

## Минимальный размер фокусного пятна при фокусировке света круговой поляризации

С.С. Стафеев<sup>1,2</sup>, В.Д. Зайцев<sup>1,2</sup>, В.В. Котляр<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> ИСОИ РАН – филиал ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН, 443001, Россия, г. Самара, ул. Молодогвардейская, д. 151;

<sup>2</sup> Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва, 443086, Россия, г. Самара, Московское шоссе, д. 34

### Аннотация

В данной работе с помощью формализма Ричардса–Вольфа рассмотрена фокусировка света с круговой поляризацией плоскими дифракционными линзами. Было показано, что при увеличении числовой апертуры линзы размер фокусного пятна сначала уменьшается, а потом начинает расти. Минимальное фокусное пятно наблюдается при  $NA = 0,96$  ( $FWHM = 0,55\lambda$ ). При дальнейшем увеличении числовой апертуры линзы рост продольной составляющей приводит к увеличению размера фокусного пятна. При замене плоской дифракционной линзы на апланатический объектив размер фокусного пятна монотонно уменьшается при увеличении числовой апертуры линзы. Также показано, что в остром фокусе наблюдается конверсия поляризации – возникают области, в которых направление вращения круговой поляризации противоположно направлению вращения поляризации в исходном пучке.

**Ключевые слова:** острая фокусировка, формулы Ричардса–Вольфа, конверсия поляризации, фокус с плоской вершиной.

**Цитирование:** Стафеев, С.С. Минимальный размер фокусного пятна при фокусировке света круговой поляризации / С.С. Стафеев, В.Д. Зайцев, В.В. Котляр // Компьютерная оптика. – 2023. – Т. 47, № 3. – С. 361–366. – DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1247.

**Citation:** Stafeev SS, Zaitsev VD, Kotlyar VV. Minimal focal spot obtained by focusing circularly polarized light. Computer Optics 2023; 47(3): 361–366. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1247.

### Введение

Острая фокусировка привлекает внимание исследователей благодаря различным эффектам, которые не проявляются (или же проявляются слабо) при фокусировке света линзами с малыми числовыми апертурами. Например, в фокусе можно наблюдать сложные картины поперечных потоков энергии [1–4], конверсию поляризации [5–8], а при рассмотрении интенсивности в фокусе можно наблюдать фокусные пятна различной формы [9–11], в частности пятна с плоской вершиной (англ. flat-top focus) [12–14]. В таких фокусных пятнах форма пятна приближается к супер-Гауссову распределению, которое характеризуется более резким спадом интенсивности на краях пучка [15–18] по сравнению с Гауссовым пучком. Пучки с плоской вершиной необходимы в литографии [19, 20] или оптической передаче данных через атмосферу [21], известны их исследования по распространению в плазме [15] и по острой фокусировке кольцевыми решетками переменной высоты [16, 18].

В данной работе с помощью формализма Ричардса–Вольфа рассмотрена фокусировка света с круговой поляризацией плоскими дифракционными линзами. Было показано, что при увеличении числовой апертуры линзы размер фокусного пятна сначала уменьшается, а потом начинает расти. Ми-

нимальное фокусное пятно наблюдается при  $NA = 0,96$  ( $FWHM = 0,55\lambda$ ). При дальнейшем увеличении числовой апертуры линзы рост продольной составляющей приводит к увеличению размера фокусного пятна. При замене плоской дифракционной линзы на апланатический объектив размер фокусного пятна монотонно уменьшается при увеличении числовой апертуры линзы.

### 1. Теория

Поле вблизи острого фокуса может быть описано с помощью интеграла Ричардса–Вольфа [5]:

$$\mathbf{U}(\rho, \psi, z) = -\frac{if}{\lambda} \int_0^{\theta_0} \int_0^{2\pi} B(\theta, \varphi) T(\theta) \mathbf{P}(\theta, \varphi) \times \exp\{ik[\rho \sin \theta \cos(\varphi - \psi) + z \cos \theta]\} \sin \theta d\theta d\varphi, \quad (1)$$

где  $\mathbf{U}(\rho, \psi, z)$  – напряжённость электрического или магнитного поля,  $B(\theta, \varphi)$  – амплитуда электрического или магнитного поля в выходном зрачке широкоапертурной оптической системы ( $\theta$  – полярный угол,  $\varphi$  – азимутальный),  $T(\theta)$  – функция аподизации линзы,  $f$  – фокусное расстояние,  $k = 2\pi/\lambda$  – волновое число,  $\lambda$  – длина волны (в моделировании считалась равной 532 нм),  $\theta_0$  – максимальный полярный угол, определяемый числовой апертурой линзы ( $NA = \sin \theta_0$ ),  $\mathbf{P}(\theta, \varphi)$  – вектор поляризации, для напряжённости электрического и магнитного полей имеющий вид:

$$\mathbf{P}(\theta, \varphi) = \begin{bmatrix} 1 + \cos^2 \varphi (\cos \theta - 1) \\ \sin \varphi \cos \varphi (\cos \theta - 1) \\ -\sin \theta \cos \varphi \end{bmatrix} a(\theta, \varphi) + \begin{bmatrix} \sin \varphi \cos \varphi (\cos \theta - 1) \\ 1 + \sin^2 \varphi (\cos \theta - 1) \\ -\sin \theta \sin \varphi \end{bmatrix} b(\theta, \varphi), \quad (2)$$

где  $a(\theta, \varphi)$  и  $b(\theta, \varphi)$  – функции, описывающие состояние поляризации  $x$ - и  $y$ -компонент напряженностей фокусируемого пучка.

Так как интенсивность и осевой поток энергии для света с левой и правой круговой поляризацией одинаковы, то будем рассматривать только одну правую поляризацию, вектор Джонса для которой имеет вид:

$$\mathbf{E}_R = \begin{pmatrix} a(\theta, \varphi) \\ b(\theta, \varphi) \end{pmatrix} = \frac{A(\theta)}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix}, \quad (3)$$

где  $A(\theta)$  – начальная амплитуда поля, зависящая только от полярного угла.

Проекции вектора напряженности электрического поля вблизи фокуса для начального поля (3) имеют вид [22]:

$$\begin{aligned} E_{x,R} &= \frac{-i}{\sqrt{2}} (I_{0,0} + e^{2i\varphi} I_{2,2}), \\ E_{y,R} &= \frac{1}{\sqrt{2}} (I_{0,0} - e^{2i\varphi} I_{2,2}), \\ E_{z,R} &= -\sqrt{2} e^{i\varphi} I_{1,1}, \end{aligned} \quad (4)$$

где

$$I_{\nu,\mu} = \left( \frac{4\pi f}{\lambda} \right)^{\theta_0} \int_0^{\theta_0} \sin^{\nu+1} \left( \frac{\theta}{2} \right) \cos^{3-\nu} \left( \frac{\theta}{2} \right) \times T(\theta) A(\theta) e^{ikz \cos \theta} J_{\mu}(x) d\theta, \quad (5)$$

где,  $x = krs \sin \theta$ ,  $J_{\mu}(x)$  – функция Бесселя первого рода.

Из уравнений (4) видно, что отдельные поперечные составляющие интенсивности ненулевые на оси и несимметричны относительно азимутального угла  $\varphi$ , в то время как продольная составляющая интенсивности имеет вид симметричного кольца с нулем при  $r = 0$ .

Начальная функция амплитуды  $A(\theta)$  (предположим, что это действительная функция) может быть константой (плоская волна) или в виде Гауссова пучка

$$A(\theta) = \exp \left( \frac{-\gamma^2 \sin^2 \theta}{\sin^2 \theta_0} \right), \quad (6)$$

где  $\gamma$  – постоянная.

Из (4) можно получить распределение интенсивности в фокусе для начального поля (3):

$$I_R(r, z = 0) = I_{0,0}^2 + I_{2,2}^2 + 2I_{1,1}^2. \quad (7)$$

Из (7) видно, что фокусное пятно для света с круговой поляризацией (3) имеет круглую форму, так как распределение интенсивности (7) зависит только от радиальной переменной  $r$ .

Ранее в работе [14] рассматривалась фокусировка света радиальной поляризации и демонстрировалось получение фокуса с плоской вершиной за счет перераспределения энергии между поперечной и продольной компонентами. Из уравнения (7) видно, что такой же подход может быть применен и для круговой поляризации.

Рассмотрим также поведение поляризации в окрестности острого фокуса для этого случая. Ранее в работе [23] мы показали, что при острой фокусировке света линейной поляризации при отдалении от плоскости фокуса возникают области, в которых поляризация становится эллиптической. Непосредственно в плоскости фокуса при  $z = 0$  поляризация остается линейной. Состояние поляризации можно охарактеризовать вектором Стокса или спиновым угловым моментом. Наличие круговой поляризации в поперечном сечении пучка показывает третья компонента вектора Стокса  $s_3$  или продольная компонента  $SAM_z$  спинового углового момента (СУМ), они равны друг другу и равны:

$$SAM_z = s_3 = 2 \operatorname{Im}(E_x^* E_y). \quad (8)$$

С помощью формул (4) можно показать, что непосредственно в фокусе:

$$SAM_z = I_{0,0}^2 - I_{2,2}^2. \quad (9)$$

Из уравнения (9) видно, что есть области, где продольная компонента спинового углового момента меняет знак. Вблизи оптической оси  $SAM_z$  положительная, так как  $I_{0,0}^2 > I_{2,2}^2$ . А на окружности некоторого радиуса, когда выполняется условие  $I_{0,0}^2 < I_{2,2}^2$ , продольная компонента вектора плотности спина  $SAM_z$  становится отрицательной. Таким образом, в плоскости фокуса должна наблюдаться смена направления вращения круговой поляризации: вблизи оптической оси остается начальная правая круговая поляризация (3), а на некотором удалении от оптической оси появляется световое кольцо с левой круговой поляризацией. Этот эффект можно назвать радиальным спиновым эффектом Холла, так как свет с разным знаком спина, в фокусе имеет место на разных световых кольцах с одним центром на оптической оси.

Отметим также, что на некотором расстоянии от плоскости фокуса можно считать, что  $\exp(ikz \cos \theta) \approx 1 + ikz \cos \theta$ , тогда уравнение (5) можно представить в виде

$$I_{\nu,\mu} = Ir_{\nu,\mu} + ikz Ii_{\nu,\mu}, \quad (10)$$

где

$$Ir_{\nu,\mu} = \left( \frac{4\pi f}{\lambda} \right)^{\theta_0} \int_0^{\theta_0} \sin^{\nu+1} \left( \frac{\theta}{2} \right) \cos^{3-\nu} \left( \frac{\theta}{2} \right) \times T(\theta) A(\theta) J_{\mu}(x) d\theta, \quad (11)$$

$$I_{i_{v,\mu}} = \left(\frac{4\pi f}{\lambda}\right)^2 \int_0^{\theta_0} \sin^{v+1}\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos^{3-v}\left(\frac{\theta}{2}\right) \times T(\theta)A(\theta) \cos \theta J_{\mu}(x) dx \quad (12)$$

Тогда, вместо (9), можно записать:

$$SAM_z = (I_{r_{0,0}}^2 - I_{r_{2,2}}^2) + (kz)^2 (I_{i_{0,0}}^2 - I_{i_{2,2}}^2). \quad (13)$$

Из уравнения (13) видно, что в отличие от [23] до фокуса и после фокуса картина СУМ одинаковая и отличается от распределения в фокусе только тем, что первое световое кольцо с отрицательным СУМ ( $SAM_z < 0$ ) будет иметь больший радиус, чем в фокусе.

### 2. Результаты численного моделирования фокусировки света плоской дифракционной линзой

Промоделируем с помощью формулы (1) фокусировку света с круговой поляризацией (3) плоской дифракционной линзой, функция аподизации которой имеет вид  $T(\theta) = \cos^{-3/2}\theta$ . Будем считать, что фокусируется плоская волна  $A(\theta) = 1$  с длиной волны  $\lambda = 532$  нм. Ранее исследователями острой фокусировки отмечалось, что именно с помощью плоских дифракционных линз удастся получить фокусное пятно с меньшими размерами фокуса, чем при фокусировке апланатическим объективом [24].

На рис. 1 показано изменение диаметра фокусного пятна по полуспаду интенсивности при увеличении числовой апертуры линзы.

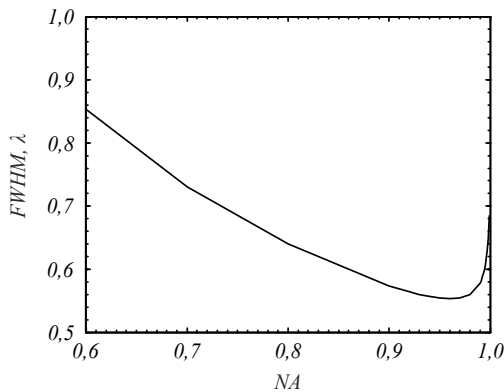


Рис. 1. Зависимость диаметра фокусного пятна по полуспаду интенсивности от числовой апертуры линзы при фокусировке плоской волны с круговой поляризацией

Из рис. 1 видно, что при увеличении числовой апертуры линзы размер фокусного пятна сначала уменьшается, а потом начинает расти. Минимальное фокусное пятно наблюдается при  $NA = 0,96$ , диаметр пятна по полуспаду интенсивности составил  $FWHM = 0,55\lambda$ .

Рост размера фокусного пятна объясняется перераспределением энергии между поперечной и продольной составляющими интенсивности таким образом, что продольная составляющая, имеющая вид кольца, увеличивается, уширяя пятно. На рис. 2 – 4 для наглядности показано распределение интенсивности и отдельных ее составляющих для числовых апертур, равных 0,8 (рис. 2), 0,96 (минимальный размер пятна, рис. 3) и 0,999 (рис. 4).

ности и отдельных ее составляющих для числовых апертур, равных 0,8 (рис. 2), 0,96 (минимальный размер пятна, рис. 3) и 0,999 (рис. 4).

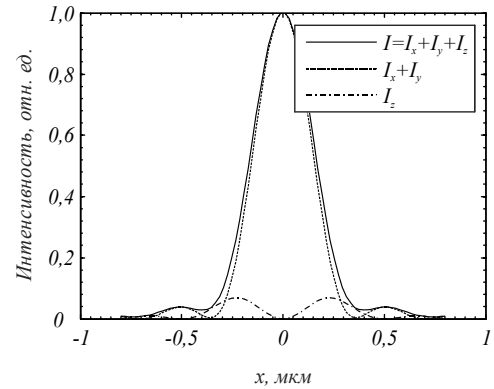


Рис. 2. Распределение в фокусе интенсивности и отдельных составляющих интенсивности при фокусировке плоской дифракционной линзой с  $NA = 0,8$

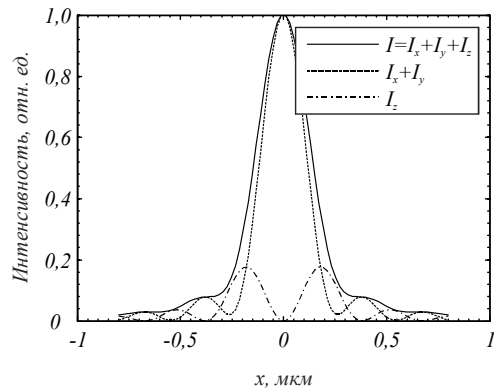


Рис. 3. Распределение в фокусе интенсивности и отдельных составляющих интенсивности при фокусировке плоской дифракционной линзой с  $NA = 0,96$  (соответствует минимальному фокусному пятну с диаметром  $FWHM = 0,55\lambda$ )

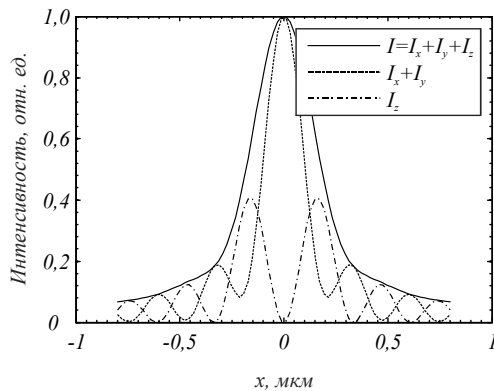


Рис. 4. Распределение в фокусе интенсивности и отдельных составляющих интенсивности при фокусировке плоской дифракционной линзой с  $NA = 0,999$

### 3. Результаты численного моделирования фокусировки света апланатическим объективом

Заменим далее плоскую дифракционную линзу апланатическим объективом, функция аподизации

которого имеет вид  $T(\theta) = \cos^{1/2}\theta$ . На рис. 5 показано изменение диаметра фокусного пятна по полуспаду интенсивности при увеличении числовой апертуры объектива.

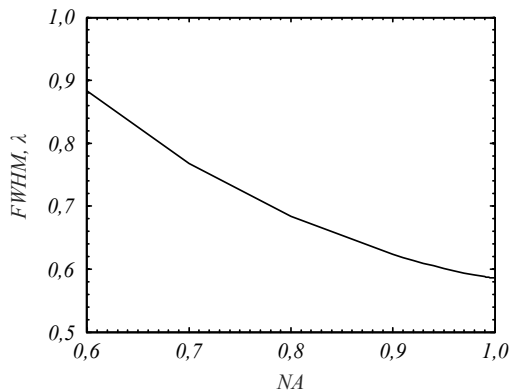


Рис. 5. Зависимость диаметра фокусного пятна по полуспаду интенсивности от числовой апертуры линзы при фокусировке плоской волны с круговой поляризацией

Рис. 5 показывает, что у апланатического объектива в отличие от плоской дифракционной линзы не наблюдается точки перегиба, и размер фокусного пятна монотонно уменьшается при увеличении числовой апертуры линзы.

Для примера на рис. 6 показано распределение интенсивности и отдельных ее составляющих в фокусе при фокусировке апланатическим объективом с  $NA = 0,95$ . Размер фокусного пятна в этом случае составляет  $FWHM = 0,60\lambda$  (что согласуется, например, с [25]). Из рис. 6 видно, что продольная составляющая интенсивности в данном случае мала.

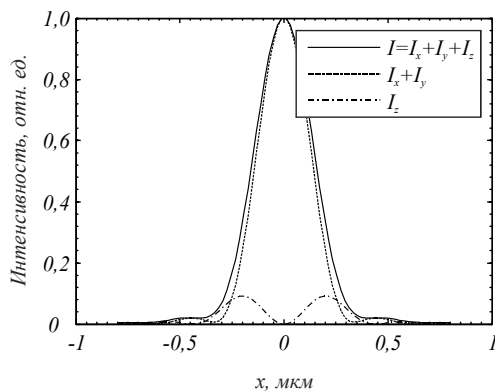


Рис. 6. Распределение в фокусе интенсивности и отдельных составляющих интенсивности при фокусировке апланатическим объективом с  $NA = 0,95$

#### 4. Поляризация в окрестности острого фокуса

Рассмотрим теперь изменение поляризации при острой фокусировке света изначально круговой поляризации. Состояние поляризации будем характеризовать третьей компонентой нормированного вектора Стокса:

$$S_3 = \frac{s_3}{s_0} = \frac{SAM_z}{s_0} = \frac{2 \operatorname{Im}(E_x^* E_y)}{E_x E_x^* + E_y E_y^*}. \quad (14)$$

Напомним, что круговая поляризация соответствует  $S_3 = \pm 1$ .

На рис. 7 показано распределение третьей компоненты нормированного вектора Стокса в плоскости фокуса.

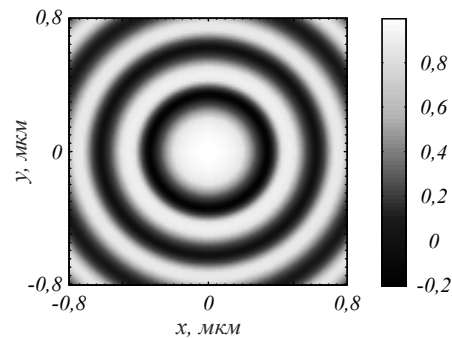


Рис. 7. Распределение третьей компоненты нормированного вектора Стокса в плоскости фокуса при фокусировке света апланатическим объективом с  $NA = 0,95$

Из рис. 7 видно, что в плоскости фокуса возникают области в виде концентрических окружностей, где направление вращения меняется на противоположное.

Рассмотрим теперь, как ведет себя поляризация при отдалении от плоскости фокуса. На рис. 8 показано распределение третьей компоненты нормированного вектора Стокса в плоскости, расположенной на расстоянии  $z = \lambda$  от плоскости фокуса.

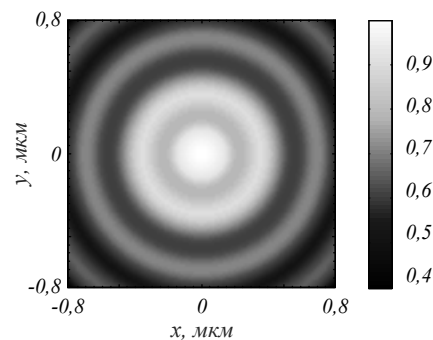


Рис. 8. Распределение третьей компоненты нормированного вектора Стокса в плоскости, расположенной на расстоянии  $z = \lambda$  от фокуса при фокусировке света апланатическим объективом с  $NA = 0,95$

Из рис. 8 видно, что на отдалении от плоскости фокуса все значения  $S_3$  становятся положительными – смены направления вращения поляризации не наблюдается.

#### 5. Фокусировка оптического вихря с круговой поляризацией

Рассмотрим далее фокусировку оптического вихря с круговой поляризацией:

$$\mathbf{E}_R = \begin{pmatrix} a(\theta, \varphi) \\ b(\theta, \varphi) \end{pmatrix} = \frac{A(\theta)e^{im\varphi}}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix}, \quad (15)$$

где  $m$  – топологический заряд вихря. При  $m = -1$  в фокусе наблюдается пиковое распределение интенсивности [26]. В данном случае распределение поперечной составляющей интенсивности имеет вид кольца, а продольной составляющей – центрального пика.

Зависимость диаметра фокусного пятна от числовой апертуры плоской дифракционной линзы приведена на рис. 9.

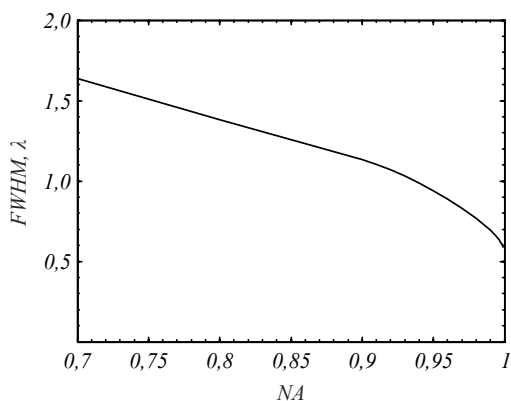


Рис. 9. Диаметр фокусного пятна по полуспаду интенсивности при фокусировке оптического вихря с круговой поляризацией при фокусировке плоской дифракционной линзой

Когда числовая апертура линзы примерно равна  $NA = 0,93$ , у формируемого фокуса наблюдается плоская вершина (рис. 10), диаметр фокусного пятна для этого случая равен  $FWHM = 1,03\lambda$ .

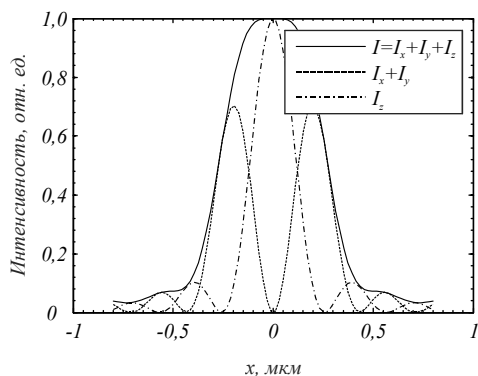


Рис. 10. Фокус с плоской вершиной при фокусировке плоской дифракционной линзой с числовой апертурой  $NA = 0,93$

Рассмотрим также поведение поляризации в фокусе. На рис. 11 показано распределение третьей компоненты нормированного вектора Стокса в фокусе плоской дифракционной линзы с  $NA = 0,95$ .

### Заключение

В данной работе с помощью формализма Ричардса–Вольфа рассмотрена фокусировка света с круговой поляризацией плоскими дифракционными линзами. Было показано, что при увеличении числовой апертуры линзы размер фокусного пятна сначала уменьшается, а потом начинает расти. Минимальное

фокусное пятно наблюдается при  $NA = 0,96$  ( $FWHM = 0,55\lambda$ ). При дальнейшем увеличении числовой апертуры дифракционной линзы рост продольной составляющей приводит к увеличению размера фокусного пятна. При замене плоской дифракционной линзы на апланатический объектив размер фокусного пятна монотонно уменьшается при увеличении числовой апертуры. Заметим, что при использовании апланатической линзы для максимального значения числовой апертуры  $NA \sim 1$  размер фокусного пятна немного больше  $FWHM = 0,59\lambda$ , чем при фокусировке дифракционной линзой ( $0,55\lambda$ ).

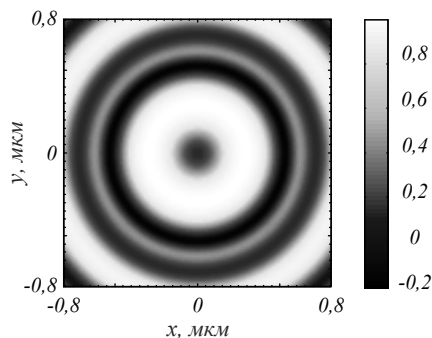


Рис. 11. Распределение третьей компоненты нормированного вектора Стокса в плоскости фокуса при фокусировке света плоской дифракционной линзой с  $NA = 0,95$

Из рис. 11 видно, что так же, как и при фокусировке света с круговой поляризацией, в фокусе наблюдаются области, в которых направление вращения поляризации меняется.

### Благодарности

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (грант 22-22-00265).

### References

- [1] Man Z, Dou X, Urbach HP. The evolutions of spin density and energy flux of strongly focused standard full Poincaré beams. *Opt Commun* 2020; 458: 124790. DOI: 10.1016/j.optcom.2019.124790.
- [2] Man Z, Bai Z, Zhang S, Li X, Li J, Ge X, Zhang Y, Fu S. Redistributing the energy flow of a tightly focused radially polarized optical field by designing phase masks. *Opt Express* 2018; 26(18): 23935. DOI: 10.1364/OE.26.023935.
- [3] Gao X-Z, Pan Y, Zhang G-L, Zhao M-D, Ren Z-C, Tu C-G, Li Y-N, Wang H-T. Redistributing the energy flow of tightly focused ellipticity-variant vector optical fields. *Photonics Res* 2017; 5(6): 640-648. DOI: 10.1364/PRJ.5.000640.
- [4] Jiao X, Liu S, Wang Q, Gan X, Li P, Zhao J. Redistributing energy flow and polarization of a focused azimuthally polarized beam with rotationally symmetric sector-shaped obstacles. *Opt Lett* 2012; 37(6): 1041-1048. DOI: 10.1364/OL.37.001041.
- [5] Richards B, Wolf E. Electromagnetic diffraction in optical systems. II. Structure of the image field in an aplanatic system. *Proc Math Phys Eng Sci* 1959; 253(1274): 358-379. DOI: 10.1098/rspa.1959.0200.

- [6] Stafeev SS, Nalimov AG, Kovalev AA, Zaitsev VD, Kotlyar VV. Circular polarization near the tight focus of linearly polarized light. *Photonics* 2022; 9(3): 196. DOI: 10.3390/photonics9030196.
- [7] Bauer T, Banzer P, Karimi E, Orlov S, Rubano A, Marrucci L, Santamato E, Boyd RW, Leuchs G. Observation of optical polarization Möbius strips. *Science* 2015; 347: 964-966. DOI: 10.1126/science.1260635.
- [8] Kotlyar VV, Stafeev SS, Kozlova ES, Nalimov AG. Spin-orbital conversion of a strongly focused light wave with high-order cylindrical-circular polarization. *Sensors* 2021; 21(19): 6424. DOI: 10.3390/s21196424.
- [9] Wang H, Shi L, Lukyanchuk B, Sheppard C, Chong CT. Creation of a needle of longitudinally polarized light in vacuum using binary optics. *Nat Photonics* 2008; 2: 501-505. DOI: 10.1038/nphoton.2008.127.
- [10] Dorn R, Quabis S, Leuchs G. Sharper focus for a radially polarized light beam. *Phys Rev Lett* 2003; 91(23): 233901. DOI: 10.1103/PhysRevLett.91.233901.
- [11] Grosjean T, Gauthier I. Longitudinally polarized electric and magnetic optical nano-needles of ultra high lengths. *Opt Commun* 2013; 294: 333-337. DOI: 10.1016/j.optcom.2012.12.032.
- [12] Wang X, Zhu B, Dong Y, Wang S, Zhu Z, Bo F, Li X. Generation of equilateral-polygon-like flat-top focus by tightly focusing radially polarized beams superposed with off-axis vortex arrays. *Opt Express* 2017; 25(22): 26844-26852. DOI: 10.1364/OE.25.026844.
- [13] Ping C, Liang C, Wang F, Cai Y. Radially polarized multi-Gaussian Schell-model beam and its tight focusing properties. *Opt Express* 2017; 25(26): 32475-32490. DOI: 10.1364/OE.25.032475.
- [14] Chen H, Tripathi S, Toussaint KC. Demonstration of flat-top focusing under radial polarization illumination. *Opt Lett* 2014; 39(4): 834-837. DOI: 10.1364/OL.39.000834.
- [15] Malik HK, Devi L. Relativistic self focusing and frequency shift of super-Gaussian laser beam in plasma. *Results in Physics* 2020; 17: 103070. DOI: 10.1016/j.rinp.2020.103070.
- [16] Savelyev DA. The investigation of the features of focusing vortex super-Gaussian beams with a variable-height diffractive axicon. *Computer Optics* 2021; 45(2): 214-221. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-862.
- [17] Ding X, Ren Y, Lu R. Shaping super-Gaussian beam through digital micro-mirror device. *Science China Physics, Mechanics & Astronomy* 2015; 58(3): 1-6. DOI: 10.1007/s11433-014-5499-9.
- [18] Savelyev DA. Peculiarities of focusing circularly and radially polarized super-Gaussian beams using ring gratings with varying relief height. *Computer Optics* 2022; 46(4): 537-546. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1131.
- [19] Kasinski JJ, Burnham RL. Near-diffraction-limited laser beam shaping with diamond-turned aspheric optics. *Opt Lett* 1997; 22(14): 1062-1064. DOI: 10.1364/ol.22.001062.
- [20] Li Y. Light beams with flat-topped profiles. *Opt Lett* 2002; 27(12): 1007-1009. DOI: 10.1364/ol.27.001007.
- [21] Eyyuboglu HT, Arpali Ç, Baykal YK. Flat topped beams and their characteristics in turbulent media. *Opt Express* 2006; 14(10): 4196-4207. DOI: 10.1364/oe.14.004196.
- [22] Kotlyar VV, Nalimov AG, Stafeev SS. Exploiting the circular polarization of light to obtain a spiral energy flow at the subwavelength focus. *J Opt Soc Am B* 2019; 36(10): 2850-2855. DOI: 10.1364/JOSAB.36.002850.
- [23] Stafeev SS, Zaitsev VD, Kotlyar VV. Circular polarization before and after the sharp focus for linearly polarized light. *Computer Optics* 2022; 46(3): 381-387. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1070.
- [24] Davidson N, Bokor N. High-numerical-aperture focusing of radially polarized doughnut beams with a parabolic mirror and a flat diffractive lens. *Opt Lett* 2004; 29(12): 1318-1320. DOI: 10.1364/ol.29.001318.
- [25] Stafeev SS, Zaicev VD. A minimal subwavelength focal spot for the energy flux. *Computer Optics* 2021; 45(5): 685-691. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-908.
- [26] Stafeev SS, Nalimov AG. Longitudinal component of the Poynting vector of a tightly focused optical vortex with circular polarization. *Computer Optics* 2018; 42(1): 190-196. DOI: 10.18287/2412-6179-2018-42-2-190-196.

#### Сведения об авторах

**Стафеев Сергей Сергеевич**, 1985 года рождения. В 2009 году окончил Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва – СГАУ по специальности «Прикладные математика и физика». Кандидат физико-математических наук с 2012 года. Научный сотрудник лаборатории лазерных измерений Института систем обработки изображений РАН – филиала ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН. Область научных интересов: дифракционная оптика, разностное решение уравнений Максвелла, оптика ближнего поля. E-mail: [sergey.stafeev@gmail.com](mailto:sergey.stafeev@gmail.com). ORCID: 0000-0002-7008-8007

**Зайцев Владислав Дмитриевич**, 1991 года рождения. В 2020 году окончил магистратуру Самарского государственного университета имени академика С.П. Королёва по специальности «Прикладные математика и физика». Аспирант Самарского национального исследовательского университета. Область научных интересов: дифракционная оптика, метод конечных элементов, диэлектрики. E-mail: [zaitsev-vlad@yandex.ru](mailto:zaitsev-vlad@yandex.ru). ORCID: 0000-0002-1243-8208

**Котляр Виктор Викторович**, 1957 года рождения, доктор физико-математических наук, профессор, заведующий лабораторией лазерных измерений ИСОИ РАН – филиала ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН и по совместительству профессор кафедры технической кибернетики Самарского университета. В 1979 году окончил физический факультет Куйбышевского государственного университета, в 1988 году защитил кандидатскую диссертацию в Саратовском государственном университете, а в 1992 году – докторскую диссертацию в Центральном конструкторском бюро Уникального приборостроения РАН (г. Москва). Область научных интересов: нанофотоника, дифракционная компьютерная оптика. Публикации: 300 научных трудов, 5 монографий, 7 авторских свидетельств. E-mail: [kotlyar@smr.ru](mailto:kotlyar@smr.ru).

ГРНТИ: 29.31.15

Поступила в редакцию 26 октября 2022 г. Окончательный вариант – 5 декабря 2022 г.

---

# Minimal focal spot obtained by focusing circularly polarized light

S.S. Stafeev<sup>1,2</sup>, V.D. Zaitsev<sup>1,2</sup>, V.V. Kotlyar<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>IPSI RAS – Branch of the FSRC “Crystallography and Photonics” RAS,  
443001, Samara, Russia, Molodogvardeyskaya 151;

<sup>2</sup>Samara National Research University, 443086, Samara, Russia, Moskovskoye Shosse 34

## Abstract

In this paper, using the Richards-Wolf equations, we analyze focusing circularly polarized light with flat diffractive lenses. It is shown that as the numerical aperture of the lens increases, the size of the focal spot first decreases and then begins to grow. The minimum focal spot is observed at  $NA=0.96$  ( $FWHM=0.55\lambda$ ). With a further increase in the numerical aperture of the lens, the growth of the longitudinal component leads to an increase in the size of the focal spot. When the flat diffractive lens is replaced by an aplanatic lens, the size of the focal spot decreases monotonically as the numerical aperture of the lens increases.

**Keywords:** tight focusing, Richards-Wolf formulas, polarization conversion, flat-top focus.

**Citation:** Stafeev SS, Zaitsev VD, Kotlyar VV. Minimal focal spot obtained by focusing circularly polarized light. *Computer Optics* 2023; 47(3): 361-366. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-1247.

**Acknowledgements:** This work was supported by Russian Science Foundation under project No. 22-22-00265.

---

## Authors' information

**Sergey S. Stafeev** (b. 1985) received Master's degree in Applied Mathematics and Physics in Samara State Aerospace University (2009). He received his PhD in 2012. He is researcher of Laser Measurements laboratory at the Image Processing Systems Institute of RAS – Branch of the FSRC “Crystallography and Photonics” RAS. Scientific interests: diffractive optics, FDTD method, near-field optics. E-mail: [sergey.stafeev@gmail.com](mailto:sergey.stafeev@gmail.com). ORCID: 0000-0002-7008-8007.

**Vladislav Dmitrievich Zaitsev** (b. 1991) received Master's degree in Applied Mathematics and Physics in Samara State University (2020). PhD student of Samara National Research University. Research interests are diffraction optics, finite element method, dielectrics. E-mail: [zaitsev-vlad@yandex.ru](mailto:zaitsev-vlad@yandex.ru).

**Victor Victorovich Kotlyar** is a head of Laboratory at the Image Processing Systems Institute (Samara) of the Russian Academy of Sciences – Branch of the FSRC “Crystallography and Photonics” RAS and professor of Computer Science department at Samara National Research University. He received his MS, PhD and DrSc degrees in Physics and Mathematics from Samara State University (1979), Saratov State University (1988) and Moscow Central Design Institute of Unique Instrumentation, the Russian Academy of Sciences (1992). He is SPIE- and OSA-member. He is coauthor of 300 scientific papers, 5 books and 7 inventions. His current interests are diffractive optics, gradient optics, nanophotonics, and optical vortices. E-mail: [kotlyar@smr.ru](mailto:kotlyar@smr.ru).

---

*Received October 26, 2022. The final version – December 5, 2022.*

---