

## Расчёт стигматической линзы с минимальными френелевскими потерями

Л.Л. Досколович<sup>1,2</sup>, Д.А. Быков<sup>1,2</sup>, Г.И. Грейсух<sup>3</sup>, Ю.С. Стрелков<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> ИСОИ РАН – филиал ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН,  
443001, Россия, г. Самара, ул. Молодогвардейская, д. 151,

<sup>2</sup> Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва,  
443086, Россия, г. Самара, Московское шоссе, д. 34,

<sup>3</sup> Пензенский государственный университет архитектуры и строительства,  
440028, Россия, г. Пенза, ул. Титова, д. 28

### Аннотация

Рассмотрен метод расчёта линз с двумя асферическими поверхностями, имеющих минимальные френелевские потери в классе стигматических линз. Минимизация френелевских потерь достигается за счёт одинаковых углов девиации лучей на поверхностях линзы. Расчёт линз с минимальными френелевскими потерями сведен к решению обыкновенного дифференциального уравнения, разрешённого относительно производной. Для профилей линз также получены простые аналитические аппроксимации.

**Ключевые слова:** линза, асферические поверхности, френелевские потери, условие Аббе.

**Цитирование:** Досколович, Л.Л. Расчёт стигматической линзы с минимальными френелевскими потерями / Л.Л. Досколович, Д.А. Быков, Г.И. Грейсух, Ю.С. Стрелков // Компьютерная оптика. – 2021. – Т. 45, № 3. – С. 350-355. – DOI: 10.18287/2412-6179-CO-813.

**Citation:** Doskolovich LL, Bykov DA, Greysukh GI, Strelkov YS. Design of a stigmatic lens with minimal Fresnel losses. Computer Optics 2021; 45(3): 350-355. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-813.

### Введение

Линзы являются базовым компонентом многих оптических систем. Несмотря на долгую историю (линзы были изобретены еще до нашей эры), расчёт асферических линз с заданными оптическими свойствами по-прежнему остаётся актуальной научной и практически значимой задачей [1–11]. В частности, в работах [1, 2] рассмотрен аналитический расчёт стигматических линз, у которых первая поверхность является заданной, а вторая рассчитывается из условия постоянства оптической длины пути лучей для двух сопряженных точек. Такая линза для выбранной пары точек не имеет сферической аберрации, т.е. преобразует сферический волновой фронт, исходящий из точки-объекта в сходящийся сферический волновой фронт с центром в точке параксиального изображения. В работах [3–8] рассмотрен расчёт апланатических линз с двумя асферическими поверхностями. У апланатических линз, помимо условия стигматичности (условия постоянства оптической длины пути лучей для двух сопряженных точек), дополнительно выполняется условие Аббе [12], обеспечивающее отсутствие комы. Отметим, что расчёт апланатической линзы является более сложной задачей. Если объект расположен в бесконечности, то расчёт линзы сводится к решению системы уравнений, содержащих два нелинейных алгебраических уравнения и одно обыкновенное дифференциальное уравнение первого порядка, разрешённое относительно производной [3, 4]. В общем случае, когда объект и изображение расположены на конечных расстояниях, расчёт апланатической линзы требует решения сложного нелиней-

ного дифференциального уравнения, не разрешённого относительно производной [8].

При прохождении света через линзу на преломляющих поверхностях линзы происходит частичное отражение света, обусловленное разными значениями показателей преломления по обе стороны поверхностей линзы. Данные потери описываются формулами Френеля [13]. При большом числе линз в оптической системе, а также при большой угловой апертуре линз френелевские потери могут быть очень существенными. Кроме того, наличие неконтролируемого отраженного света снижает контраст формируемого изображения. Для «борьбы» с френелевскими потерями используется просветление оптики. Однако простые оптические покрытия позволяют эффективно уменьшить отражение только при определенных углах падения и длинах волн. В настоящей работе рассмотрен еще один механизм снижения френелевских потерь, основанный на определенном методе расчёта поверхностей линзы. Как отмечено выше, при расчёте стигматической линзы одна из поверхностей линзы может быть задана произвольным образом [1, 2]. Это показывает, что в общем случае линза с двумя асферическими поверхностями позволяет не только убрать сферическую аберрацию, но и дополнительно обеспечить выполнение ещё одного заданного условия. В настоящей работе впервые рассмотрен метод расчёта линз с двумя асферическими поверхностями, имеющих минимальные френелевские потери в классе стигматических линз. Минимизация френелевских потерь достигается за счёт одинаковых углов девиации лучей на поверхностях линзы [14, 15]. При этом расчёт стигматических линз с минимальными френе-

левскими потерями сведен к решению обыкновенного дифференциального уравнения, разрешенного относительно производной. Для указанных линз также получены простые аналитические аппроксимации.

**Расчёт стигматической линзы из условия минимума френелевских потерь**

Рассмотрим расчёт осесимметричной линзы (показатель преломления  $n > 1$ ), отображающей источник излучения, расположенный в начале координат в среде с показателем преломления  $n_0 = 1$ , в точку  $(f, 0)$  на оптической оси, также расположенную в среде с единичным показателем преломления (рис. 1). Для простоты будем рассматривать только линзы, строящие действительное изображение источника. Пусть первая поверхность линзы задана функцией длины радиус-вектора  $R(\varphi)$ , где угол  $\varphi$  отсчитывается от оптической оси. Обозначим  $\gamma(\varphi)$  угол между преломленным на первой поверхности лучом и осью  $z$ . Определим вторую поверхность линзы через функцию  $l = l(\varphi)$ , описывающую длину пути лучей в линзе (рис. 1), в следующем параметрическом виде:

$$\begin{cases} z_2(\varphi) = R(\varphi) \cos \varphi + l(\varphi) \cos \gamma(\varphi), \\ y_2(\varphi) = R(\varphi) \sin \varphi + l(\varphi) \sin \gamma(\varphi). \end{cases} \quad (1)$$

Запишем условие постоянства оптической длины пути лучей от точечного источника до его изображения:

$$\Psi = R(\varphi) + nl(\varphi) + \sqrt{y_2^2(\varphi) + (f - z_2(\varphi))^2} = \text{const.} \quad (2)$$

Рассматривая центральный луч, распространяющийся по оси  $z$ , значение оптической длины пути представим в виде

$$\Psi = R_0 + nl_0 + (f - [R_0 + l_0]) = (n-1)l_0 + f, \quad (3)$$

где  $R_0 = R(0)$  – расстояние от источника до первой поверхности,  $l = l(\varphi)$  – толщина линзы.

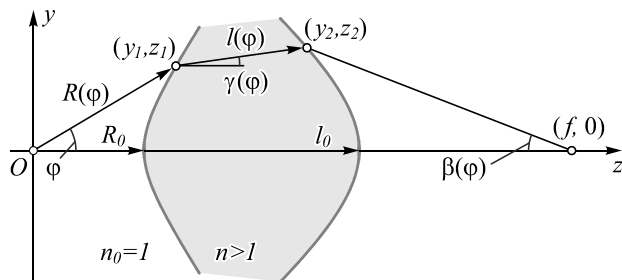


Рис. 1. Геометрия задачи расчёта линзы

Из уравнений (1), (2) следует, что при расчёте стигматической линзы без дополнительных ограничений имеется определенная свобода в выборе одной из поверхностей линзы. В данном случае, при определении второй поверхности в виде (1), первая поверхность  $R(\varphi)$  может быть выбрана произвольно. Действительно, при некоторой заданной функции  $R(\varphi)$  функция  $\gamma(\varphi)$  выражается через функцию  $R(\varphi)$  и

её производную с использованием закона Снеллиуса, и тогда расчёт стигматической линзы сводится к отысканию функции  $l = l(\varphi)$  из уравнений (1), (2). Несложно видеть, что расчёт функции  $l = l(\varphi)$  сводится к решению квадратного уравнения.

Далее мы используем указанную «свободу» для расчёта стигматической линзы с дополнительным условием, соответствующим условию минимума френелевских потерь. Для этого подставим (1) в (2) и выразим  $R(\varphi)$  через  $l(\varphi)$  в виде

$$R(\varphi) = \frac{\Psi^2 - f^2 + l(\varphi)[-2n\Psi + 2f \cos \gamma(\varphi) + (n^2 - 1)l(\varphi)]}{2[\Psi - f \cos \varphi + (\cos(\varphi - \gamma(\varphi)) - n)l(\varphi)]} \quad (4)$$

Известно, что минимизация френелевских потерь достигается при одинаковых углах девиации лучей на поверхностях оптического элемента [14, 15]. Углы девиации лучей на первой и второй поверхностях линзы равны  $\delta_1 = \varphi - \gamma(\varphi)$  и  $\delta_2 = \gamma(\varphi) - \beta(\varphi)$  соответственно. Здесь углы  $\varphi$ ,  $\gamma$  и  $\beta$  (рис. 1) определены с учетом следующего правила знаков. Углы отсчитываются от оптической оси и считаются положительными при направлении отсчёта против часовой стрелки. Углы, отсчитываемые в направлении по часовой стрелке, являются отрицательными. В этом случае углы  $\varphi$ ,  $\gamma$  являются положительными, а угол  $\beta(\varphi)$  – отрицательным. Полагая  $\delta_1 = \delta_2$ , получим

$$\beta(\varphi) = 2\gamma(\varphi) - \varphi. \quad (5)$$

С другой стороны, из геометрии задачи (рис. 1) и условия постоянства оптической длины пути лучей (2) будем иметь:

$$\begin{aligned} \sin(-\beta(\varphi)) &= \sin(\varphi - 2\gamma(\varphi)) = \\ &= \frac{y_2(\varphi)}{\sqrt{y_2^2(\varphi) + (f - z_2(\varphi))^2}} = \frac{y_2(\varphi)}{\Psi - R(\varphi) - nl(\varphi)}. \end{aligned} \quad (6)$$

Подставляя (1) в (6), несложно получить  $l(\varphi)$  в виде

$$l(\varphi) = \frac{\Psi \cos(\varphi - \gamma(\varphi)) - f \cos \gamma(\varphi)}{-1 + n \cos(\varphi - \gamma(\varphi))}. \quad (7)$$

Далее, подставляя (7) в (4), выразим  $R(\varphi)$  через  $\gamma(\varphi)$  в виде

$$R(\varphi) = \frac{-\Psi + f \csc(\varphi - \gamma(\varphi)) [n \sin(\varphi - 2\gamma(\varphi)) + \sin \gamma(\varphi)]}{-2 + 2n \cos(\varphi - \gamma(\varphi))}. \quad (8)$$

Закон преломления лучей на первой поверхности линзы можно представить в виде следующего дифференциального уравнения [15 – 17]:

$$\frac{d \ln R(\varphi)}{d\varphi} = -\frac{\sin(\varphi - \gamma(\varphi))}{1/n - \cos(\varphi - \gamma(\varphi))}. \quad (9)$$

Прологарифмируем (8), затем вычислим производную

$$\frac{d\gamma(\varphi)}{d\varphi} = F(\varphi, \gamma(\varphi)) = \frac{4f[n - \cos(\varphi - \gamma(\varphi))] \cdot [-1 + n \cos(\varphi - \gamma(\varphi))] \sin \gamma(\varphi)}{4f(1+n^2) \sin \varphi - n[4\Psi \sin^3(\varphi - \gamma(\varphi)) + f\{\sin(2\varphi - 3\gamma(\varphi)) + 3 \sin(2\varphi - \gamma(\varphi)) + 6 \sin \gamma(\varphi)\}]}. \quad (10)$$

Таким образом, расчёт стигматической линзы с минимальными френелевскими потерями (с одинаковыми углами девиации лучей) сводится к выполнению следующих шагов:

1. Решение дифференциального уравнения (10).
2. Расчёт  $l(\varphi)$  по формуле (7).
3. Расчёт  $R(\varphi)$  по формуле (4).

При решении дифференциального уравнения (10) используется граничное условие  $\gamma(0) = 0$ . Данное условие предполагает, что центральный луч, распространяющийся вдоль оптической оси, не преломляется. Заметим, что правая часть дифференциального уравнения (10) (функция  $F(\varphi, \gamma(\varphi))$ ) имеет неопределенность «0/0» при  $\varphi = 0$ . Чтобы избавиться от этой неопределенности, учтём, что  $\gamma(\varphi)$  по правилу знаков является нечетной функцией. Полагая в правой части (10)  $\gamma(\varphi) = \alpha\varphi + \sigma\varphi^3 + O(\varphi^5)$ , получим:

$$F(0, \gamma(0)) = \lim_{\varphi \rightarrow 0} F(\varphi, \gamma(\varphi)) = \alpha. \quad (11)$$

Значение  $\alpha = F(0, \gamma(0))$  можно выразить через значение  $R_0$ , соответствующее расстоянию от источника до первой поверхности, толщину линзы  $l_0$  и координату  $f$  точки изображения. Действительно, подставляя  $\gamma(\varphi) = \alpha\varphi + \sigma\varphi^3 + O(\varphi^5)$  в (8) и вычисляя предел  $R_0 = \lim_{\varphi \rightarrow 0} R(\varphi)$ , получим:

$$R_0 = -\frac{f(n + \alpha - 2n\alpha) + (\alpha - 1)\Psi}{2(n - 1)(\alpha - 1)}. \quad (12)$$

С учетом (3), из последнего уравнения значение  $\alpha$  может быть получено в виде:

$$\alpha = 1 + \frac{f(n - 1)}{f - 2fn + 2(n - 1)R_0 + \Psi} = 1 - \frac{f}{2f - 2R_0 - l_0}. \quad (13)$$

Таким образом, чтобы рассчитать линзу при заданных значениях  $R_0, l_0, f$ , необходимо вычислить  $\alpha = F(0, \gamma(0))$  по формуле (13).

В окрестности  $\varphi = 0$  можно положить  $\gamma(\varphi) \approx \alpha\varphi$ . При  $\gamma(\varphi) = \alpha\varphi$  функции  $R(\varphi)$  и  $l(\varphi)$  несложно получить в аналитическом виде:

$$R(\varphi) = R_0 \left[ \frac{n - 1}{n \cos(\varphi - \alpha\varphi) - 1} \right]^{\frac{1}{1 - \alpha}}, \quad (14)$$

$$l(\varphi) = \frac{\Psi \cos(\varphi - \alpha\varphi) - f \cos(\alpha\varphi)}{-1 + n \cos(\varphi - \alpha\varphi)}.$$

$d \ln R(\varphi) / d\varphi$  и приравняем полученный результат к правой части выражения (9). Тогда после простых, но утомительных вычислений получим для  $\gamma(\varphi)$  обыкновенное дифференциальное уравнение, разрешённое относительно производной:

Действительно, вышеприведённое выражение для  $R(\varphi)$  легко получить из закона преломления (9) при  $\gamma(\varphi) = \alpha\varphi$ , а выражение для  $l(\varphi)$  получается из уравнения (7), которое записано с учетом условия постоянства оптической длины пути (2). Отметим, что уравнения (14) описывают стигматическую линзу, для которой уравнение (8), записанное с учетом условия равенства углов девиации лучей на поверхностях линзы, в общем случае выполняется приближённо. Представленный в следующем параграфе пример расчёта линзы показывает, что формулы (14) хорошо аппроксимируют параметры линзы, рассчитанные на основе точных формул (10), (7) и (4). Более того, в некоторых частных случаях приближённые аналитические формулы (14) соответствуют точным решениям. Рассмотрим эти случаи.

**Случай 1.** Если линза расположена посередине между источником и изображением (при этом  $f = 2R_0 + l_0$ ), то из соображений симметрии следует, что одинаковые углы девиации достигаются при  $\gamma(\varphi) \equiv 0$ , то есть при  $\alpha = 0$  в (14). В этом случае формулы (14) принимают вид:

$$R(\varphi) = R_0 \frac{n - 1}{n \cos \varphi - 1}, \quad (15)$$

$$l(\varphi) = \frac{\Psi \cos \varphi - f}{n \cos \varphi - 1}.$$

Формулы (15), как и следовало ожидать, представляют линзу, у которой поверхности являются гиперболами. Первая гипербола преобразует расходящийся сферический пучок от источника в коллимированный, а вторая гипербола преобразует коллимированный пучок в сходящийся пучок со сферическим волновым фронтом с центром в точке  $(0, f)$ . Поскольку при  $\gamma(\varphi) \equiv 0$   $\beta(\varphi) = -\varphi$  (см. (5)), то полученная линза также удовлетворяет условию Аббе [12].

**Случай 2.** Если изображение находится в бесконечности, то  $\beta(\varphi) = 2\gamma(\varphi) - \varphi = 0$  и  $\gamma(\varphi) = \varphi/2$ . В этом случае поверхности линзы описываются выражениями (14) при  $\alpha = 1/2$ .

В заключение данного параграфа приведем ряд формул, позволяющих «связать» точную линзу, определяемую уравнениями (10), (7) и (4), с соответствующей параксиальной линзой. Как отмечено выше, в окрестности угла  $\varphi = 0$  точная линза может быть описана аналитическими выражениями (14).

Используя (14), можно вычислить радиусы кривизны линзы при  $\varphi = 0$ :

$$r_1 = -R_0 \frac{f - 2fn + 2(n-1)R_0 + \Psi}{f(n-1) + 2(n-1)R_0 + \Psi},$$

$$r_2 = -\frac{(fn - (n-1)R_0 - \Psi)(-f + 2(n-1)R_0 + \Psi)}{(n-1)(f + fn - 2(n-1)R_0 - \Psi)}. \quad (16)$$

Приведенные радиусы кривизны описывают параксиальную линзу, соответствующую как точной линзе, так и линзе (14). При необходимости, используя формулы толстой линзы [13], ограниченной двумя сферическими поверхностями, можно рассчитать положения главных плоскостей и фокусные расстояния линзы. Кроме того, в рамках аппроксимации  $\gamma(\varphi) = \alpha\varphi$ ,  $\beta(\varphi) = 2\alpha\varphi - \varphi = \varphi(2\alpha - 1)$ , и можно получить линейное и угловое увеличения линзы:

$$L_{\text{mag}} = \frac{\sin \varphi}{\sin \beta(\varphi)} = \frac{1}{2\alpha - 1} + O(\varphi^2) \approx 1 - \frac{2f}{2R_0 + l_0},$$

$$A_{\text{mag}} = \frac{\text{tg } \beta(\varphi)}{\text{tg } \varphi} \approx \frac{\sin \beta(\varphi)}{\sin \varphi} = \frac{1}{L_{\text{mag}}}. \quad (17)$$

**Пример расчёта**

Для иллюстрации полученных в предыдущем параграфе теоретических результатов рассмотрим пример расчёта линзы со следующими параметрами: расстояние от источника до первой поверхности  $R_0 = 20$  мм, толщина линзы  $L_0 = 20$  мм, координата точки изображения  $f = 80$  мм, показатель преломления материала линзы  $n = 1,5$ . На рис. 2а показана функция  $\gamma(\varphi)$ , рассчитанная из решения дифференциального уравнения ДУ (10), и её линейная аппроксимация  $\gamma_{\text{lin}}(\varphi) = \alpha\varphi$  при  $\varphi \in [0, 35^\circ]$ . При указанных выше параметрах  $\alpha = 0,2$ . Из рис. 2а видно, что при выбранных параметрах точно рассчитанная функция  $\gamma(\varphi)$  близка к линейной функции.

На рис. 2б показана сама линза, импортированная в программу оптического проектирования Zemax [18]. Следует отметить, что линза, рассчитанная по приближенным аналитическим формулам (14), оказывается визуально неотличимой от линзы на рис. 2б, рассчитанной на основе точных формул (10), (7) и (4). При этом нормированные среднеквадратичные отклонения профилей линзы, рассчитанных по точным формулам, от профилей (14) составляют менее 0,11 %.

На рис. 2в показано рассчитанное в программе Zemax сечение в плоскости изображения дифракционной функции рассеяния точки, сформированной линзой с числовой апертурой  $NA = \sin 35^\circ = 0,57$  на длине волны  $\lambda = 0,5876$  мкм. Относительная интенсивность в главном максимуме диска Эйри (интенсивность Штреля [13]) составила  $I_{st} = 0,99$ . Напомним, что изображение точечного источника считается еще не отличающимся от дифракционно-ограниченного,

если интенсивность Штреля опускается не ниже 0,8 [19]. Отсюда следует, что условие стигматичности у данной линзы выполнено с высокой точностью.

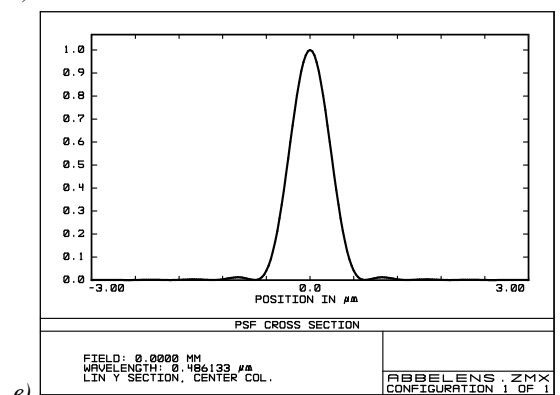
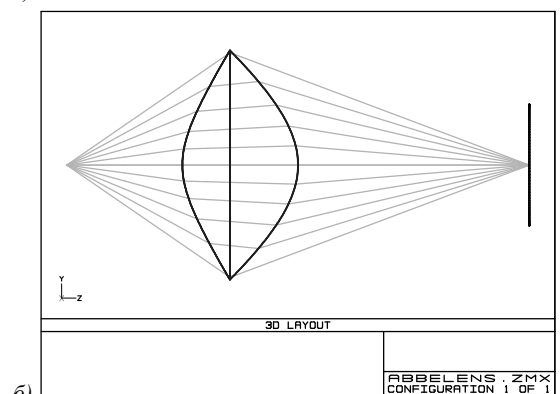
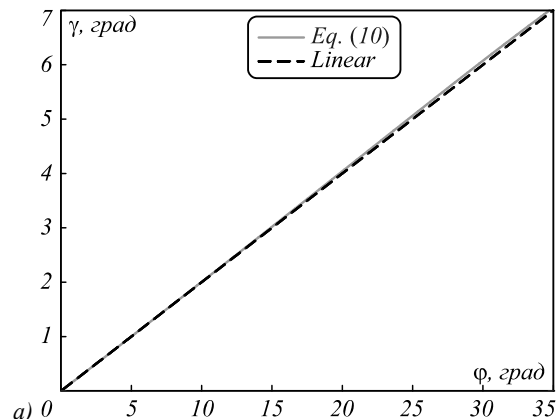


Рис. 2. Функция  $\gamma(\varphi)$ , рассчитанная из решения дифференциального уравнения (10) (непрерывная серая линия), и её линейная аппроксимация (чёрная пунктирная линия) (а); изображение линзы в рабочем окне программы Zemax (б); рассчитанное в программе Zemax сечение в плоскости изображения дифракционной функции рассеяния точки (в)

Для  $\varphi \in [0, 35^\circ]$  в программе Zemax были рассчитаны углы девиации лучей на поверхностях линзы. Условие равенства углов девиации лучей также оказалось выполненным с высокой точностью, что подтвердило правильность представленных теоретических результатов и выполненных расчётов.

Рассчитанная в программе Zemax методом трассировки лучей эффективность линзы, определяемая

как доля излученного источником светового потока, попадающая в пятно Эйри, при изотропном источнике излучения составила 87%. Таким образом, френелевские потери для рассчитанной линзы равны 13%. Следует отметить, что при выбранных параметрах углы падения лучей на поверхности линзы варьируются от нуля до  $64,9^\circ$  для первой поверхности и от нуля до  $32,4^\circ$  для второй поверхности. При этом френелевские потери для неполяризованного света изменяются от 8% для центрального луча ( $\varphi=0$ ) до 18,7% для крайнего луча ( $\varphi=35^\circ$ ). Важно отметить, что практически такие же френелевские потери получаются и для линзы, рассчитываемой на основе аналитических формул (14).

Интересно отметить, что стигматическая линза, рассчитанная из условия минимума френелевских потерь, приближенно удовлетворяет условию синусов Аббэ [12]:

$$\frac{\sin \varphi}{\sin \beta(\varphi)} = \text{const} = L_{\text{mag}}. \quad (18)$$

При выбранных параметрах линейное увеличение параксиальной линзы, определяемой формулой (17), равно  $L_{\text{mag}} = -1,667$ . На рис. 3 приведен график функции

$$\delta_{\text{mag}}(\varphi) = \frac{1}{|L_{\text{mag}}|} \left[ \frac{\sin \varphi}{\sin(2\gamma(\varphi) - \varphi)} - L_{\text{mag}} \right], \quad (19)$$

представляющей относительное изменение увеличения рассчитанной линзы при  $\varphi \in [0, 35^\circ]$ . Из рис. 3 следует, что относительное изменение увеличения при  $\varphi \in [0, 35^\circ]$  не превышает 3,5%. Практически такое же изменение увеличения имеет место и для линзы, рассчитанной на основе аналитических формул (14).

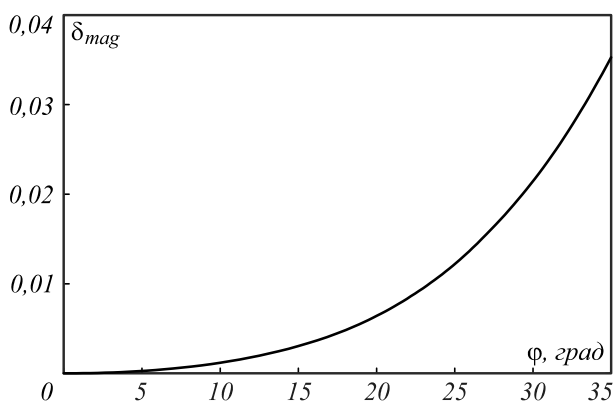


Рис. 3. График функции  $\delta_{\text{mag}}(\varphi)$ , описывающей относительное изменение увеличения линзы

Практический интерес представляют и абберационные свойства стигматической линзы с минимальными френелевскими потерями. Расчёт, выполненный с помощью программы Zemax при числовой апертуре  $NA = \sin 20^\circ = 0,34$ , показал, что качество изображения внеосевой точки близко к дифракционно-ограниченному (интенсивность Штреля не ниже

0,8) при ее удалении от оптической оси на 0,15 мм, а оптимизация по коэффициентам обоих асферических поверхностей позволяет увеличить это отклонение до 0,33 мм. При этом коэффициент комы 3-го порядка почти на порядок больше у оптимизированной линзы, что говорит о роли этой aberrации в коррекции вращательно не симметричных aberrаций высших порядков, играющих значительную роль даже при столь ограниченной апертуре.

### Заключение

Рассмотрен расчёт линз с двумя асферическими поверхностями, имеющих минимальные френелевские потери в классе стигматических линз. Минимизация френелевских потерь достигается за счёт одинаковых углов девиации лучей на поверхностях линзы. Расчёт линзы сводится к решению обыкновенного дифференциального уравнения, разрешённого относительно производной. Получены простые аналитические аппроксимации для профилей линзы. Представленный пример расчёта линзы подтверждает правильность полученных расчётных формул и демонстрирует хорошую точность аналитических аппроксимаций для профилей линзы.

### Благодарности

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ (проект № 18-29-03067) в части разработки метода расчёта линзы, Российского научного фонда (проект № 20-19-00081) в части численного исследования оптических свойств линзы и Министерства науки и высшего образования РФ в рамках выполнения работ по Государственному заданию ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН в части создания программных средств для расчёта линзы.

### Литература

1. **Gonzalez-Acuña, R.G.** General formula for bi-aspheric singlet lens design free of spherical aberration / R.G. González-Acuña, H.A. Chaparro-Romo // *Applied Optics*. – 2018. – Vol. 57, Issue 31. – P. 9341-9345.
2. **Gonzalez-Acuña, R.G.** Singlet lens for generating aberration-free patterns on deformed surfaces / R.G. González-Acuña, M. Avendaño-Alejo, J.C. Gutiérrez-Vega // *Journal of the Optical Society of America A*. – 2019. – Vol. 36, Issue 5. – P. 925-929.
3. **Mashaal, H.** Aplanatic Fresnel optics / H. Mashaal, D. Feuermann, J.M. Gordon // *Optics Express*. – 2017. – Vol. 25, Issue 8. – P. A274-A287.
4. **Mashaal, H.** Aplanatic lenses revisited: the full landscape / H. Mashaal, D. Feuermann, J.M. Gordon // *Applied Optics*. – 2016. – Vol. 55, Issue 10. – P. 2537-2542.
5. **Silva-Lora, A.** Superconical aplanatic ovoid singlet lenses / A. Silva-Lora, R. Torres // *Journal of the Optical Society of America A*. – 2020. – Vol. 37, Issue 7. – P. 1155-1165.
6. **Mashaal, H.** New types of refractive-reflective aplanats for maximal flux concentration and collimation / H. Mashaal, D. Feuermann, J.M. Gordon // *Optics Express*. – 2015. – Vol. 23, Issue 24. – P. A1541-A1548.

7. **Chassagne, B.** Analytical solution of a personalized intraocular lens design for the correction of spherical aberration and coma of a pseudophakic eye / B. Chassagne, L. Canioni // Biomedical Optics Express. – 2020. – Vol. 11, Issue 2. – P. 850-866.
8. **Gonzalez-Acuña, R.G.** Exact equations for stigmatic singlet design meeting the Abbe sine condition / R.G. Gonzalez-Acuña, H.A. Chaparro-Romo, J.C. Gutierrez-Vega // Optics Communications. – 2021. – Vol. 479. – 126415.
9. **Zeng, L.** Advances and challenges of intraocular lens design [Invited] / L. Zeng, F. Fang // Applied Optics. – 2018. – Vol. 57, Issue 25. – P. 7363-7376.
10. **Tabernerero, J.** An aspheric intraocular telescope for age-related macular degeneration patients / J. Tabernerero, M.A. Qureshi, S.J. Robbie, P. Artal // Biomedical Optics Express. – 2015. – Vol. 6, Issue 3. – P. 1010-1020.
11. **Atchison, D.A.** Spectacle lens design: a review / D.A. Atchison // Applied Optics. – 1992. – Vol. 31, Issue 19. – P. 3579-3585.
12. **Gross, H.** Handbook of optical systems: Volume 1: Fundamentals of technical optics / H. Gross. – Wiley Online Library. – 2005. – P. 207.
13. **Борн, М.** Основы оптики / М. Борн, Э. Вольф. – М.: Наука, 1973. – 720 с.
14. **Moiseev, M.A.** Design of LED refractive optics with predetermined balance of ray deflection angles between inner and outer surfaces / M.A. Moiseev, E.V. Byzov, S.V. Kravchenko, L.L. Doskolovich // Optics Express. – 2015. – Vol. 23, Issue 19. – P. A1140-A1148. – DOI: 10.1364/OE.23.0A1140.
15. **Kravchenko, S.V.** Design of axisymmetric double-surface refractive optical elements generating required illuminance distributions / S.V. Kravchenko, M.A. Moiseev, E.V. Byzov, L.L. Doskolovich // Optics Communications. – 2020. – Vol. 459. – 124976. – DOI: 10.1016/j.optcom.2019.124976.
16. **Doskolovich, L.L.** Design of an axisymmetrical refractive optical element generating required illuminance distribution and wavefront / L.L. Doskolovich, D.A. Bykov, K.V. Andreeva, N.L. Kazanskiy // Journal of the Optical Society of America A. – 2018. – Vol. 35, Issue 11. – P. 1949-1953. – DOI: 10.1364/JOSAA.35.001949.
17. **Moiseev, M.A.** Design of TIR optics generating the prescribed irradiance distribution in the circle region / M.A. Moiseev, L.L. Doskolovich // Journal of the Optical Society of America A. – 2012. – Vol. 29, Issue 9. – P. 1758-1763. – DOI: 10.1364/JOSAA.29.001758.
18. Программа для проектирования оптических систем Zemax [Электронный ресурс]. – URL: <https://www.zemax.com/> (дата обращения 14.09.2020).
19. **Бобров, С.Т.** Оптика дифракционных элементов и систем / С.Т. Бобров, Г.И. Грейсух, Ю.Г. Туркевич. – Л.: Машиностроение, 1986. – 223 с.

### Сведения об авторах

**Досколович Леонид Леонидович** в 1989 году с отличием окончил Куйбышевский авиационный институт (КуАИ, ныне – Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева) по специальности «Прикладная математика». Доктор физико-математических наук (2001 год), профессор, работает заведующим лабораторией дифракционной оптики ИСОИ РАН – филиала ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН, профессором кафедры технической кибернетики Самарского университета. Специалист в области дифракционной оптики, лазерных информационных технологий, нанофотоники. E-mail: [leonid@smr.ru](mailto:leonid@smr.ru).

**Быков Дмитрий Александрович** в 2009 году с отличием окончил Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва (СГАУ, ныне – Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва) по специальности «Прикладная математика и информатика». Доктор физико-математических наук (2017 г.), старший научный сотрудник лаборатории дифракционной оптики Института систем обработки изображений РАН – филиала ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН, доцент кафедры технической кибернетики Самарского университета. Области научных интересов: нанофотоника, магнитооптика, плазмоника, электромагнитная теория дифракции. E-mail: [bykovd@gmail.com](mailto:bykovd@gmail.com).

**Грейсух Григорий Исаевич**, 1943 года рождения. В 1965 году окончил Пензенский политехнический институт по специальности «Радиотехника». Почетный работник науки и техники, Заслуженный работник высшей школы РФ, доктор технических наук (1990 год), профессор. Работает заведующим кафедрой физики и химии Пензенского государственного университета архитектуры и строительства. Является членом Европейского оптического общества (EOS) и Российского оптического общества им. Д.С. Рождественского. Г.И. Грейсух – специалист в области расчёта оптических систем, дифракционной и градиентной оптики. В списке научных работ Г.И. Грейсуха более 230 статей, 3 монографии, 9 авторских свидетельств и патентов. E-mail: [grey@pguas.ru](mailto:grey@pguas.ru).

**Стрелков Юрий Станиславович** 1992 года рождения, в 2016 окончил магистратуру Самарского университета по специальности «Прикладная математика и физика», работает младшим научным сотрудником лаборатории дифракционной оптики. Область научных интересов: дифракционная оптика, радиоэлектроника, компьютерная графика. E-mail: [ghost\\_strelkov@mail.ru](mailto:ghost_strelkov@mail.ru).

ГРНТИ: 29.31.29

Поступила в редакцию 22 сентября 2020 г. Окончательный вариант – 23 декабря 2020 г.

---

# Design of a stigmatic lens with minimal Fresnel losses

L.L. Doskolovich<sup>1,2</sup>, D.A. Bykov<sup>1,2</sup>, G.I. Greisukh<sup>3</sup>, Y.S. Strelkov<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> IPSI RAS – Branch of the FSRC “Crystallography and Photonics” RAS,  
443001, Samara, Russia, Molodogvardeyskaya st. 151,

<sup>2</sup> Samara National Research University, 443086, Samara, Russia, Moskovskoye Shosse 34,

<sup>3</sup> Penza State University of Architecture and Constructing,  
440028, Penza, Russia, Titova st. 28

## Abstract

A method for designing double aspheric lenses enabling minimal Fresnel losses in the class of stigmatic lenses is considered. Minimization of the Fresnel losses is provided by ensuring equal ray-deviation angles on both aspheric surfaces of the lens. The design of the lens is reduced to the integration of an explicit ordinary differential equation. Simple analytical approximations for the lens profiles are also presented.

**Keywords:** lens, aspheric surface, Fresnel losses, Abbe sine condition.

**Citation:** Doskolovich LL, Bykov DA, Greysukh GI, Strelkov YS. Design of a stigmatic lens with minimal Fresnel losses. *Computer Optics* 2021; 45(3): 350-355. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-813.

**Acknowledgements:** The development of the design method was funded by the Russian Science Foundation under project 18-19-00326, the investigation of the designed double aspheric lens was funded by the Russian Science Foundation under project 20-19-00081, and the implementation of the lens design software was funded by the Russian Federation Ministry of Science and Higher Education (State contract with the “Crystallography and Photonics” Research Center of the RAS).

## References

- [1] González-Acuña RG, Chaparro-Romo HA. General formula for bi-aspheric singlet lens design free of spherical aberration. *Appl Opt* 2018; 57(31): 9341-9345.
- [2] González-Acuña RG, Avendaño-Alejo M, Gutiérrez-Vega JC. Singlet lens for generating aberration-free patterns on deformed surfaces. *J Opt Soc Am A* 2019; 36(5): 925-929.
- [3] Mashaal H, Feuermann D, Gordon MJ. Aplanatic Fresnel optics. *Opt Express* 2017; 25(8): A274-A282.
- [4] Mashaal H, Feuermann D, Gordon JM. Aplanatic lenses revisited: the full landscape. *Appl Opt* 2016; 55(10): 2537-2542.
- [5] Silva-Lora A, Torres R. Superconical aplanatic ovoid singlet lenses. *J Opt Soc Am A* 2020; 37(7): 1155-1165.
- [6] Mashaal H, Feuermann D, Gordon JM. New types of refractive-reflective aplanats for maximal flux concentration and collimation. *Opt Express* 2015; 23(24): A1541-A1548.
- [7] Chassagne B, Canioni L. Analytical solution of a personalized intraocular lens design for the correction of spherical aberration and coma of a pseudophakic eye. *Biomed Opt Express* 2020; 11(2): 850-866.
- [8] González-Acuña RG, Chaparro-Romo HA, Gutierrez-Vega JC. Exact equations for stigmatic singlet design meeting the Abbe sine condition. *Opt Commun* 2021; 479: 126415.
- [9] Zeng L, Fang F. Advances and challenges of intraocular lens design [Invited]. *Appl Opt* 2018; 57(25): 7363-7376.
- [10] Taberero J, Qureshi MA, Robbie SJ, Artal P. An aspheric intraocular telescope for age-related macular degeneration patients. *Biomed Opt Express* 2015; 6(3): 1010-1020.
- [11] Atchison DA. Spectacle lens design: a review. *Appl Opt* 1992; 31(19): 3579-3585.
- [12] Gross H. Handbook of optical systems: Volume 1: Fundamentals of technical optics. Wiley Online Library; 2005: 207.
- [13] Born M, Wolf E. Principles of optics. Electromagnetic theory of propagation, interference and diffraction of light. 7<sup>th</sup> ed. Cambridge: Cambridge University Press; 1999.
- [14] Moiseev MA, Byzov EV, Kravchenko SV, Doskolovich LL. Design of LED refractive optics with predetermined balance of ray deflection angles between inner and outer surfaces. *Opt Express* 2015; 23(19): A1140-A1148. DOI: 10.1364/OE.23.0A1140.
- [15] Kravchenko SV, Moiseev MA, Byzov EV, Doskolovich LL. Design of axisymmetric double-surface refractive optical elements generating required illuminance distributions. *Opt Commun* 2020; 459: 124976. DOI: 10.1016/j.optcom.2019.124976.
- [16] Doskolovich LL, Bykov DA, Andreeva KV, Kazanskiy NL. Design of an axisymmetrical refractive optical element generating required illuminance distribution and wavefront. *J Opt Soc Am A* 2018; 35(11): 1949-1953. DOI: 10.1364/JOSAA.35.001949.
- [17] Moiseev MA, Doskolovich LL. Design of TIR optics generating the prescribed irradiance distribution in the circle region. *J Opt Soc Am A* 2012; 29(9): 1758-1763. DOI: 10.1364/JOSAA.29.001758.
- [18] Optical systems design software Zemax. Source: (<https://www.zemax.com/>).
- [19] Bobrov ST, Greisukh GI, Tyrkevich YG. Optics of diffractive elements and systems [In Russian]. Leningrad: “Mashinostroenie” Publisher; 1986.

---

## Authors' information

**Leonid Leonidovich Doskolovich** graduated with honors (1989) from S.P. Korolyov Kuibyshev Aviation Institute (presently, Samara National Research University), majoring in Applied Mathematics. He received his Doctor in Physics & Maths (2001) degree from Samara National Research University. Head of laboratory of the IPSI RAS – Branch of the

---

---

FSRC “Crystallography and Photonics” RAS, professor at Samara University’s Technical Cybernetics sub-department. Current research interests include diffractive optics, laser information technologies, nanophotonics.  
E-mail: [leonid@smr.ru](mailto:leonid@smr.ru).

**Dmitry Alexandrovich Bykov** graduated with honors (2009) from Samara State Aerospace University (SSAU), majoring in Applied Mathematics and Computer Science. Doctor of Physics and Mathematics (2017). Senior researcher at Samara University and at the Diffractive Optics Laboratory of the Image Processing Systems Institute RAS – Branch of the FSRC “Crystallography and Photonics” RAS. His current research interests include optics of resonant diffractive structures, magneto-optics of nanostructured materials, and electromagnetic diffraction theory.  
E-mail: [bykovd@gmail.com](mailto:bykovd@gmail.com).

**Grigoriy Isaevitch Greisukh** (b. 1943) graduated (1965) from Penza Politechnical Institute, majoring in Radio Engineering. He is the deserved worker of the Russian Higher School. He received his Doctor in Technical (1990) degrees from Leningrad Institute of Precision Mechanics and Optics. He is chief of the Physics and Chemistry department of Penza State University of Architecture and Construction. G.I. Greisukh is EOS and D.S. Rozhdestvensky Optical Society member. His current research interests include design of optical system, diffractive and gradient-index optics. He is coauthor of 230 scientific papers, 3 monographs, and 9 inventions. E-mail: [grey@pguas.ru](mailto:grey@pguas.ru).

**Yury Stanislavovich Strelkov** (b. 1992) is a postgraduate student of Samara University. He graduated (2016) with a master’s degree in Applied Mathematics and Physics. At present, he is a junior researcher of Diffraction Optics Laboratory. The area of interests includes diffraction optics, radio electronics and computer graphics.  
E-mail: [ghost\\_strelkov@mail.ru](mailto:ghost_strelkov@mail.ru).

---

*Received September 22, 2020. The final version – December 23, 2020.*

---