

**Балакин В.Л., Крикунов М.М., Рябова Е.А.**

**УПРАВЛЕНИЕ ТРАНСАТМОСФЕРНОЙ ТРАЕКТОРИЕЙ  
ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА НА ОСНОВЕ МЕТОДА  
МОДУЛИРУЮЩЕЙ ФУНКЦИИ**

В Самарском университете продолжают исследования динамики полёта и управления движением трансатмосферных летательных аппаратов (ЛА) на примере первой ступени аэрокосмической транспортной системы RASCAL (США). Некоторые результаты, связанные с формированием командного управления коэффициентом подъёмной силы в условиях атмосферных и аэродинамических возмущений, приведены в работах библиографического списка [1].

Отличительной особенностью данной работы является формирование командного угла атаки на основе метода модулирующей функции с оценкой работоспособности и эффективности предложенного алгоритма управления.

Полёты перспективных трансатмосферных ЛА требуют решения задач оптимизации их движения. Для первой ступени аэрокосмической транспортной системы задача оптимизации заключается в максимизации конечной скорости движения при наборе заданной высоты с заданным углом наклона траектории. В работе [2] с использованием метода принципа максимума Понтрягина получено решение задачи оптимизации трансатмосферного движения летательного аппарата MPV – первой ступени системы RASCAL. Оптимальный угол атаки на большей части траектории увеличивается для обеспечения заданных конечных значений высоты и угла наклона траектории, а к концу трансатмосферного участка движения несколько уменьшается для обеспечения наибольшей конечной скорости. Но на всей траектории он близок к  $10^{\circ}$ . С учётом результатов работы [2] номинальная программа угла атаки определена как постоянный угол, равный  $10^{\circ}$ .

Проведено моделирование пассивного возмущённого движения аппарата MPV с номинальной программой угла атаки путём интегрирования стандартной системы дифференциальных уравнений в траекторной системе координат. Начальные условия движения соответствуют принятым в [2]. Окончание интегрирования определяется достижением конечного угла наклона траектории, равного  $20^{\circ}$ .

В расчётах используется универсальная модель отклонений плотности атмосферы [3]:

$$\rho(h) = \rho_{cm}(h) + \xi \cdot \sigma_\rho(h),$$

где плотность атмосферы  $\rho(h)$  представляется как нормальная случайная функция высоты  $h$ , математическое ожидание  $\rho_{cm}(h)$  вычисляется в соответствии со стандартной атмосферой, величина  $\xi$  – нормально распределённая случайная величина с нулевым математическим ожиданием и дисперсией, равной единице. Среднее квадратическое отклонение  $\sigma_\rho(h)$  определяется соотношением:

$$\sigma_\rho(h) = \sigma_{\rho 0} \exp(-0,15 \cdot 10^{-3} \cdot h),$$

где  $\sigma_{\rho 0} = 0,05 \text{ кг} / \text{м}^3$  – средняя величина, соответствующая условиям на нулевой высоте.

При моделировании «разреженной» атмосферы были приняты следующие варианты:  $\xi = -5,5; -4; -3; -2; -1$ . Величина  $\xi = -5,5$  соответствует предельно «разреженной» атмосфере. Результаты приведены в таблице 1, где  $h_k$  – конечная высота;  $\Delta h_k$  – отклонение конечной высоты. Первая строка таблицы содержит результаты без возмущений атмосферы ( $\xi=0$ ).

Таблица 1 – Результаты моделирования для номинальной программы управления при отрицательных возмущениях плотности атмосферы

$\xi$	0	-1	-2	-3	-4	-5,5
$h_{k, \text{М}}$	66098,45	65793,75	65485,06	65172,36	64855,66	64737,04
$\Delta h_{k, \text{М}}$	0	-304,7	-613,39	-926,09	-1242,79	-1725,41

Из таблицы 1 следует, что при более «разреженной» атмосфере при выполнении заданного конечного условия по углу наклона траектории ЛА в большей степени не достигает заданной конечной высоты, чем при менее «разреженной» атмосфере.

При моделировании «плотной» атмосферы были приняты следующие варианты:  $\xi = 5,5; 4; 3; 2; 1$ . Величина  $\xi = 5,5$  соответствуют предельно «плотной» атмосфере. Результаты приведены в таблице 2.

Таблица 2 – Результаты моделирования для номинальной программы управления при положительных возмущениях плотности атмосферы

$\xi$	0	1	2	3	4	5
$h_{k, \text{М}}$	66098,45	66399,17	66695,94	66988,77	67277,69	67703,73
$\Delta h_{k, \text{М}}$	0	300,72	597,49	890,32	1179,24	1605,28

Из таблицы 2 следует, что при более «плотной» атмосфере при выполнении заданного конечного условия по углу наклона траектории ЛА в большей степени

перелетает заданную конечную высоту, чем при менее «плотной» атмосфере. В связи с этим при более «плотной» атмосфере ЛА имеет меньшую конечную скорость.

Метод модулирующей функции заключается в том, что на каждом шаге управления номинальная программа умножается на некоторую выбранную функцию.

Поскольку в данной работе принято, что управление углом атаки является постоянной величиной и что необходимо компенсировать только одно отклонение по высоте, то модулирующая функция является однопараметрической. Для определения этого параметра будем использовать наиболее простой линейный метод.

Рассмотрим алгоритм с использованием модулирующей функции при первой итерации определения угла атаки.

1. Делается прогноз движения с выбранной номинальной программой управления и определяется конечное отклонение по высоте  $\Delta h_k$ , которое надо свести к нулю. Прогноз делается с модулирующей функцией  $W$ , равной единице.

2. Затем делается прогноз с модулирующей функцией  $W = 1 + \Delta W'$  и определяется конечное отклонение по высоте  $\Delta h'_k$ .

3. Частная производная  $\frac{\partial h_k}{\partial W}$  определяется как конечная разность вида:

$$\frac{\partial h_k}{\partial W} = \frac{\Delta h'_k - \Delta h_k}{\Delta W'}$$

4. Затем в линейном приближении определяется приращение модулирующей функции:

$$\Delta W_1 = -\frac{\Delta h_k}{\frac{\partial h_k}{\partial W}}$$

5. С новым значением модулирующей функции  $W = 1 + \Delta W'$  определяется угол атаки после первой итерации и делается прогноз движения. Если конечное отклонение высоты не превышает заданное значение, то задача считается решённой. В противном случае проводится следующая итерация, при которой в качестве начального угла атаки принимается угол, полученной после первой итерации.

При необходимости процесс повторяется несколько раз.

Итоговые результаты приведены в таблицах 3, 4.

Таблица 3 – Результатов моделирования при отрицательных возмущениях плотности атмосферы

$\xi$	-1	-2	-3	-4	-5,5
Число итераций	1	2	2	3	3
$\alpha$ , град.	10,7	11,3	11,52	12	13,17
$\Delta h_k$ , м	-93,36	-61,54	49,17	-45,32	12,47

Таким образом, после проведения от одной до трёх итераций для всех отрицательных отклонений плотности атмосферы конечное отклонение высоты от заданного значения не превышает 100 м. Следовательно, поставленная задача определения постоянного угла атаки с использованием метода модулирующей функции и принятого алгоритма для отрицательных возмущений плотности атмосферы решена. Ранее было отмечено, что для номинальной программы угла атаки, равной  $10^\circ$ , при отрицательных отклонениях плотности атмосферы все отклонения по высоте отрицательны и следовательно ЛА не достигает заданной конечной высоты.

Поэтому в условиях отрицательных отклонений плотности атмосферы для достижения заданной конечной высоты угол атаки должен увеличиваться для повышения аэродинамической подъёмной силы, и это увеличение должно быть тем больше, чем разреженнее атмосфера. Результаты, приведённые в таблице 3, подтверждают это: все полученные углы атаки превышают номинальное значение  $10^\circ$  и угол атаки увеличивается с  $10,7^\circ$  при  $\xi=-1$  до  $13,2^\circ$  при  $\xi=-5,5$ .

Таблица 4 – Результаты моделирования при положительных возмущениях

$\xi$	1	2	3	4	5,5
$\alpha$ , град.	9,7	9,5	9,3	8,7	8,2
$\Delta h_k$ , м	-93,48	-47,64	45,06	31,19	65,94

После проведения трёх итераций для всех положительных отклонений плотности атмосферы конечное отклонение высоты от заданного значения не превышает 100 м. Следовательно, поставленная задача определения постоянного угла атаки с использованием метода модулирующей функции и принятого алгоритма для положительных возмущений плотности атмосферы решена. Ранее было отмечено, что для номинальной программы угла атаки, равной  $10^\circ$ , при положительных отклонениях плотности атмосферы все отклонения по высоте положительны и следовательно ЛА перелетает заданную конечную высоту. Поэтому в условиях положительных отклонений плотности атмосферы для достижения заданной конечной высоты угол атаки должен уменьшаться для снижения аэродинамической подъёмной силы, и это снижение должно быть тем больше, чем плотнее атмосфера.

Результаты, приведённые в таблице 4, подтверждают это: все полученные углы атаки меньше номинального значения  $10^\circ$  и угол атаки уменьшается с  $9,7^\circ$  при  $\xi=1$  до  $8,2^\circ$  при  $\xi=5,5$ .

Полученные результаты подтверждают возможность использования метода модулирующей функции и принятого алгоритма для формирования угла атаки с целью

компенсации отклонений конечной высоты от заданного значения при возмущениях плотности атмосферы. Полученные углы атаки соответствуют физическим представлениям о рассматриваемом возмущённом движении ЛА. При реализации алгоритма особое внимание необходимо обратить на определение частной производной  $\frac{\partial h_k}{\partial W}$  и учитывать имеющиеся ограничения на значения угла атаки.

### Библиографический список

1. Балакин В.Л., Крикунов М.М., Кормакова И.В. Терминальное управление трансатмосферным летательным аппаратом при различной априорной информации об атмосферных возмущениях // Сборник трудов XX Всероссийского семинара по управлению движением и навигации летательных аппаратов. Часть I. Самара, 14-16 июня 2017 г. – Самара. Изд-во СНЦ. – 2018. – С. 32-34.

2. Балакин В.Л., Ишков С.А., Храмов А.А. Оптимизация трансатмосферного движения летательного аппарата на основе метода принципа максимума Понтрягина // Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение. 2018. Т. 17.№ 1. С. 7-19. DOI: 10.18287/2541-7533-2018-17-1-7-19

3. Школьный Е.П., Майборода А. Атмосфера и управление движением летательных аппаратов. Л.: Гидрометеиздат, 1973. 308 с.