

## Механизм формирования обратного потока энергии в остром фокусе

В.В. Котляр<sup>1,2</sup>, С.С. Стафеев<sup>1,2</sup>, А.Г. Налимов<sup>1,2</sup>, А.А. Ковалёв<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> ИСОИ РАН – филиал ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН,  
443001, Россия, г. Самара, ул. Молодогвардейская, д. 151,

<sup>2</sup> Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва,  
443086, Россия, г. Самара, Московское шоссе, д. 34

### Аннотация

Теоретически показано, что в интерференционной картине четырёх плоских волн со специально подобранными направлениями векторов линейной поляризации формируется обратный поток энергии. Области прямого и обратного потока перемежаются в шахматном порядке. Величина обратного потока прямо зависит от угла схождения плоских волн и максимальна при угле схождения, близком к  $90^\circ$ . Правые тройки векторов четырёх плоских волн (волновой вектор с положительной проекцией на оптическую ось и вектора напряжённости электрического и магнитного полей) при сложении в некоторых областях интерференционной картины формируют электромагнитное поле, описываемое правой тройкой тех же векторов, но волновой вектор имеет отрицательную проекцию на оптическую ось. Также показано, что если в область обратного потока поместить сферическую диэлектрическую рэлеевскую наночастицу, то на неё будет действовать сила, направленная в обратном направлении (при этом рассеивающая сила будет больше градиентной).

**Ключевые слова:** обратный поток энергии, интерференция плоских волн, формулы Рачардса–Вольфа, острая фокусировка, цилиндрический векторный пучок.

**Цитирование:** Котляр, В.В. Механизм формирования обратного потока энергии в остром фокусе / В.В. Котляр, С.С. Стафеев, А.Г. Налимов, А.А. Ковалев // Компьютерная оптика. – 2019. – Т. 43, № 5. – С. 714–722. – DOI: 10.18287/2412-6179-2019-43-5-714-722.

### Введение

Оптические вихревые пучки известны давно [1]. Такие пучки имеют спиральную фазу, что влияет на свойства распространения этих пучков [2]. Интерес к ним обуславливается их широким применением. Вихревые лазерные пучки используются в телескопах для обнаружения далёких планет [3], для захвата и управления движением микрочастиц в оптическом пинцете [4, 5], вращения частиц оптическим гаечным ключом [6], передачи микрочастице углового момента [7], увеличения объёма передачи информации в системах оптической связи [8], в квантовой информатике [9, 10] и высокоразрешающей электронной микроскопии [11]. Ещё одна возможность использования оптических вихрей – создание пучков с областью, где направление течения энергии обратно к направлению распространения пучка [12–14]. Мы недавно показали, что в остром фокусе оптического вихря с целым топологическим зарядом, большим 1, и с круговой поляризацией имеет место обратный поток энергии [12]. В [13] теоретически и численно показано, что в остром фокусе вихревого светового поля с круговой поляризацией и топологическим зарядом 2 обратный поток возникает на оптической оси и по величине сравним с прямым потоком энергии. В [14] численно показано наличие обратного потока на оптической оси в фокусе поляризационного вихря второго порядка. В [15] показано, что обратный поток можно сформировать с помощью металлинзы.

Эффект обратного потока энергии изучался ранее в работах и других авторов. В [16] получено простое выражение для продольной компоненты вектора Пойнтинга в фокусе апланатической системы при фокусировке плоской волны с линейной поляризацией, из ко-

торого следует, что на некоторых радиусах (вблизи тёмных колец) имеет место обратный поток энергии. Обратный поток также был обнаружен при сложении четырёх плоских волн в [17]. Но автор посчитал, что такое поведение вектора Пойнтинга не имеет физического смысла. В [18] численно показано, что при фокусировке параксиального Гауссова пучка с помощью сферической линзы, ограниченной апертурой, в плоскости фокуса и рядом с ней на некоторых радиусах возникают тёмные кольца Эйри, в которых имеет место фазовая сингулярность. Позже Берри с помощью асимптотик показал, что такие сингулярности возникают в фокусе непараксиального Гауссова пучка и без ограничения линзы апертурой [19]. В [19] также показано, что вокруг сингулярности фазы возникает круговой поток энергии, в том числе и обратный поток. В [20] Воляр численно показал, что в фокусе линейно поляризованных векторных непараксиальных пучков Гаусса (сферические моды низших порядков) сечение пучка эллиптическое и вокруг центрального пятна имеются «острова сингулярности» (вместо колец Эйри), рядом с которыми возникает обратный поток энергии. В [21] аналогичные «острова сингулярности» и обратный поток рядом с ними численно обнаружены в плоскости фокуса векторных непараксиальных Гауссовых вихревых пучков с круговой поляризацией. В [22] на простом примере соосной интерференции двух Гауссовых пучков показано, что вокруг кольца, на котором интенсивность равна нулю, формируется тороидальный поток энергии, в том числе и обратный поток. В работах [16–22] обратный поток возникает в стороне от оптической оси, в малых периферийных областях, и мал по величине. В [23] показано, что при соосном сложении двух векторных пучков Бесселя с ТЕ- и ТМ-

поляризациями обратный поток может быть и на оптической оси. В [24, 25] обсуждается концепция оптического трактора, когда сила, действующая на частицу, направлена в обратную сторону по отношению к освещающему пучку света. Показывается, что не всегда наличие обратного потока приводит к отрицательной силе, действующей на частицу. И наоборот, сила, толкающая (или тянущая) частицу назад, может возникать и без обратного потока. В [26] численно показано наличие обратного распространения энергии в векторном пучке Бесселя с дробным топологическим зарядом. Такой световой пучок фактически является линейной комбинацией счётного числа обычных мод Бесселя. В [27] теоретически получены выражения для плотности вектора Пойнтинга  $\mathbf{X}$ -пучков и получены необходимые условия для появления обратного потока энергии. В [28] численно показано наличие обратного течения энергии в непараксиальном ускоряющемся 2D-пучке Эйри. А в [29] показано, что обратный поток имеет место для непараксиальных векторных параболических пучков Вебера. В [30] теоретически рассматриваются условия, которые нужно наложить на световое поле, чтобы оно локально проявляло обратное распространение (или имел место обратный поток энергии). Из приведённого обзора видно, что наиболее широко для получения областей с обратным потоком энергии используются вихревые лазерные пучки, причём для получения обратного потока необходимо использовать круговую поляризацию падающего поля.

Возможно, в световых полях, в которых фазовые и поляризационные сингулярности образуют в пространстве многосвязные узлы (*vortex knot*) [31–33], также имеет место обратное распространение света (обратный поток световой энергии).

В данной работе мы попытаемся объяснить механизм возникновения обратного распространения света, предсказанного в [12–15]. На простом примере интерференции четырёх плоских волн [17] со специально подобранными линейными поляризациями мы покажем детально, как формируется обратный поток энергии. Получим формулы для величины обратного потока в зависимости от угла схождения плоских волн. Найдём координаты и величины всех областей, в которых имеет место обратное распространение света. Мы также покажем, что рассмотренная модель четырёх плоских волн также хорошо объясняет наличие обратного потока энергии на оптической оси в остром фокусе поляризационного вихря второго порядка, который был рассмотрен в [14]. В заключении будет показано, что рэлеевская наночастица, помещённая на оптической оси в области обратного потока, будет двигаться в обратном направлении. То есть в случае острой фокусировки света [14] величины обратного потока энергии на оптической оси достаточно для того, чтобы рассеивающая сила толкала частицу назад.

**Интерференция четырёх плоских волн с линейной поляризацией**

Рассмотрим картину интерференции четырёх когерентных и монохроматических плоских волн со

специально подобранными линейными поляризациями (рис. 1). Вектора напряжённости электрического поля  $\mathbf{E}_n$ ,  $n = 1, 2, 3, 4$  этих четырёх плоских волн пусть имеют вид

$$\begin{cases} \mathbf{E}_1 = (\mathbf{e}_x \cos \alpha + \mathbf{e}_z \sin \alpha) \exp(-ikx \sin \alpha + ikz \cos \alpha), \\ \mathbf{E}_2 = -\mathbf{e}_x \exp(-iky \sin \alpha + ikz \cos \alpha), \\ \mathbf{E}_3 = (\mathbf{e}_x \cos \alpha - \mathbf{e}_z \sin \alpha) \exp(ikx \sin \alpha + ikz \cos \alpha), \\ \mathbf{E}_4 = -\mathbf{e}_x \exp(iky \sin \alpha + ikz \cos \alpha), \end{cases} \quad (1)$$

где  $(x, y, z)$  – декартовы координаты,  $(\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z)$  – правая тройка единичных векторов, направленных вдоль координатных осей,  $k$  – волновое число света,  $\alpha$  – угол наклона плоских волн к оптической оси  $z$ . Из уравнения Максвелла для монохроматического поля

$$\text{rot } \mathbf{E} = ik\mathbf{H} \quad (2)$$

можно найти выражения для векторов напряжённости магнитного поля  $\mathbf{H}_n$ ,  $n = 1, 2, 3, 4$  этих четырёх плоских волн:

$$\begin{cases} \mathbf{H}_1 = \mathbf{e}_y \exp(-ikx \sin \alpha + ikz \cos \alpha), \\ \mathbf{H}_2 = -(\mathbf{e}_y \cos \alpha + \mathbf{e}_z \sin \alpha) \times \exp(-iky \sin \alpha + ikz \cos \alpha), \\ \mathbf{H}_3 = \mathbf{e}_y \exp(ikx \sin \alpha + ikz \cos \alpha), \\ \mathbf{H}_4 = -(\mathbf{e}_y \cos \alpha - \mathbf{e}_z \sin \alpha) \times \exp(iky \sin \alpha + ikz \cos \alpha). \end{cases} \quad (3)$$

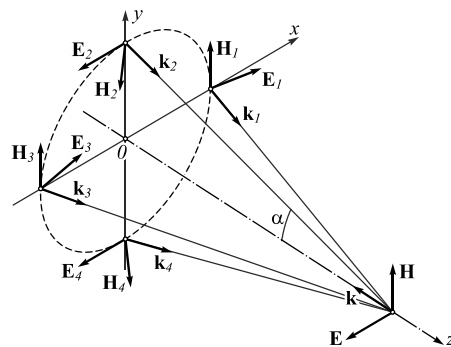


Рис. 1. Схема сложения четырёх плоских волн с линейными поляризациями

Из выражений (1) и (3) получим выражение для распределения интенсивности электрического поля

$$\begin{aligned} I_\alpha &= |E_x|^2 + |E_z|^2 = \\ &= 4 \left\{ \left[ \cos \alpha \cos(kx \sin \alpha) - \cos(ky \sin \alpha) \right]^2 + \right. \\ &\quad \left. + \sin^2 \alpha \sin^2(kx \sin \alpha) \right\}. \end{aligned} \quad (4)$$

При сложении четырёх плоских волн под большим углом ( $\alpha \rightarrow \pi/2$ ), вместо (4) приближённо можно записать:

$$I_{\pi/2} \approx 4(\cos^2 ky + \sin^2 kx). \quad (5)$$

Из (5) видно, что максимумы интенсивности интерференционной картины четырёх плоских волн будут располагаться в шахматном порядке и вблизи точек с координатами:

$$(x_p, y_q) = \left( \frac{\lambda(2p+1)}{4}, \frac{\lambda q}{2} \right), \quad p, q = 0, \pm 1, \pm 2 \dots \quad (6)$$

Из (1) и (3) можно также найти проекции вектора Пойнтинга (вектора потока энергии) по известной формуле:

$$\mathbf{S} = \frac{1}{2} \operatorname{Re}[\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*], \quad (7)$$

где  $\operatorname{Re}$  – действительная часть числа,  $*$  – знак комплексного сопряжения. Подставляя (1) и (3) в (7), получим для продольной компоненты вектора Пойнтинга выражение:

$$S_{z,\alpha} = 2 \cos \alpha \left[ \cos^2(kx \sin \alpha) + \cos^2(ky \sin \alpha) \right] - 2(1 + \cos^2 \alpha) \cos(kx \sin \alpha) \cos(ky \sin \alpha). \quad (8)$$

Из (8) видно, что при малом угле схождения плоских волн ( $\alpha \rightarrow 0$ ) обратного потока нет, так как

$$S_{z,\alpha \rightarrow 0} \approx 2[\cos(kx\alpha) - \cos(ky\alpha)]^2 \geq 0. \quad (9)$$

А при большом угле сложения плоских волн ( $\alpha \rightarrow \pi/2$ ) из (8) следует, что в интерференционной картине в шахматном порядке расположены области, в которых световая энергия течёт в обратном направлении:

$$S_{z,\alpha \rightarrow \pi/2} = -2 \cos(kx) \cos(ky). \quad (10)$$

Из (10) следует, что максимальные значения обратного потока энергии в сечении картины интерференции четырёх плоских волн находятся вблизи точек с координатами:

$$(x_p, y_q) = (\lambda p, \lambda q), \quad p, q = 0, \pm 1, \pm 2 \dots$$

$$(x_p, y_q) = \left( \lambda \left( p + \frac{1}{2} \right), \lambda \left( q + \frac{1}{2} \right) \right), \quad (11)$$

$$p, q = 0, \pm 1, \pm 2 \dots$$

Заметим, что при любом угле схождения  $\alpha$  в центре картины интерференции на оптической оси интенсивность отлична от нуля и поток энергии отрицательный:

$$I_\alpha(x=y=0) = 4(1 - \cos \alpha)^2, \quad (12)$$

$$S_{z,\alpha}(x=y=0) = -2(1 - \cos \alpha)^2.$$

Максимальный прямой поток энергии в интерференционной картине равен:

$$S_{z,\alpha} \left( x = \frac{\lambda(2p+1)}{2 \sin \alpha}, y = \frac{\lambda(2q)}{2 \sin \alpha} \right) = 2(1 + \cos \alpha)^2. \quad (13)$$

Выражение (13) верно также для точек с координатами:

$$x = \frac{\lambda p}{\sin \alpha}, \quad y = \frac{\lambda(q+1/2)}{\sin \alpha}.$$

При стремлении  $\alpha$  к  $\pi/2$  максимальный прямой поток энергии и максимальный по модулю обратный по-

ток энергии выравниваются и приближаются к двум (с разных сторон).

На рис. 2 показаны распределения интенсивности (2а) и продольной компоненты вектора Пойнтинга (2б) в интерференционной картине четырёх плоских волн (1), (3) на расстоянии  $z=0$  и при угле схождения  $\alpha$ , равном  $70^\circ$  градусов. Картины на рис. 2 рассчитаны с помощью строгого решения уравнений Максвелла FDTD-методом.

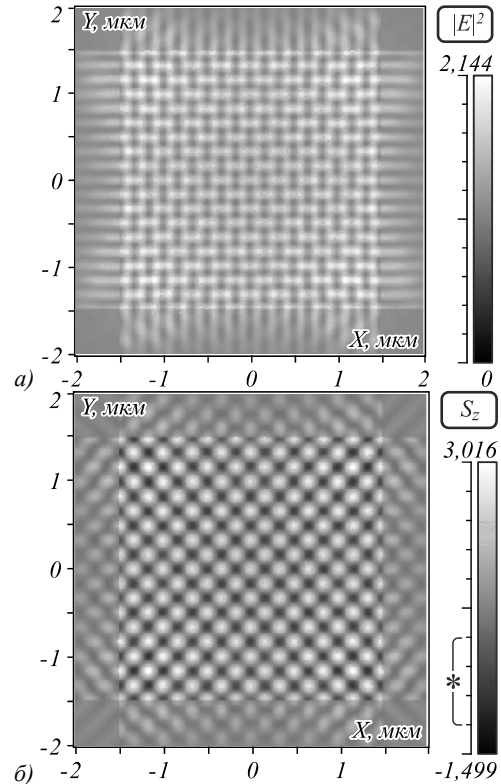


Рис. 2. Распределение интенсивности (а) и продольной компоненты вектора Пойнтинга (б) для четырёх плоских волн (1), (3) с углом сложения  $\alpha$ , равным  $70^\circ$ , и для длины волны 633 нм. Тёмно-серым цветом (б, на шкале отмечен знаком «\*») показаны области обратного потока

Из (7) следует, что поперечные составляющие вектора Пойнтинга равны нулю. То есть картина интенсивности и распределение потока энергии на рис. 2 будут одинаковыми при любом  $z$ .

Как следует из (1), (3) и (7), тройка векторов  $\mathbf{S}$ ,  $\mathbf{E}$ ,  $\mathbf{H}$  на оптической оси ( $x=y=0$ ) является не правой, а левой тройкой, что означает, что поток энергии и волновой вектор  $\mathbf{k}$  направлены в обратную сторону по отношению к направлению оси  $z$ . Действительно, на оптической оси имеем (рис. 1):

$$\mathbf{E}(x=y=0) = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 + \mathbf{E}_3 + \mathbf{E}_4 = -2\mathbf{e}_x(1 - \cos \alpha) \exp(ikz \cos \alpha),$$

$$\mathbf{H}(x=y=0) = \mathbf{H}_1 + \mathbf{H}_2 + \mathbf{H}_3 + \mathbf{H}_4 = 2\mathbf{e}_y(1 - \cos \alpha) \exp(ikz \cos \alpha), \quad (14)$$

$$\mathbf{S}(x=y=0) = -2\mathbf{e}_z(1 - \cos \alpha)^2.$$

Для наглядности на рис. 3 показана правая тройка единичных векторов декартовых координат ( $\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z$ ) и левая тройка векторов  $\mathbf{S} = c\mathbf{k}$ ,  $\mathbf{E}$ ,  $\mathbf{H}$  на оптической оси.

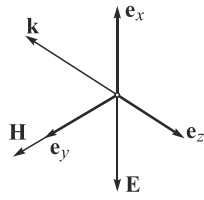


Рис. 3. Правая тройка декартовых единичных векторов и левая тройка векторов  $\mathbf{k}$ ,  $\mathbf{E}$ ,  $\mathbf{H}$  светового поля на оптической оси

**Формирование обратного потока на оптической оси в фокусе светового поля с поляризационной сингулярностью**

Здесь и далее мы будем называть поляризационным вихрем световое поле с поляризационной сингулярностью произвольного порядка. В этом параграфе мы покажем, что аналогично формированию обратного потока при интерференции четырёх плоских волн можно объяснить формирование обратного потока в фокусе поляризационного вихря (т.е. поля с поляризационной сингулярностью). В [14] рассмотрена острая фокусировка поляризационного вихря, начальный вектор Джонса которого имеет вид (рис. 4) ( $\varphi$  – азимутальный угол цилиндрической систем координат  $(r, \varphi, z)$ ):

$$\mathbf{E} = \begin{pmatrix} -\sin 2\varphi \\ \cos 2\varphi \end{pmatrix}, \quad \mathbf{H} = \begin{pmatrix} -\cos 2\varphi \\ -\sin 2\varphi \end{pmatrix}. \quad (15)$$

На рис. 4а показано распределение векторов поляризации в поляризационном вихре второго порядка (длина волны  $\lambda = 532$  нм), который фокусировался апланатической системой с числовой апертурой  $NA = 0,95$ . На рис. 4б показано распределение интенсивности вблизи фокуса в плоскости  $(y, z)$  и стрелками показано направление потока энергии  $\mathbf{S}$ .

С помощью формул Ричардса–Вольфа в [14] показано, что в плоскости фокуса поля (15), сформированного апланатической оптической системой (идеальной сферической линзой), проекции электрического и магнитного векторов имеют вид:

$$\begin{aligned} E_x &= -i \sin 2\varphi I_{0,2}, \\ E_y &= -i(-\cos 2\varphi I_{0,2} + I_{2,0}), \\ E_z &= 2 \sin \varphi I_{1,1}, \\ H_x &= -i(\cos 2\varphi I_{0,2} + I_{2,0}), \\ H_y &= -i \sin 2\varphi I_{0,2}, \\ H_z &= 2 \cos \varphi I_{1,1}. \end{aligned} \quad (16)$$

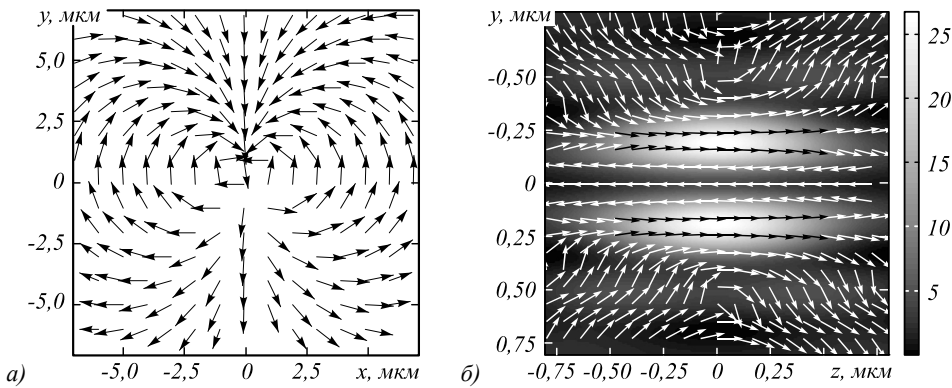


Рис. 4. Распределение векторов поляризации в начальном поляризационном вихре второго порядка (15) (а) и распределение интенсивности вблизи фокуса в плоскости  $(y, z)$  (б). Стрелками на (б) показано направление потока энергии  $\mathbf{S}$

В (16) использованы обозначения:

$$\begin{aligned} I_{0,2} &= \frac{\pi f \alpha}{\lambda} \int_0^{\pi} \sin \theta \cos^{1/2} \theta (1 + \cos \theta) A(\theta) \times \\ &\quad \times e^{ikz \cos \theta} J_2(x) d\theta, \\ I_{2,0} &= \frac{\pi f \alpha}{\lambda} \int_0^{\pi} \sin \theta \cos^{1/2} \theta (1 - \cos \theta) A(\theta) \times \\ &\quad \times e^{ikz \cos \theta} J_0(x) d\theta, \\ I_{1,1} &= \frac{\pi f \alpha}{\lambda} \int_0^{\pi} \sin^2 \theta \cos^{1/2} \theta A(\theta) \times \\ &\quad \times e^{ikz \cos \theta} J_1(x) d\theta. \end{aligned} \quad (17)$$

В (17)  $x = kr \sin \theta$ ,  $J_m(x)$  – функция Бесселя  $m$ -го порядка,  $A_m(\theta)$  – действительная функция, описывающая распределение амплитуды во входном зрачке апланатической системы,  $NA = \sin \alpha$  и  $f$  – числовая апертура и фокусное расстояние апланатической си-

стемы. Из (16) следует, что в плоскости фокуса ( $z = 0$ ) на оптической оси поле описывается левой тройкой векторов:

$$\mathbf{E} = -i\mathbf{e}_y I_{2,0}, \quad \mathbf{H} = -i\mathbf{e}_x I_{2,0}, \quad \mathbf{S} = -\mathbf{e}_z I_{2,0}^2. \quad (18)$$

Тройка векторов (18) (без учёта мнимой единицы, которая показывает скачок фазы поля на  $\pi/2$  в фокусе) аналогична тройке векторов (14) и показывает, что поток энергии на оптической оси обратный по отношению к направлению оси  $z$  (рис. 4б).

На рис. 5 показаны рассчитанные с помощью FDTD-метода распределение продольной компоненты вектора Пойнтинга  $S_z$  в плоскости  $XZ$  вблизи фокуса поляризационного вихря второго порядка (рис. 4а) и распределение напряженностей электрического и магнитного векторов на оптической оси (рис. 4б). Из рис. 5б видно, что, хотя световое поле распространяется вдоль положительного направления оси  $z$  (слева направо на рис. 5б), вектора  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{H}$  вблизи оптической оси складываются таким образом, что об-

разуют левую тройку векторов (вместе с волновым вектором  $\mathbf{k}$ ), как будто световая волна на рис. 5б бежит в обратном направлении. Чтобы убедиться, что этот обратный поток имеет физический смысл, в следующем параграфе рассчитаны силы, действующие на рэлеевскую наночастицу, помещенную на оптическую ось вблизи фокуса (рис. 4б и рис. 5а).

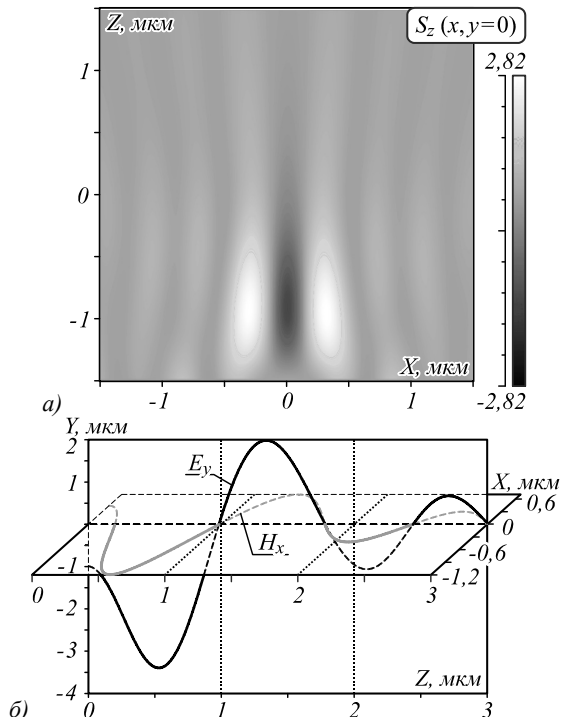


Рис. 5. Распределение продольной компоненты вектора Пойнтинга  $S_z$  в плоскости ZX вблизи фокуса поляризационного вихря (рис. 4), рассчитанное FDTD-методом (а), и распределения вдоль оптической оси электрического и магнитного полей  $E_y, H_x$  (б)

**Сила, действующая на наночастицу в обратном потоке**

При размещении частицы в световом поле на частицу действует сила. Для рэлеевской частицы эта сила складывается из рассеивающей и градиентной сил. Для рэлеевских частиц с радиусом  $a < \lambda/20$ , помещённых в световое поле, сила рассеяния  $\mathbf{F}_s$  и градиентная сила  $\mathbf{F}_g$  рассчитываются по известным формулам [34]:

$$\mathbf{F}_s = \mathbf{e}_z \left( \frac{8\pi n_2}{3c} \right) k^4 a^6 \left( \frac{n_1^2 - n_2^2}{n_1^2 + 2n_2^2} \right)^2 S_z, \tag{19}$$

$$\mathbf{F}_g = \left( \frac{2\pi n_2}{c} \right) a^3 \left( \frac{n_1^2 - n_2^2}{n_1^2 + 2n_2^2} \right) \nabla |\mathbf{E}|^2, \tag{20}$$

где  $c$  – скорость света в вакууме,  $a$  – радиус сферической рэлеевской частицы,  $n_1$  и  $n_2$  – показатели преломления частицы и среды. Рассчитывая продольную компоненту вектора Пойнтинга  $S_z$  и градиент интенсивности  $\nabla |\mathbf{E}|^2$  вблизи фокуса поляризационного вихря по формулам (16), (17) и затем рассчитывая рассеивающую и градиентную силы для частицы

с радиусом  $a = 10$  нм ( $\lambda = 532$  нм) и показателем преломления  $n_1 = 1,5$  ( $n_2 = 1$ ) по формулам (19) и (20), получим зависимости сил от продольной координаты (частица смещается вдоль оптической оси  $z$ ), показанные на рис. 6а. Мощность исходного пучка – 100 мВт. Числовая апертура при фокусировке  $NA = 0,95$ . Из рис. 6а видно, что сила рассеяния больше градиентной силы и направлена против оси  $z$  (то есть продольная проекция вектора силы отрицательная). Под действием этой силы частица будет двигаться в отрицательном направлении вдоль оси  $z$ . Для сравнения на рис. 6б показаны сила рассеяния и градиентная сила, действующие на ту же наночастицу, но помещённую в острый фокус плоской волны с линейной поляризацией (при прочих равных условиях). Видно, что частица под действием силы двинется в положительном направлении оси  $z$ . Заметим, что величина силы (в пиконьютонах) на рис. 6б по порядку величины совпадает с силой, действующей на аналогичную наночастицу в фокусе Гауссова пучка, рассмотренную в работе [34].

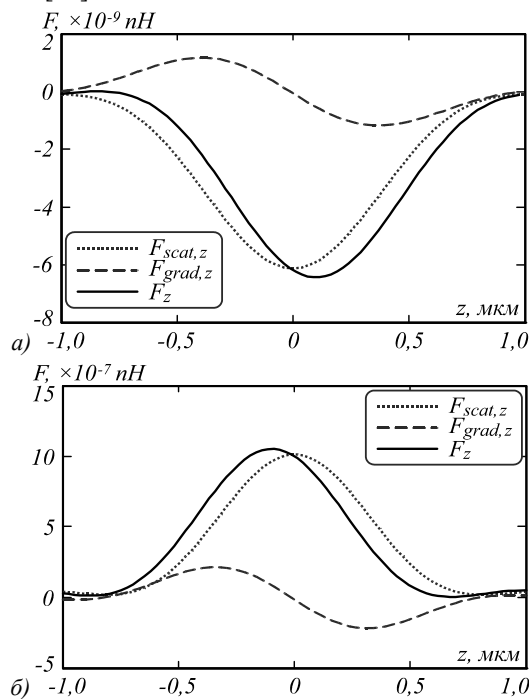


Рис. 6. Продольные проекции силы рассеяния (пунктирная линия), градиентной силы (разрывная линия) и суммарной силы (сплошная линия) вдоль оптической оси ( $r=0$ ) для частицы радиусом 10 нм с показателем преломления 1,5, помещённой на оптическую ось вблизи фокуса поляризационного вихря (рис. 4б) (а) и в фокусе плоской волны с линейной поляризацией (б)

**Заключение**

В работе теоретически показано, что в интерференционной картине четырёх плоских волн со специально подобранными направлениями векторов линейной поляризации формируется обратный поток энергии. Области прямого и обратного потока перемежаются в шахматном порядке в сечении интерференционной картины. Величина обратного потока

прямо зависит от угла схождения плоских волн (от угла между волновым вектором и оптической осью) и максимальна при угле схождения, близком к  $90^\circ$ . Правые тройки векторов четырёх плоских волн  $\mathbf{k}$  ( $k_z > 0$ ),  $\mathbf{E}$ ,  $\mathbf{H}$  (волновой вектор и вектора напряжённости электрического и магнитного полей) при сложении в некоторых областях интерференционной картины формируют электромагнитное поле, описываемое левой тройкой векторов  $\mathbf{k}$  ( $k_z < 0$ ),  $\mathbf{E}$ ,  $\mathbf{H}$ . В этих областях свет распространяется в обратном направлении. Аналогичное объяснение механизма формирования обратного потока можно применить и к случаю острой фокусировки поляризационного вихря второго порядка (рис. 5б). Также показано, что если в область обратного потока поместить сферическую диэлектрическую рэлеевскую наночастицу, то на неё будет действовать сила, направленная в обратном направлении (при этом рассеивающая сила будет больше градиентной).

### Благодарности

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (грант 17-19-01186) в части «Сила, действующая на наночастицу в обратном потоке», Российского фонда фундаментальных исследований (грант 18-29-20003) в части «Формирование обратного потока на оптической оси в фокусе поляризационного вихря» и Министерства науки и высшего образования РФ в рамках выполнения работ по Государственному заданию ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН (соглашение 007-ГЗ/Ч3363/26) в части «Интерференция четырёх плоских волн с линейной поляризацией».

### Литература

1. **Nye, J.F.** Dislocations in wave trains / J.F. Nye, M.V. Berry // *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*. – 1974. – Vol. 336, Issue 1605. – P. 165-190.
2. **Soskin, M.** Singular optics / M. Soskin, M. Vasnetsov. – In: *Progress in optics* / ed. by E. Wolf. – Elsevier, 2001. – P. 219-276.
3. **Swartzlander Jr, G.A.** The optical vortex coronagraph / G.A. Swartzlander Jr. // *Journal of Optics A: Pure and Applied Optics*. – 2009. – Vol. 11, Issue 9. – 094022.
4. **Gahagan, K.T.** Optical vortex trapping of particles / K.T. Gahagan, G.A. Swartzlander // *Optics Letters*. – 1996. – Vol. 21, Issue 11. – P. 827-829.
5. **Gecevičius, M.** Single beam optical vortex tweezers with tunable orbital angular momentum / M. Gecevičius, R. Drevinskas, M. Beresna, P.G. Kazansky // *Applied Physics Letters*. – 2014. – Vol. 104, Issue 23. – 231110.
6. **Simpson, N.B.** Mechanical equivalence of spin and orbital angular momentum of light: an optical spanner / N.B. Simpson, K. Dholakia, L. Allen, M.J. Padgett // *Optics Letters*. – 1997. – Vol. 22, Issue 1. – P. 52-54.
7. **Volke-Sepulveda, K.** Orbital angular momentum of a high-order Bessel light beam / K. Volke-Sepulveda, V. Garcés-Chávez, S. Chávez-Cerda, J. Arlt, K. Dholakia // *Journal of Optics B: Quantum and Semiclassical Optics*. – 2002. – Vol. 4, Issue 2. – P. S82-S89.
8. **Thidé, B.** Utilization of photon orbital angular momentum in the low-frequency radio domain / B. Thidé, H. Then, J. Sjöholm, K. Palmer, J. Bergman, T.D. Carozzi, Y.N. Istomin, N.H. Ibragimov, R. Khamitova // *Physical Review Letters*. – 2007. – Vol. 99, Issue 8. – 087701.
9. **Bandyopadhyay, A.** Wigner distribution of elliptical quantum optical vortex / A. Bandyopadhyay, R.P. Singh // *Optics Communications*. – 2011. – Vol. 284, Issue 1. – P. 256-261.
10. **Bandyopadhyay, A.** Entanglement of a quantum optical elliptic vortex / A. Bandyopadhyay, S. Prabhakar, R.P. Singh // *Physics Letters A*. – 2011. – Vol. 375, Issue 19. – P. 1926-1929.
11. **McMorran, B.J.** Electron vortex beams with high quanta of orbital angular momentum / B.J. McMorran, A. Agrawal, I.M. Anderson, A.A. Herzing, H.J. Lezec, J.J. McClelland, J. Unguris // *Science*. – 2011. – Vol. 331, Issue 6014. – P. 192-195.
12. **Kotlyar, V.V.** Energy density and energy flux in the focus of an optical vortex: reverse flux of light energy / V.V. Kotlyar, A.A. Kovalev, A.G. Nalimov // *Optics Letters*. – 2018. – Vol. 43, Issue 12. – P. 2921-2924. – DOI: 10.1364/OL.43.002921.
13. **Kotlyar, V.V.** Helical reverse flux of light of a focused optical vortex / V.V. Kotlyar, A.G. Nalimov, A.A. Kovalev // *Journal of Optics*. – 2018. – Vol. 20, Issue 9. – 095603. – DOI: 10.1088/2040-8986/aad606.
14. **Kotlyar, V.V.** Energy backflow in the focus of an optical vortex / V.V. Kotlyar, A.G. Nalimov, S.S. Stafееv // *Laser Physics*. – 2018. – Vol. 28, Issue 12. – 126203. – DOI: 10.1088/1555-6611/aae02f.
15. **Kotlyar, V.V.** Sharp focusing of vector optical vortices using a metalens / V.V. Kotlyar, A.G. Nalimov // *Journal of Optics*. – 2018. – Vol. 20, Issue 7. – 075101. – DOI: 10.1088/2040-8986/aac4b3.
16. **Richards, B.** Electromagnetic diffraction in optical systems. II. Structure of the image field in an aplanatic system / B. Richards, E. Wolf // *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*. – 1959. – Vol. 253, Issue 1274. – P. 358-379.
17. **Katsenelenbaum, B.Z.** What is the direction of the Poynting vector? / B.Z. Katsenelenbaum // *Journal of Communications Technology and Electronics*. – 1997. – Vol. 42, Issue 2. – P. 119-120.
18. **Karman, G.P.** Creation and annihilation of phase singularities in a focal field / G.P. Karman, M.W. Beijersbergen, A. van Duijl, J.P. Woerdman // *Optics Letters*. – 1997. – Vol. 22, Issue 9. – P. 1503-1505.
19. **Berry, M.V.** Wave dislocation reactions in non-paraxial Gaussian beams / M.V. Berry // *Journal of Modern Optics*. – 1998. – Vol. 45, Issue 9. – P. 1845-1858.
20. **Volyar, A.V.** Nonparaxial Gaussian beams: I. Vector fields / A.V. Volyar // *Technical Physics Letters*. – 2000. – Vol. 26, Issue 7. – P. 573-575.
21. **Volyar, A.V.** The structure of a nonparaxial Gaussian beam near the focus: II. Optical vortices / A.V. Volyar, V.G. Shvedov, T.A. Fadeeva // *Optics and Spectroscopy*. – 2001. – Vol. 90, Issue 1. – P. 93-100.
22. **Vasnetsov, M.V.** Wave front motion in the vicinity of a phase dislocation: optical vortex / M.V. Vasnetsov, V.N. Gorshkov, I.G. Marienko, M.S. Soskin // *Optics and Spectroscopy*. – 2000. – Vol. 88, Issue 2. – P. 260-265.
23. **Novitsky, A.V.** Negative propagation of vector Bessel beams / A.V. Novitsky, D.V. Novitsky // *Journal of the Optical Society of America A*. – 2007. – Vol. 24, Issue 9. – P. 2844-2849.
24. **Sukhov, S.** On the concept of “tractor beams” / S. Sukhov, A. Dogariu // *Optics Letters*. – 2010. – Vol. 35, Issue 22. – P. 3847-3849.

25. **Qiu, C.W.** Engineering light-matter interaction for emerging optical manipulation applications / C.W. Qiu, D. Palima, A. Novitsky, D. Gao, W. Ding, S.V. Zhukovsky, J. Gluckstad // *Nanophotonics*. – 2014. – Vol. 3, Issue 3. – P. 181-201.
26. **Mitri, F.G.** Reverse propagation and negative angular momentum density flux of an optical nondiffracting nonparaxial fractional Bessel vortex beam of progressive waves / F.G. Mitri // *Journal of the Optical Society of America A*. – 2016. – Vol. 33, Issue 9. – P. 1661-1667.
27. **Salem, M.A.** Energy flow characteristics of vector X-waves / M.A. Salem, H. Bağcı // *Optics Express*. – 2011. – Vol. 19, Issue 9. – P. 8526-8532.
28. **Vaveliuk, P.** Negative propagation effect in nonparaxial Airy beams / P. Vaveliuk, O. Martinez-Matos // *Optics Express*. – 2012. – Vol. 20, Issue 24. – P. 26913-26921.
29. **Rondón-Ojeda, I.** Properties of the Poynting vector for invariant beams: Negative propagation in Weber beams / I. Rondón-Ojeda, F. Soto-Eguibar // *Wave Motion*. – 2018. – Vol. 78. – P. 176-184.
30. **Berry, M.V.** Quantum backflow, negative kinetic energy, and optical retro-propagation / M.V. Berry // *Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical*. – 2010. – Vol. 43, Issue 41. – P. 415302.
31. **Irvine, W.T.M.** Linked and knotted beams of light / W.T.M. Irvine, D. Bouwmeester // *Nature Physics*. – 2008. – Vol. 4, Issue 9. – P. 716-720.
32. **Sugic, D.** Singular knot bundle in light / D. Sugic, M.R. Dennis // *Journal of the Optical Society of America A*. – 2018. – Vol. 35, Issue 12. – P. 1987-1999.
33. **Larocque, H.** Reconstructing the topology of optical polarization knots / H. Larocque, D. Sugic, D. Mortimer, A.J. Taylor, R. Fickler, R.W. Boyd, M.R. Dennis, E. Karimi // *Nature Physics*. – 2018. – Vol. 14, Issue 11. – P. 1079-1082.
34. **Harada, Y.** Radiation forces on a dielectric sphere in the Rayleigh scattering regime / Y. Harada, T. Asakura // *Optics Communications*. – 1996. – Vol. 124, Issue 5-6. – P. 529-541.

### Сведения об авторах

**Котляр Виктор Викторович**, 1957 года рождения, доктор физико-математических наук, профессор, заведующий лабораторией лазерных измерений ИСОИ РАН – филиала ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН и по совместительству профессор кафедры технической кибернетики Самарского университета. В 1979 году окончил физический факультет Куйбышевского государственного университета, в 1988 году защитил кандидатскую диссертацию в Саратовском государственном университете, а в 1992 году – докторскую диссертацию в Центральном конструкторском бюро Уникального приборостроения РАН (г. Москва). Область научных интересов: нанофотоника, дифракционная компьютерная оптика. Публикации: 300 научных трудов, 5 монографий, 7 авторских свидетельств. E-mail: [kotlyar@smr.ru](mailto:kotlyar@smr.ru).

**Стафеев Сергей Сергеевич**, 1985 года рождения. В 2009 году окончил Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва – СГАУ по специальности «Прикладная математика и физика». Кандидат физико-математических наук с 2012 года. Научный сотрудник лаборатории лазерных измерений Института систем обработки изображений РАН – филиала ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН. Область научных интересов: дифракционная оптика, разностное решение уравнений Максвелла, оптика ближнего поля. E-mail: [sergey.stafeev@gmail.com](mailto:sergey.stafeev@gmail.com). ORCID: 0000-0002-7008-8007.

**Налимов Антон Геннадьевич**, 1980 года рождения, окончил Самарский государственный аэрокосмический университет в феврале 2003 года по специальности «Физика». Поступил в очную аспирантуру СГАУ по специальности 05.13.18 «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ» в 2003 году, окончил её по специальности 01.04.05 «Оптика» в 2006 году. Работает на кафедре технической кибернетики в Самарском университете в должности доцента, в ИСОИ РАН – филиале ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН в должности научного сотрудника. Кандидат физико-математических наук, соавтор 130 работ и 3 патентов. E-mail: [anton@smr.ru](mailto:anton@smr.ru).

**Ковалёв Алексей Андреевич**, 1979 года рождения, в 2002 году окончил Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва (ныне Самарский университет) по специальности «Прикладная математика». Доктор физико-математических наук (2012 год), работает старшим научным сотрудником лаборатории лазерных измерений ИСОИ РАН – филиала ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН. В списке научных работ более 150 статей. Область научных интересов: математическая теория дифракции, фотонно-кристаллические устройства. E-mail: [alanko@smr.ru](mailto:alanko@smr.ru).

ГРНТИ: 29.31.01

Поступила в редакцию 8 февраля 2019 г. Окончательный вариант – 8 августа 2019 г.

## Formation of the reverse flow of energy in a sharp focus

V.V. Kotlyar<sup>1,2</sup>, S.S. Stafeev<sup>1,2</sup>, A.G. Nalimov<sup>1,2</sup>, A.A. Kovalev<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>IPSI RAS – Branch of the FSRC “Crystallography and Photonics” RAS,  
443001, Samara, Russia, Molodogvardeyskaya 151,

<sup>2</sup>Samara National Research University, 443086, Samara, Russia, Moskovskoye Shosse 34

**Abstract**

It was theoretically shown that in the interference pattern of four plane waves with specially selected directions of linear polarization it is formed a reverse flow of energy. The areas of direct and reverse flow alternate in a staggered order in the cross section of the interference pattern. The absolute value of the reverse flow directly depends on the angle of convergence of the plane waves (on the angle between the wave vector and the optical axis) and reach the maximum at an angle of convergence close to 90 degrees. The right-handed triples of the vectors of four plane waves (the wave vector with positive values of projection to optical axis and the vector of electric and magnetic fields) when added in certain areas of the interference pattern form an electromagnetic field described by the left-handed triple of vectors; however, the projection of wave vector to optical axis has negative values. In these areas, the light propagates in the opposite direction. A similar explanation of the mechanism of the formation of a reverse flow can be applied to the case of a sharp focusing of a laser beam with a second-order polarization singularity. It is also shown that if a spherical dielectric Rayleigh nanoparticle is placed in the backflow region, then a force directed in the opposite direction will act on it (the scattering force will be more than the gradient force).

**Keywords:** energy reverse flow, interference of plane waves, Richards-Wolf formulae, tight focusing, cylindrical vector beam.

**Citation:** Kotlyar VV, Stafeev SS, Nalimov AG, Kovalev AA. Formation of the reverse flow of energy in a sharp focus. *Computer Optics* 2019; 43(5): 714-722. DOI: 10.18287/2412-6179-2019-43-5-714-722.

**Acknowledgements:** This work was supported by the Russian Science Foundation (Project No. 17-19-01186) in part of «Force acting on a nanoparticle in reverseflow», by the Russian Foundation of Basic Research (Project No. 18-29-20003) in part of «Formation of the energy backflow on the optical axis of the focal spot of polarization vortex», and by the Ministry of Science and Higher Education within the State assignment FSRC «Crystallography and Photonics» RAS under Agreement 007-Г3/Ч3363/26 in part of «The interference of four plane waves with linear polarization».

**References**

- [1] Nye JF, Berry MV. Dislocations in wave trains. *Proc R Soc A: Math Phys Eng Sci* 1974; 336(1605): 165-190.
- [2] Soskin M, Vasnetsov M. Singular optics. In Book: Wolf E, ed. *Progress in Optics*. Elsevier; 2001: 219-276.
- [3] Swartzlander Jr GA. The optical vortex coronagraph. *J Opt A: Pure Appl Opt* 2009; 11(9): 094022.
- [4] Gahagan KT, Swartzlander GA. Optical vortex trapping of particles. *Opt Lett* 1996; 21(11): 827-829.
- [5] Gecevičius M, Drevinskas R, Beresna M, Kazansky PG. Single beam optical vortex tweezers with tunable orbital angular momentum. *Appl Phys Lett* 2014; 104(23): 231110.
- [6] Simpson NB, Dholakia K, Allen L, Padgett MJ. Mechanical equivalence of spin and orbital angular momentum of light: an optical spanner. *Opt Lett* 1997; 22(1): 52-54.
- [7] Volke-Sepulveda K, Garcés-Chávez V, Chávez-Cerda S, Arlt J, Dholakia K. Orbital angular momentum of a high-order Bessel light beam. *J Opt B: Quantum Semiclassical Opt* 2002; 4(2): S82-S89.
- [8] Thidé B, Then H, Sjöholm J, Palmer K, Bergman J, Carozzi TD, Istomin YN, Ibragimov NH, Khamitova R. Utilization of photon orbital angular momentum in the low-frequency radio domain. *Phys Rev Lett* 2007; 99(8): 087701.
- [9] Bandyopadhyay A, Singh RP. Wigner distribution of elliptical quantum optical vortex. *Opt Commun* 2011; 284(1): 256-261.
- [10] Bandyopadhyay A, Prabhakar S, Singh RP. Entanglement of a quantum optical elliptic vortex. *Phys Lett A* 2011; 375(19): 1926-1929.
- [11] McMorran BJ, Agrawal A, Anderson IM, Herzing AA, Lezec HJ, McClelland JJ, Unguris J. Electron vortex beams with high quanta of orbital angular momentum. *Science* 2011; 331(6014): 192-195.
- [12] Kotlyar V, Kovalev A, Nalimov A. Energy density and energy flux in the focus of an optical vortex: reverse flux of light energy. *Opt Lett* 2018; 43(12): 2921-2924. DOI: 10.1364/OL.43.002921.
- [13] Kotlyar VV, Nalimov AG, Kovalev AA. Helical reverse flux of light of a focused optical vortex. *J Opt* 2018; 20(9): 095603. DOI: 10.1088/2040-8986/aad606.
- [14] Kotlyar VV, Nalimov AG, Stafeev SS. Energy backflow in the focus of an optical vortex. *Laser Phys* 2018; 28(12): 126203. DOI: 10.1088/1555-6611/aae02f.
- [15] Kotlyar VV, Nalimov AG. Sharp focusing of vector optical vortices using a metalens. *J Opt* 2018; 20(7): 075101. DOI: 10.1088/2040-8986/aac4b3.
- [16] Richards B, Wolf E. Electromagnetic diffraction in optical systems. II. Structure of the image field in an aplanatic system. *Proc R Soc A* 1959; 253(1274): 358-379.
- [17] Katsenelenbaum BZ. What is the direction of the Poynting vector? *J Commun Technol Electron* 1997; 42(2): 119-120.
- [18] Karman GP, Beijersbergen MW, van Duijl A, Woerdman JP. Creation and annihilation of phase singularities in a focal field. *Opt Lett* 1997; 22(9): 1503-1505.
- [19] Berry MV. Wave dislocation reactions in non-paraxial Gaussian beams. *J Mod Opt* 1998; 45(9): 1845-1858.
- [20] Volyar AV. Nonparaxial Gaussian beams: I. Vector fields. *Techn Phys Lett* 2000; 26(7): 573-575.
- [21] Volyar AV, Shvedov VG, Fadeeva TA. The structure of a nonparaxial Gaussian beam near the focus: II. Optical vortices. *Opt Spectr* 2001; 90(1): 93-100.
- [22] Vasnetsov MV, Gorshkov VN, Marienko IG, Soskin MS. Wave front motion in the vicinity of a phase dislocation: optical vortex. *Opt Spectr* 2000; 88(2): 260-265.
- [23] Novitsky AV, Novitsky DV. Negative propagation of vector Bessel beams. *J Opt Soc Am A* 2007; 24(9): 2844-2849.
- [24] Sukhov S, Dogariu A. On the concept of "tractor beams". *Opt Lett* 2010; 35(22): 3847-3849.
- [25] Qiu CW, Palima D., Novitsky A, Gao D, Ding W, Zhukovsky SV, Gluckstad J. Engineering light-matter



- interaction for emerging optical manipulation applications *Nanophotonics* 2014; 3(3): 181-201.
- [26] Mitri FG. Reverse propagation and negative angular momentum density flux of an optical non-diffracting nonparaxial fractional Bessel vortex beam of progressive waves. *J Opt Soc Am A* 2016; 33(9): 1661-1667.
- [27] Salem MA, Bağcı H. Energy flow characteristics of vector X-Waves. *Opt Express* 2011; 19(9): 8526-8532.
- [28] Vaveliuk P, Martinez-Matos O. Negative propagation effect in nonparaxial Airy beams. *Opt Express* 2012; 20(24): 26913-26921.
- [29] Rondón-Ojeda I, Soto-Eguibar F. Properties of the Poynting vector for invariant beams: negative propagation in Weber beams. *Wave Motion* 2018; 78: 176-184.
- [30] Berry MV. Quantum backflow, negative kinetic energy, and optical retro-propagation. *J Phys A: Math Theor* 2010; 43(41): 415302.
- [31] Irvine WTM, Bouwmeester D. Linked and knotted beams of light. *Nat Phys* 2008; 4(9): 716-720.
- [32] Sugic D, Dennis MR. Singular knot bundle in light. *J Opt Soc Am A* 2018; 35(12): 1987-1999.
- [33] Larocque H, Sugic D, Mortimer D, Taylor AJ, Fickler R, Boyd RW, Dennis MR, Karimi E. Reconstructing the topology of optical polarization knots. *Nat Phys* 2018; 14(11): 1079-1082.
- [34] Harada Y, Asakura T. Radiation forces on a dielectric sphere in the Rayleigh scattering regime. *Opt Commun* 1996; 124(5-6): 529-541.

#### Author's information

**Victor Victorovich Kotlyar** is a head of Laboratory at the Image Processing Systems Institute (Samara) of the Russian Academy of Sciences – Branch of the FSRC “Crystallography and Photonics” RAS and professor of Computer Science department at Samara National Research University. He received his MS, PhD and DrSc degrees in Physics and Mathematics from Samara State University (1979), Saratov State University (1988) and Moscow Central Design Institute of Unique Instrumentation, the Russian Academy of Sciences (1992). He is SPIE- and OSA-member. He is coauthor of 300 scientific papers, 5 books and 7 inventions. His current interests are diffractive optics, gradient optics, nanophotonics, and optical vortices. E-mail: [kotlyar@smr.ru](mailto:kotlyar@smr.ru).

**Sergey S. Stafeev** (b. 1985) received Master's degree in Applied Mathematics and Physics in Samara State Aerospace University (2009). He received his PhD in 2012. He is researcher of Laser Measurements laboratory at the Image Processing Systems Institute of RAS – Branch of the FSRC “Crystallography and Photonics” RAS. Scientific interests: diffractive optics, FDTD method, near-field optics. E-mail: [sergey.stafeev@gmail.com](mailto:sergey.stafeev@gmail.com). ORCID: 0000-0002-7008-8007.

**Anton Gennadyevich Nalimov** (b. 1980), graduated from Samara State Aerospace University in February, 2003. Entered in postgraduate study in 2003 on speciality 05.13.18 “Mathematical Modeling and Program Complexes”, finished it in 2006 with speciality 01.04.05 “Optics”. A.G. Nalimov works on Technical Cybernetics department in Samara National Research University as an associate professor, works as a scientist in the Image Processing Systems Institute of the Russian Academy of Sciences. Candidate in Physics and Mathematics, coauthor of 130 papers and 3 inventions. E-mail: [anton@smr.ru](mailto:anton@smr.ru).

**Alexey Andreevich Kovalev** (b. 1979), graduated (2002) from Samara National Research University, majoring in Applied Mathematics. He received his Doctor in Physics & Maths degree in 2012. He is a senior researcher of Laser Measurements laboratory at IPSI RAS – Branch of the FSRC “Crystallography and Photonics” RAS. He is a co-author of more than 150 scientific papers. His current research interests are mathematical diffraction theory and photonic crystal devices. E-mail: [alanko@smr.ru](mailto:alanko@smr.ru).

---

Received February 8, 2019. The final version – August 8, 2019.

---