

Лашин В.С., Любимов В.В.

**УСТОЙЧИВОСТЬ ПО УГЛУ АТАКИ И ПРОГНОЗИРОВАНИЕ  
ГЛАВНОГО РЕЗОНАНСА ПРИ АТМОСФЕРНОМ СПУСКЕ  
КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА С МАЛОЙ АСИММЕТРИЕЙ**

Целью данной работы является получение и анализ приближенно-аналитических условий устойчивости по углу атаки и вывод алгоритма прогнозирования по оценке устойчивости главного резонанса.

Движение космического аппарата (КА) относительно центра масс описывается нелинейной низкочастотной динамической системой. Произведя линеаризацию низкочастотных уравнений движения, получим систему следующего вида:

$$\begin{aligned} \frac{d\omega_x}{dt} &= -\mu\alpha\bar{m}_x^{-A}\omega^2\sin(\theta+\theta_1)\bar{I}_x, \\ \frac{d\alpha}{dt} &= -\mu\alpha\frac{\omega_{1,2}}{4\omega_a^2}\left[(10+\bar{I}_x)\omega_x\omega_{1,2}-2(2+\bar{I}_x)\omega_x^2-4\omega_{1,2}^2\right]\times m^A\cos(2\theta+2\theta_2), \\ \frac{d\theta}{dt} &= \Delta. \end{aligned} \quad (1)$$

Остановимся на описании параметров, входящих в систему (1):  $\frac{d\omega}{dt} = \mu\frac{\omega}{2q}\frac{dq}{dt}$ ;

$\omega_x=0$ ,  $\bar{m}_x^A$ ,  $m^A$ ,  $\theta_1$ ,  $\theta_2$  – безразмерные параметры, характеризующие величину и взаимное расположение массовой и инерционной асимметрий космического аппарата;

$$\bar{m}_x^A = m_x^A / \omega^2, m_x^A = \sqrt{(m_{x1}^A)^2 + (m_{x2}^A)^2}, m_{x1}^A = -\frac{\omega^2}{m_{z1}}C_{y1}\bar{\Delta}y, m_{x2}^A = -\frac{\omega^2}{m_{z1}}C_{y1}\bar{\Delta}z, \sin\theta_2 = -m_{x1}^A / m_x^A$$

$$, \cos\theta_2 = m_{x2}^A / m_x^A, \omega_a = \sqrt{\bar{I}_x\omega_x^2 / 4 + \omega^2}, m^A = \sqrt{\bar{I}_{yz}^2 + \bar{\Delta}I^2}, \sin 2\theta_3 = \bar{\Delta}I / m^A, \cos 2\theta_3 = -\bar{I}_{yz} / m^A,$$

$\bar{I}_{xy} = I_{xy} / I, \bar{I}_{xz} = I_{xz} / I, \bar{I}_{yz} = I_{yz} / I, \bar{\Delta}I = \Delta I / I; \Delta = \omega_x - \omega_{1,2}$  – резонансная расстройка

частот КА;  $\omega_{1,2} = \frac{\bar{I}_x\omega_x}{2} \pm \omega_a$  – частоты «прямой» и «обратной» прецессий (знак «+»

выбирается при  $\omega_x > 0$ , знак «-» выбирается при  $\omega_x < 0$ );  $C_{y1}, m_{z1}$  – коэффициенты,

характеризующие аэродинамические характеристики КА;  $\mu$  – малый параметр,

характеризующий малость параметров массовой и инерционной асимметрии, а также

медленность изменения  $\omega$ ;  $\alpha$  – угол атаки;  $\theta$  – быстрая фаза;  $\bar{\Delta}y = \Delta y / L, \bar{\Delta}z = \Delta z / L; \Delta y,$

$\Delta z$  – малые смещения центра масс КА в связанной системе координат OXYZ;  $\bar{I}_x = I_x / I$ ;  $I_x$  и  $I_y = I_z = I$  – моменты инерции КА относительно осей системы координат OXYZ;  $\omega_x$  – угловая скорость КА относительно оси OX;  $q$  – скоростной напор;  $S$  и  $L$  – площадь миделевого сечения и длина КА.

Для системы уравнений (1) применяем нерезонансную схему метода усреднения [1]. Известно [2], что использование метода усреднения позволяет произвести анализ эволюций медленных переменных и получить условия внешней устойчивости резонанса.

При этом уравнение для угла атаки представим в следующей форме:

$$\left\langle \frac{d\alpha}{dt} \right\rangle = \mu^2 f(\omega_x, \omega) \alpha^3, \quad (3)$$

где

$$f(\omega_x, \omega) = 3f_1^2(\omega) \cos(2\theta_1 - 2\theta_2) \Delta^{\omega_x} \times \frac{f_2(\omega_x, \omega) \Delta^{\omega_x} - f_2^{\omega_x}(\omega_x, \omega) \Delta}{8\Delta^4} + f_1^2(\omega) \cos(2\theta_1 - 2\theta_2) \frac{f_2^{\omega_x^2}(\omega_x, \omega) \Delta - f_2(\omega_x, \omega) \Delta^{\omega_x^2}}{8\Delta^3},$$

$$f_2(\omega_x, \omega) = \frac{m^A \omega_{1,2}}{4\omega_a^2} \left[ (10 + \bar{I}_x) \omega_x \omega_{1,2} - (4 - 2\bar{I}_x) \omega_x^2 - 4\omega_{1,2}^2 \right],$$

$$f_1(\omega) = \bar{m}_x^A \omega^2 / \bar{I}_x,$$

$$\Delta^{\omega_x} = \frac{\partial \Delta}{\partial \omega_x}, f_2^{\omega_x}(\omega_x, \omega) = \frac{\partial f_2}{\partial \omega_x}, \Delta^{\omega_x^2} = \frac{\partial^2 \Delta}{\partial \omega_x^2}, f_2^{\omega_x^2}(\omega_x, \omega) = \frac{\partial^2 f_2}{\partial \omega_x^2}.$$

Из уравнения (2) следует, что функция  $f(\omega_x, \omega)$  определяют направление эволюции пространственного угла атаки.

При численном моделировании используются характеристики спускаемых аппаратов «Schiaparelli» и «Mars Polar Lander». На рисунке 1 показано изменение угла атаки космических аппаратов «Schiaparelli», «Mars Polar Lander» в устойчивом случае (при  $f(\omega_x, \omega) < 0$ ). На рисунке 2 показано изменение угла атаки космических аппаратов «Schiaparelli», «Mars Polar Lander» в неустойчивом случае (при  $f(\omega_x, \omega) > 0$ ).

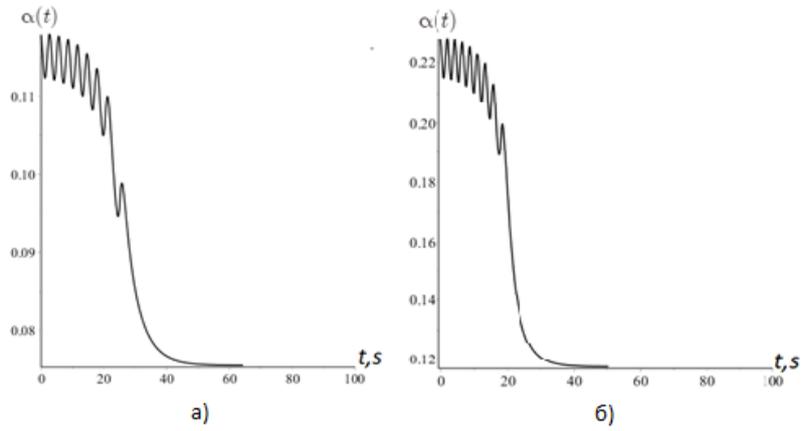


Рис. 1. Изменение угла атаки КА в устойчивом случае:  
а) «Schiaparelli»; б) «Mars Polar Lander»

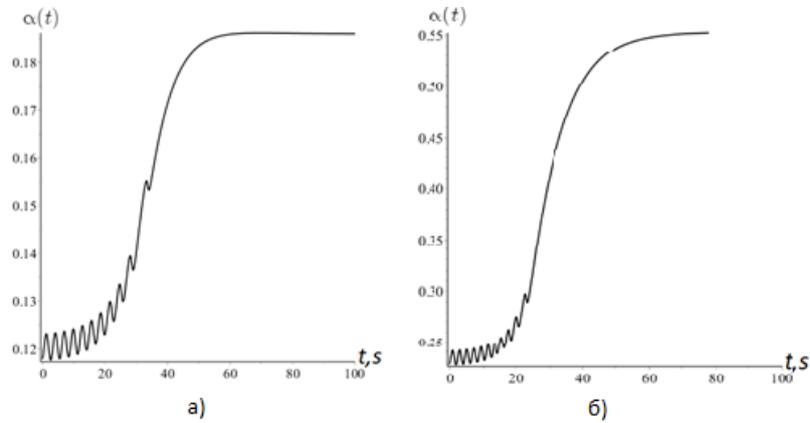


Рис. 2. Изменение угла атаки КА в неустойчивом случае:  
а) «Schiaparelli»; б) «Mars Polar Lander»

Запишем усреднённое уравнение для угловой скорости  $\omega_x^0$  с учётом первых двух приближений метода усреднения:

$$\left\langle \frac{d\omega_x}{dt} \right\rangle = \mu A_1^{(\omega_x)} + \mu^2 A_2^{(\omega_x)} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \text{Здесь } A_1^{(\omega_x)} = 0; \quad A_2^{(\omega_x)} = & \pm m \frac{\partial \overline{m_x^A}}{\partial \alpha} \frac{I \omega^4 \omega_a \cos(\theta_1 - \theta_2)}{F_a \Delta} \pm \\ & \pm \frac{\overline{m_x^A} \overline{m^A} \operatorname{ctg} \alpha \omega^4 I \omega_a}{F_a \Delta^2} \frac{\partial \omega_a}{\partial \alpha} \cos(\theta_1 - \theta_2) \pm \\ & \pm \frac{\overline{m_x^A} \overline{m^A} \omega^4 I \omega_a}{F_a \Delta} \frac{\partial \theta_2}{\partial \alpha} \sin(\theta_1 - \theta_2) - \frac{\left( \overline{m_x^A} \right)^2 I \omega^4}{2 \overline{I_x} \Delta} \frac{\partial \theta_2}{\partial \omega_x}, \end{aligned}$$

Выражение для второй производной угловой скорости  $\omega_x$  имеет вид

$$\left\langle \frac{d^2 \omega_x}{dt^2} \right\rangle = \frac{\partial \langle \dot{\omega}_x \rangle}{\partial \omega_x} \left\langle \frac{d\omega_x}{dt} \right\rangle + \frac{\partial \langle \dot{\omega}_x \rangle}{\partial \alpha} \left\langle \frac{d\alpha}{dt} \right\rangle + \frac{\partial \langle \dot{\omega}_x \rangle}{\partial \omega} \frac{d\omega}{dt} \quad (4)$$

Отслеживая модули и знаки производных  $\left\langle \frac{d\omega_x}{dt} \right\rangle$  и  $\left\langle \frac{d^2 \omega_x}{dt^2} \right\rangle$ , можно прогнозировать расположение резонансных величин относительно текущего значения угловой скорости  $\omega_x$ . Условно схему прогнозирования можно представить в виде, показанном на рисунке 3.

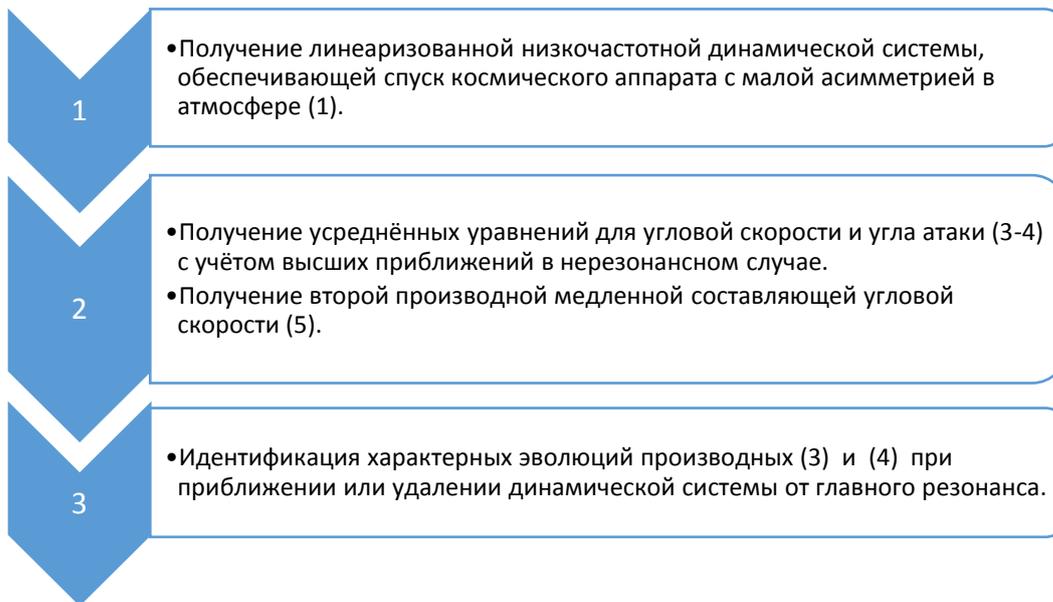


Рис. 3. Схема прогнозирования главного резонанса

На рисунке 4 показано изменение угловой скорости  $\omega_x$  на этапе спуска. Кривая 1 описывает изменение угловой скорости  $\omega_x(t)$ , кривая 2 показывает изменение резонансного значения угловой скорости.

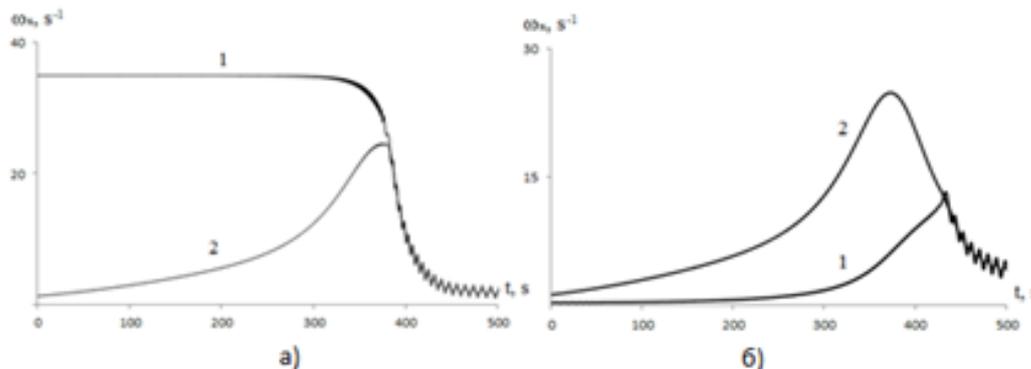


Рис. 4 Приближение угловой скорости к резонансному значению:

а) при  $\omega_x(0) > \omega_x^r(0) > 0$ ; б) при  $\omega_x^r(0) > \omega_x(0) > 0$

Из рисунка 4а следует, что при приближении к резонансному значению при  $\omega_x(0) > \omega_x^r(0) > 0$  первая и вторая производные усреднённой угловой скорости отрицательны. Из рисунка 4б следует, что при приближении к резонансному значению при  $\omega_x^r(0) > \omega_x(0) > 0$  первая и вторая производные положительны.

Полученные условия устойчивости или неустойчивости по пространственному углу атаки и схема прогнозирования главного резонанса могут применяться для оценки параметров при проектировании перспективных космических аппаратов, осуществляющих спуск в атмосфере Марса или при спуске в земной атмосфере.

### **Библиографический список**

1. Боголюбов Н.Н., Митропольский Ю.А. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний // Государственное издательство физико-математической литературы. 1958. 408 с.
2. Lyubimov V.V., Lashin V.S. External Stability of a Resonance During the Descent of a Spacecraft with a Small Variable Asymmetry in the Martian Atmosphere // Advances in Space Research. 2017. Vol. 59. pp. 1607-1613.