УДК 621.369.6.536.248.2.001

Клюев Н.И., Крутоверцева А.В.

ВНЕЗАПНОЕ ЗАПОЛНЕНИЕ РАКЕТНОГО КОНТЕЙНЕРА ВОДОЙ ПОСЛЕ ПОДВОДНОГО СТАРТА

Физическая постановка задачи

Моделируется заполнение водой ракетного контейнера после подводного старта ракеты. Полая, вертикальная цилиндрическая емкость, открытая с верхнего конца и заполненная газом, внезапно оказывается в глубине водоема и заполняется водой (рис. 1).

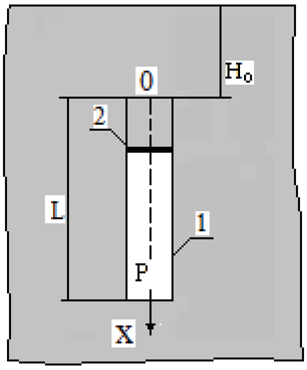

Рис. 1. Схема ракетного контейнера, заполняемого водой: 1-корпус контейнера, 2-невесомый, проницаемый для газа поршень

Для моделирования данного процесса мысленно поместим на входе в канал тонкий невесомый поршень 2, проницаемый для выхода газа из канала и непроницаемый для воды. Заполнение водой цилиндрического канала можно разбить на два этапа (фазы). Первая фаза заключается в движении столба несжимаемой жидкости от $x = 0$ до $x < L$. При этом газ беспрепятственно выходит из канала, а освободившийся объем занимает вода. В течение всего процесса средняя по поперечному сечению канала скорость столба жидкости изменяется от нуля до своего максимального значения, а давление газа в канале изменяется от максимального значения p_0 до нуля. Вторая фаза движения характеризуется гидравлическим ударом жидкости о дно канала. Будем рассматривать первую фазу процесса.

Математическая модель и методика решения

При заполнения водой ракетного контейнера движение жидкости внутрь канала начнется при условии $p_0 < \left(\rho g H_0 + p_a\right)$, где p_a – атмосферное давление. Для описания процесса используется уравнение нестационарного движения вязкой несжимаемой жидкости в цилиндрическом канале

$$\frac{\partial u}{\partial t} = g - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\nu}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial u}{\partial r}\right), \qquad (1)$$

где $u = u(r,t)$ – скорость жидкости в канале, p – давление, ρ – плотность, t – время, ν – кинематическая вязкость, g – ускорение свободного падения.

Выполним приближенное решение уравнения (1). Введем среднюю по сечению канала продольную скорость течения $<u> = \frac{2}{R^2}\int_0^R rudr$, которая совпадает со скоростью поршня. Умножим левую и правую части уравнения (1) на r и проинтегрируем каждое слагаемое от 0 до R, где R – радиус канала. Выпишем отдельные слагаемые уравнения движения (1), учитывая, что сила трения направлена против оси x:

$$\int_0^R r\frac{\partial u}{\partial t}dr = \frac{d}{dt}\int_0^R rudr = \frac{R^2}{2}\frac{d<u>}{dt}, \quad \int_0^R rgdr = \left.\frac{gr^2}{2}\right|_0^R = \frac{gR^2}{2},$$

$$\int_0^R \frac{r}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}dr = \left.\frac{\partial p}{\partial x}\frac{r^2}{2\rho}\right|_0^R = \frac{R^2}{2\rho}\frac{\partial p}{\partial x},$$

$$\int_0^R \nu\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial u}{\partial r}\right)dr = \frac{1}{\rho}\int_0^R \partial\left(r\mu\frac{\partial u}{\partial r}\right) = -\frac{1}{\rho}\int_0^R \partial(r\tau) = -\frac{R\tau_w}{\rho}, \qquad (2)$$

где τ_w – касательное напряжение трения на стенке трубы. Величина трения взята со знаком минус, поскольку ось x направлена вниз.

С учетом формул (2) уравнение (1) перепишется в виде (косые скобки у средней скорости в дальнейшем опускаем):

$$\frac{du}{dt} = g - \frac{1}{\rho}\frac{dp}{dx} - \frac{2\tau_w}{R\rho}. \qquad (3)$$

Трение на стенке цилиндрического канала можно вычислить по формуле [1]

$$\tau_w = \frac{\lambda\rho u^2}{8}, \qquad (4)$$

где λ – коэффициент гидравлического сопротивления.

Подставим (4) в уравнение движения (3) и получим

$$\frac{du}{dt} = g - \frac{1}{\rho}\frac{dp}{dx} - \frac{\lambda u^2}{4R}. \qquad (5)$$

Пусть давление газов в канале при движении столба жидкости изменяется линейно по длине канала. Тогда

$$p = \left(\rho g H_0 + p_a\right)(1 - \frac{x}{L}) = p_0(1 - \frac{x}{L}). \qquad (6)$$

Найдем градиент давления, действующий на столб жидкости высотою x. Тогда

$$\frac{dp}{dx} = \frac{p_0(1 - \frac{x}{L}) - p_0}{x}. \qquad (7)$$

Уравнение движения (5) с учетом выражений (6) и (7) примет вид

$$\frac{d^2x}{dt^2} = g - \frac{p_0(1 - \frac{x}{L}) - p_0}{\rho\, x} - \frac{\lambda}{4R}\left(\frac{dx}{dt}\right)^2,$$

где $x -$ координата поверхности раздела.

Добавляя начальные условия, получим задачу Коши

$$t = 0,\ x = 0,\ \frac{dx}{dt} = 0\ .$$

Результаты численного решения и обсуждение

Входные данные задачи: жидкость – морская вода при температуре $20^0 C$, $\rho = 1028\ кг/м^3, \nu = 1{,}83 \cdot 10^{-6}\ м^2/с$, $H_0 = 10\ м$, $p_a = 10^5\ Па$, $L = 15\ м$, $R = 1\ м$, $\lambda = 5{,}148 \cdot 10^{-3}$.

Решение выполнено в пакете прикладных программ Mathcad. Результаты решения задачи в виде зависимостей координаты $z^{\langle 1 \rangle}, м$ и скорости поверхности раздела $z^{\langle 2 \rangle}, м/с$ от времени $z^{\langle 0 \rangle}, с$ представлены на рис. 2, 3.

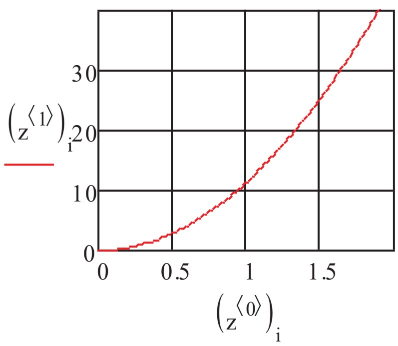

Рис. 2. Изменение координаты

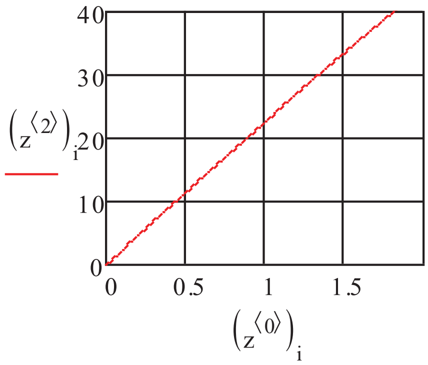

Рис. 3. Изменение скорости

Из графика на рис. 2 получаем $x = L = 15\ м$ при $t = 1{,}16\ с$, из рис. 3 скорость поверхности раздела $u = 26{,}113\ м/с$. Скорость возрастает линейно, поэтому ускорение

$\frac{du}{dt} = \frac{26{,}113}{1{,}16} = 22{,}511\ м/с^2 = const$. Число Рейнольдса, вычисленное по средней скорости и диаметру канала, равно $\mathrm{Re} = 1{,}427 \cdot 10^7$, откуда следует турбулентный режим течения. В этом случае коэффициент гидравлического сопротивления вычисляется по формуле Блазиуса: $\lambda = \frac{0{,}3164}{\sqrt[4]{\mathrm{Re}}} = 5{,}148 \cdot 10^{-3}$.

Для более точного описания течения жидкости в цилиндрическом канале воспользуемся определением коэффициента гидравлического сопротивления, учитывающего нестационарность процесса [2]

$$\lambda = \frac{0{,}3164}{\sqrt[4]{\mathrm{Re}}} + 1{,}28R\frac{du/dt}{u^2}.$$

В рассматриваемом случае величина $1{,}28R\frac{du/dt}{u^2} = 0{,}041$, тогда $\lambda = 4{,}6 \cdot 10^{-2}$. Повторяя численное решение, получим приведенные на рис. 4 и 5 результаты.

Из графика на рис. 4 получаем $x = L = 15\ м$ при $\tau = 1{,}18\ с$, а по рис. 5 скорость поверхности раздела $u = 24{,}054\ м/с$. Число Рейнольдса, вычисленное по средней скорости и диаметру канала, будет равно $\mathrm{Re} = 3{,}403 \cdot 10^7$. Сравнивая полученные результаты, видим, что нестационарность коэффициента гидравлического сопротивления уменьшает конечную скорость поверхности раздела на 8 %.

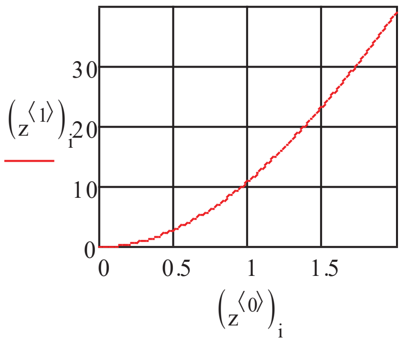

Рис. 4. Изменение координаты при нестационарном λ

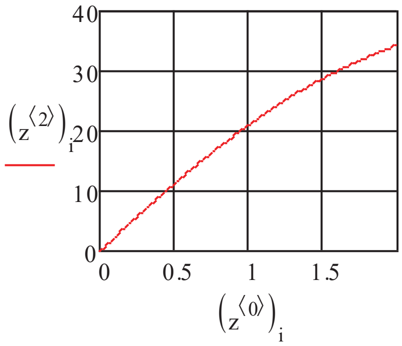

Рис. 5. Изменение скорости при нестационарном λ

Зная скорость столба жидкости и его ускорение в момент соприкосновения с дном канала, можно смоделировать процесс гидравлического удара и вычислить давление жидкости на дно канала.

Библиографический список

1. Бабе, Г.Д. Идентификация моделей гидравлики [Текст] / Г.Д. Бабе, Э.А. Бондарев, А.Ф. Воеводин, М.А. Каниболоцкий – Новосибирск: Наука, 1980. – 160 с.
2. Денисов, С.В. О коэффициенте границ в нестационарных течениях [Текст] / С.В. Денисов// Инженерно-физический журнал. 1970. Т.18. №1. С.118-123.