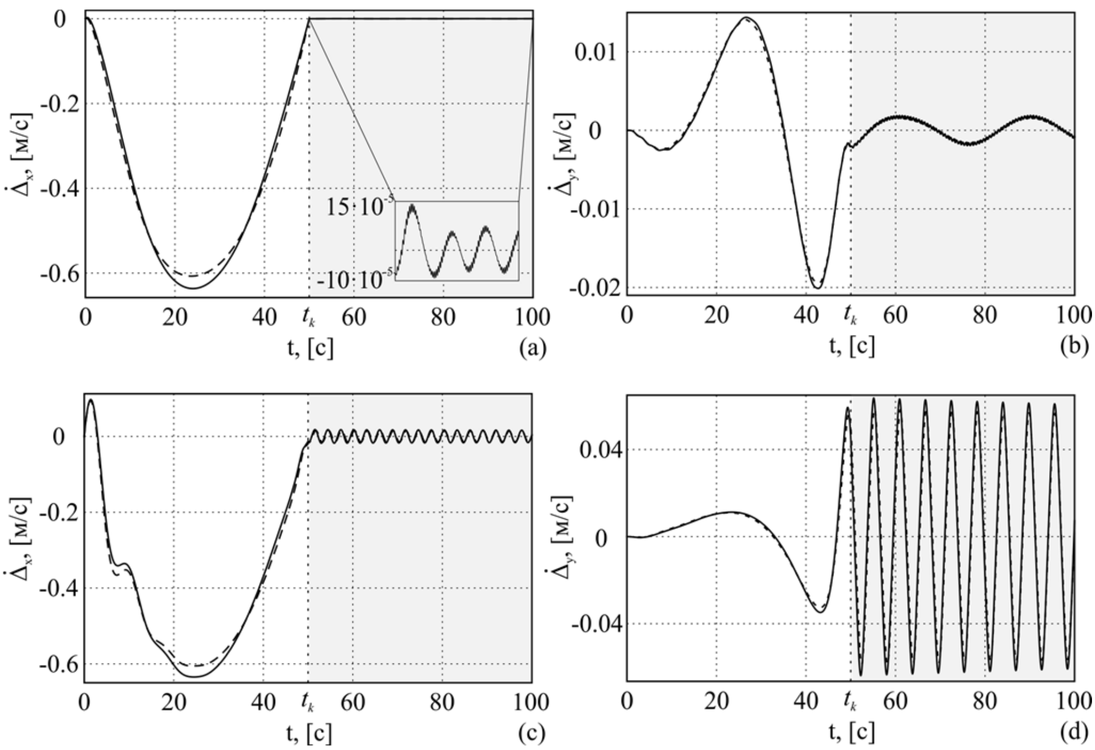
$$\alpha = \mathrm{ArcTan}\left(\Delta_y / \Delta_x\right). \tag{11}$$



а – система с демпфером, b – без демпфера

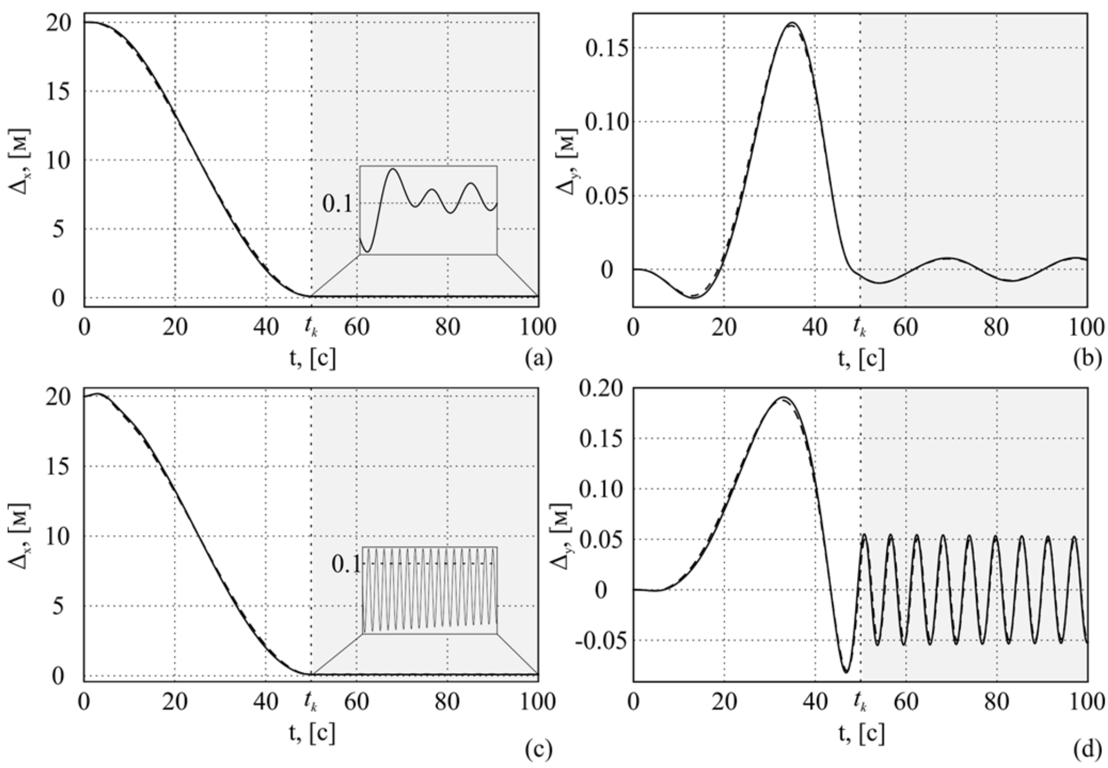
Рис. 2. Изменение угла α

Из рис. 2 видно, что в случае системы с демпфером амплитуда колебаний угла α и их частота меньше. На рис. 3-4 представлены соответственно графики изменения скоростей $\dot{\Delta}_x, \dot{\Delta}_y$ и координат Δ_x, Δ_y. Из рис. 3а видно, что изменение скорости, во время сближения происходит плавно и без рывков в отличие от рис. 3с. После окончания процесса сматывания троса в обоих случаях наблюдаются колебания по координатам Δ_x, Δ_y (рис. 4), но в случае системы с демпфером их амплитуда значительно ниже. Таким образом добавление в систему демпфера позволило снизить амплитуду колебаний троса.



a, b – система с демпфером, c, d – система без демпфера

Рис. 3. Изменение скоростей $\dot{\Delta}_x, \dot{\Delta}_y$



a, b – система с демпфером, c, d – система без демпфера

Рис. 4. Изменение координат Δ_x, Δ_y

Заключение

Рассмотрена динамика сближение буксира с космическим мусором при помощи тросовой системы с демпфером. Построена математическая модель системы, предложено два закона управления тросом. Результаты численных экспериментов показывают, что добавление в систему демпфера позволяет снизить колебания троса, возникающие после выполнения маневра сближения.

Работа выполнена при поддержке Российского Научного Фонда (Проект № 16-19-10158).

Библиографический список

1. Kessler, D.J. The Kessler syndrome: implications to future space operations [Текст] / D.J. Kessler, N.L. Johnson, J.C. Liou, M. Matney // Advanced in the Astronautical Science. – 2010. - Vol. 137. №8. P. 1–15.

2. Bonnal, C. Active debris removal: Recent progress and current trends [Текст] / C. Bonnal, J.M. Ruault, M.C. Desjean // Acta Astronautica. - 2013. Vol.85. P. 51-60.

3. Pelton, J.N. New solutions for the space debris problem [Текст] / J.N. Pelton. – Springer Cham Heidelberg New York Dordrecht London, 2015. – 94 p.

4. Sabatini, S. Elastic issues and vibration reduction in a tethered deorbiting mis-sion [Текст] / M. Sabatini, P. Gasbarri, G. B. Palmerini // Advanced in Space Research. – 2016. Vol.57. № 9. P. 1951–1964

5. Aslanov, V.S. Rigid body dynamics for space applications [Текст] / V.S. Aslanov. – Elsevier, 2017. – 420 P.

6. Aslanov, V.S. Rendezvous of non-cooperative spacecraft and tug using a tether system [Текст] / V.S. Aslanov, R.S. Pikalov // Engineering Letters. – 2017. – Vol.25. № 2. – P. 142–146.

7. Асланов, В.С. Безударное сближение космического мусора с буксиром при использовании тросовой системы [Текст] / В.С. Асланов, Р.С. Пикалов // Труды МАИ. – 2017. – № 92. – С.1–24.

8. Schaub, H. Analytical Mechanics of Aerospace Systems [Текст] / H. Schaub, J.L. Junkins. – AIAA, 2003. – 578 P.